

# 労働経済学

## Lecture 9 実証研究における因果的効果の識別 操作変数 (Instrumental Variable)

張 俊超

8th June 2017

# DID の復習

- ▶ DID は実質的に固定効果モデルである。固定効果 (FE) は DID のより一般化したものだと考えればいい。
- ▶ DID は処置群、対照群がないと推定できない。FE は、処置群、対照群がなくても推定できる。
- ▶ DID の説明変数は一般的に、政策変数となる。政策評価によく使われる手法。
- ▶ DID と FE は脱落変数問題に対応するが、測定誤差の問題がより深刻になる。
- ▶ 一般的に、パネルデータが必要となる。回顧的横断面調査があれば、パネルデータを構築してから推定可能になる。

# Instrumental Variable(操作変数) のメリット

三種類の内生性があるが、IV 推定は以下の二種類までを考慮する。

- ▶ 脱落変数 (Omitted Variable)
- ▶ 測定誤差 (Measurement Error)
  - ▶ 古典的測定誤差

## IV とは

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

- ▶ 一般的な場合、 $Cov(x_i, \varepsilon_i) \neq 0$ 。本来は回帰分析に含めるべきが、誤差項に入った脱落変数(観察できる変数、またはその他の観察できない変数)が常に存在し、 $x_i$  と  $\varepsilon_i$  との間に相関が出てしまう。
- ▶  $x$  が  $y$  に影響すのかを調べたいのだが、 $x$  と  $y$  の両方に関係する何かがあるかもしれない。この「何か」の影響を取り除くために、 $y$  には直接影響を与えない別の「何か」を使って  $x$  だけを動かしてやればよい。この、「 $y$  には直接影響を与えずに  $x$  を動かすもの」を、操作変数と呼ぶ。

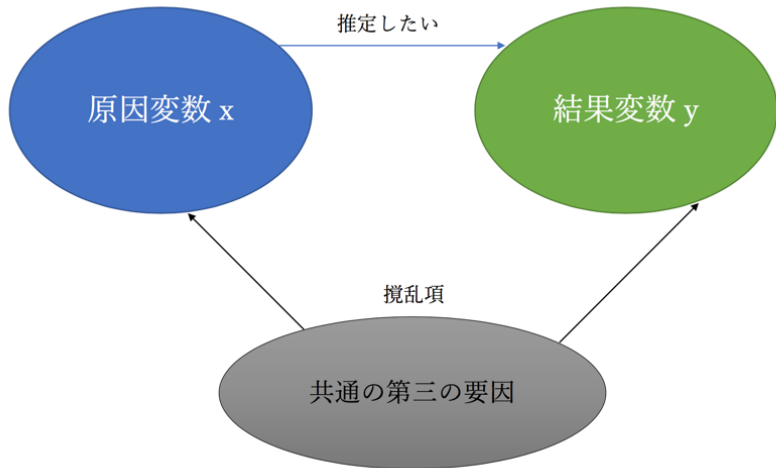
## IV の基本的な考え方

$z$  が  $y$  に直接に影響を与えずに  $x$  を動かす「操作変数」とすれば

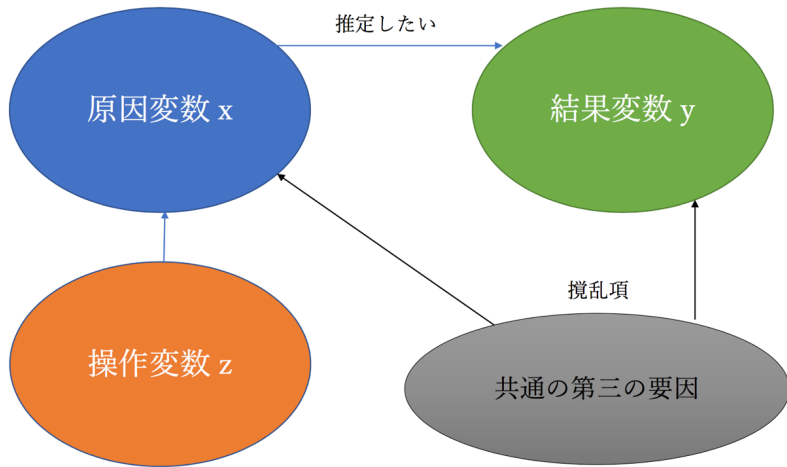
- ①  $z$  が  $x$  にどれだけ影響するかを推計
- ② ①の推計値を使って、 $z$  が与えられた時の  $x$  の予測値  $E(X|Z)$  を推定
- ③ この予測値  $E(X|Z)$  が、 $Y$  にどれだけ影響するかを推計

ここでやっていることの直観的な意味: $z$  によって  $x$  が動かされたことによってどのくらい  $y$  が変化したか、を推定している。

## IV の基本的な考え方



## IV の基本的な考え方



## IV 推定：もっと厳密に

IV 推定は以下の二段階推定になる

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$x_i = \gamma_0 + \gamma_1 z_i + \epsilon_i \quad (2)$$

- ① (2) 式を OLS で推定すると、 $\gamma_1$  の推定値  $\hat{\gamma}_1 = \frac{Cov(z_i, x_i)}{Var(z_i)}$  が得られる。
- ② ここから得た  $\hat{x}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 z_i$  で  $y_i$  を回帰する。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \hat{x}_i + \varepsilon_i$$

- ③  $\beta_1$  の推定値  $\hat{\beta}_1 = \frac{Cov(y_i, \hat{x}_i)}{Var(\hat{x}_i)}$  が得られる。



## IV 推定：もっと厳密に

二段階の OLS 推定は 2SLS(Two-Stage Least Squares) 推定になる。 $\hat{\beta}_1$  については

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_1 &= \frac{Cov(y_i, \hat{x}_i)}{Var(\hat{x}_i)} \\
 &= \frac{Cov(\beta_0 + \beta_1(\gamma_0 + \gamma_1 z_i + \epsilon_i) + \epsilon_i, \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 z_i)}{Var(\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 z_i)} \\
 &= \frac{Cov(\beta_1 \gamma_1 z_i + \beta_1 \epsilon_i + \epsilon_i, \hat{\gamma}_1 z_i)}{\hat{\gamma}_1^2 Var(z_i)} \\
 &= \frac{\beta_1 \gamma_1 \hat{\gamma}_1 Var(z_i) + \beta_1 \hat{\gamma}_1 Cov(\epsilon_i, z_i) + \hat{\gamma}_1 Cov(\epsilon_i, z_i)}{\hat{\gamma}_1^2 Var(z_i)}
 \end{aligned}$$

## IV の仮定

IV 推定が有効になるために、二つの仮定を満たさなければならない。

①  $Cov(x_i, z_i) \neq 0$

$x$  と  $z$  との間に、相関がある。これはデータで検証可能、 $\hat{\gamma}_i \neq 0$ 、かつ統計的に有意であれば OK。

② 除外制約：  $Cov(\varepsilon_i, z_i) = 0$

$z$  は  $x$  を通さずに  $y$  の直接影響することがない。これはデータで直接検証ができないので、 $z$  を被説明変数、 $z$  に擬似的に相関があると思われる「観察された」ものを説明変数とした回帰で、「たぶん影響しないだろう」という証拠を積み重ねるしかない。(観察された変数の係数値がすべて有意でなければ、非常に強い IV である。)

## IV 推定：もっと厳密に (続いて)

除外制約の仮定により、 $Cov(\varepsilon_i, z_i) = 0$ 。また、操作変数は外生的、誤差項と相関しないため、 $Cov(\varepsilon_i, z_i) = 0$ 。よって、

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\beta_1 \gamma_1 \hat{\gamma}_1 \text{Var}(z_i)}{\hat{\gamma}_1^2 \text{Var}(z_i)}$$

極限を取れば、

$$\text{plim} \hat{\beta}_1 = \beta_1$$

IV 推定は一致性を持つ。しかし、 $E(\hat{\beta}_1) \neq \beta_1$  のため、不偏性をもたない。ただし、サンプルサイズ  $n$  が大きい場合、IV 推定は漸近的不偏性をもつ。(実証分析の場合、IV 推定であれば、少なくとも 2000 くらいの観測値が必要。)

除外制約が満たされない場合、一致性でも、不偏性でも、IV 推定量は持たない。

# 操作変数の例

賃金方程式を考える。

$$\log(w_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \varepsilon_i$$

- ▶ OLS で推定すると、脱落変数バイアスがかかる。観察できない要因は教育、と賃金の両方に相関する。
- ▶ IV 推定すると、望ましい IV の性質は
  - ▶  $\varepsilon_i$ (能力など) と相関しない
  - ▶ 教育と強い相関を持つ

- ▶ 候補 IV: 親の学歴、兄弟の数...

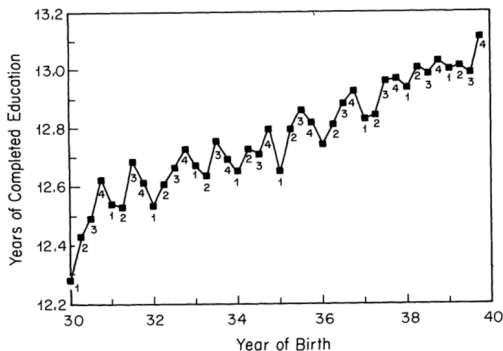
実は、いずれも除外制約が満たされない。学歴の高い親は潜在的に能力が高いので、子供がその能力を遺伝する可能性が高い。また、兄弟の数は教育と負の相関を持つが、能力と無相関ではない。(医学研究から、年上の方が IQ 高いことがわかった。) 親の self-selection 問題もある。

## Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

- ▶ 日本では、9年義務教育が法律で定められたので、9年間の普通教育を受ける義務がある。基本的に、みんな中卒以上。
- ▶ アメリカでは、年限ではなく、年齢で義務教育を規定した。16歳になると、いつでも中退できる。同じ学年でも、誕生月により義務教育の終了時点が異なる。
- ▶ Angrist and Krueger は出生の四半期を教育年数の IV をして用い、教育が賃金に与える因果効果を推定した。

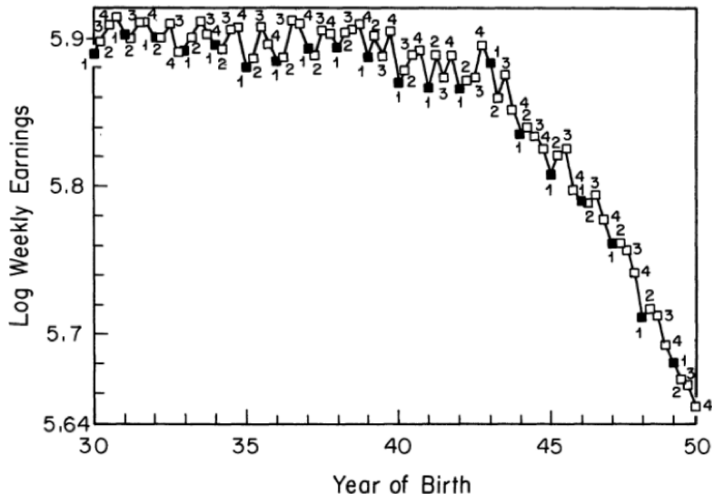
# Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

Variation がそれほど大きいではないが、年ごとに第一四半期に生まれた人の平均教育年数が短い。より早い 16 になった人は、より早く退学できる。



# Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

第一四半期に生まれた人の賃金も低いらしい。



# Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

Angrist and Krueger(1991) は一つの操作変数ではなく、三つの操作変数で以下の IV 推定を行った。

$$\log(w_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + X' \beta_2 + \varepsilon_i$$

$$educ_i = \gamma_0 + \gamma_1 BirthQ_1 + \gamma_2 BirthQ_2 + \gamma_3 BirthQ_3 + X' \gamma_4 + \epsilon_i$$

操作変数（上の式に除外された変数）は  $BirthQ_1, BirthQ_2, BirthQ_3$ 、それぞれ第一、第二、第三四半期生まれを示すダミー変数である。 $BirthQ_4$  は base グループ。

コントロール変数  $X$  は二つの式で同じものでないといけない。



## Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

アメリカの義務教育制度の下で、生まれ四半期で平均の教育年数を強く予測できる。(IV に対して F 検定をやって、F 値は 10 以上であれば OK。)

Outcome variable	Birth cohort	Mean	Quarter-of-birth effect <sup>a</sup>			F-test <sup>b</sup> [P-value]
			I	II	III	
Total years of education	1930-1939	12.79	-0.124 (0.017)	-0.086 (0.017)	-0.015 (0.016)	24.9 [0.0001]
	1940-1949	13.56	-0.085 (0.012)	-0.035 (0.012)	-0.017 (0.011)	18.6 [0.0001]
High school graduate	1930-1939	0.77	-0.019 (0.002)	-0.020 (0.002)	-0.004 (0.002)	46.4 [0.0001]
	1940-1949	0.86	-0.015 (0.001)	-0.012 (0.001)	-0.002 (0.001)	54.4 [0.0001]
Years of educ. for high school graduates	1930-1939	13.99	-0.004 (0.014)	0.051 (0.014)	0.012 (0.014)	5.9 [0.0006]
	1940-1949	14.28	0.005 (0.011)	0.043 (0.011)	-0.003 (0.010)	7.8 [0.0017]
College graduate	1930-1939	0.24	-0.005 (0.002)	0.003 (0.002)	0.002 (0.002)	5.0 [0.0021]
	1940-1949	0.30	-0.003 (0.002)	0.004 (0.002)	0.000 (0.002)	5.0 [0.0018]

# Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

IV で推定された教育リターンは 8-9%、OLS より大きい。

Independent variable	(1) OLS	(2) TSLS	(3) OLS	(4) TSLS
Years of education	0.0711 (0.0003)	0.0891 (0.0161)	0.0711 (0.0003)	0.0760 (0.0290)
Race (1 = black)	—	—	—	—
SMSA (1 = center city)	—	—	—	—
Married (1 = married)	—	—	—	—
9 Year-of-birth dummies	Yes	Yes	Yes	Yes
8 Region-of-residence dummies	No	No	No	No
Age	—	—	-0.0772 (0.0621)	-0.0801 (0.0645)
Age-squared	—	—	0.0008 (0.0007)	0.0008 (0.0007)
$\chi^2$ [dof]	—	25.4 [29]	—	23.1 [27]

## Angrist and Krueger(1991): 義務教育法

Angrist and Krueger(1991) は QJE に載せてから、いろんな批判を受けた。生まれ四半期は本当に外生的か？個人が生年月日を選ばないわけがないが、親は計画的な出産行動より選べる。

- ▶ 子供の生まれ四半期は親の職業と強い相関を持つ。農業の家族では、4-10月の農繁期に集中的に仕事をし、冬の農閑期で出産の準備をしている。
- ▶ 他にも、relative age の効果を信じる親は子供の生年月日を操る可能性がある。
- ▶ 結論は、生まれ四半期は現在、非常に弱い IV だと考えられる。一番望ましい IV の Variation が全く外生的、人が操る、または選択することができない。
- ▶ 急に教育政策の変化などが教育年数の良い IV だと考えられる。

## Zhang(2017): 双子の出生

- ▶ 労働経済学では、出産が女性の労働供給に与える効果は重要な課題の一つ。その因果効果は大切な政策的インプリケーションを持ち、少子高齢化における女性の雇用、出産の助成金などの政策改定に関連する。
- ▶ 通常の OLS で推定すると、子供の数は女性の労働意欲、子供に対する選好など観察できない要因と相関し、脱落変数バイアスがかかる。
- ▶ Zhang(2017) では双子の出生を子供の数の IV として扱い、子供の数が女性の労働参入に与える因果効果を推定した。

# Zhang(2017): 双子の出生

どんな双子 (の出生) は外生的か？

Table 2: Descriptions of Sub-Samples

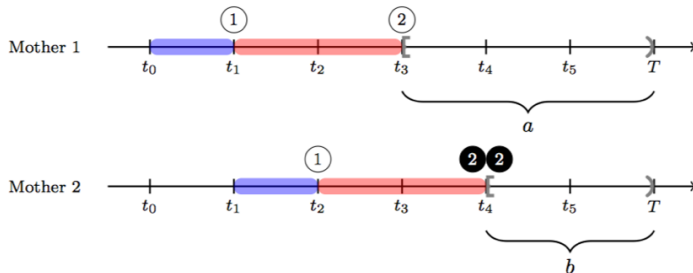
	(1) Sub-Sample A	(2) Sub-Sample B	(3) Sub-Sample C
Mothers of non-twins	①	① ②	① ② ③
<i>vs</i>			
Mothers of twins	① ①	① ② ②	① ② ③ ③
Number of children	1 <i>vs</i> 2	2 <i>vs</i> 3	3 <i>vs</i> 4

Notes: ○ indicates non-twin, and ● indicates twins. Numbers in circles show the birth order. Sum of circles shows the total number of children mothers have.

# Zhang(2017): 双子の出生

操作変数は万能ではない！コントロール変数、または sub サンプル推定で他の要因を一定を保ってなければならない。

Figure 3: An Example of Potential Bias



Notes: ○ indicates non-twin, and ● indicates twins. Numbers in circles show the birth order. Braces are durations from last childbirth to the survey time  $T$ , where  $a = T - t_3$  for mother 1 and  $b = T - t_4$  for mother 2.

## Zhang(2017): 双子の出生

前の出産から潜在的に次の出産までの時間を一定を保たないと、IVでも大きなバイアスがかかる。

VARIABLES	Since the last childbearing					
	Unconditioned			No more than 1 year		
	(1) OLS	(2) IV	(3) First Stage	(4) OLS	(5) IV	(6) First Stage
<i>Panel A: Mothers of twins at the first delivery vs Mothers of non-twins</i>						
Number of children	-0.049*** (0.001)	-0.051*** (0.008)		-0.057*** (0.002)	-0.105*** (0.014)	
Twins			0.723*** (0.009)			0.796*** (0.017)
Observations	612,504	612,504	612,504	194,748	194,748	194,748
<i>Panel B: Mothers of twins at the second delivery vs Mothers of non-twins with 2 or more births</i>						
Number of children	-0.047*** (0.001)	-0.028** (0.012)		-0.038*** (0.003)	-0.065*** (0.022)	
Twins			0.884*** (0.012)			0.919*** (0.026)
Observations	421,605	421,605	421,605	114,168	114,168	114,168
<i>Panel C: Mothers of twins at the third delivery vs Mothers of non-twins with 3 or more births</i>						
Number of children	-0.026*** (0.003)	0.019 (0.025)		-0.012** (0.006)	0.018 (0.042)	
Twins			1.027*** (0.026)			1.064*** (0.061)
Observations	125,612	125,612	125,612	31,991	31,991	31,991

## Zhang(2017): 双子の出生

- ① 初めて母親になる女性において、子供が労働供給に与える負の効果が非常に大きい。その短期効果は-10 ～ 11% くらい。
- ② 二回目で母親になる女性において、子供が労働供給に与える負の短期効果が-6 ～ 7% くらい。
- ③ 三回目以上では、女性の労働供給が全く子供の数に影響されていない。
- ④ 長期では、その負の効果が小さくなる。



## その他の IV の具体例 (1)

- ▶ China's Great Famine による教育年数の減少
  - ▶ 中国は 1959 年から 1961 年までの大飢饉、穀物不足を解消するために、多くの学齢児童が強制的に田畑で働かされた。
  - ▶ RIETI の DP-17-E-074 はこの自然実験を使って、教育が世代間所得移転に与える効果を推定した。

## その他の IV の具体例 (2)

### ▶ 義務教育年数の延長

- ▶ 台湾は 1968 年に義務教育年数を 6 年から 9 年まで引き上げた。
- ▶ 1955 年 9 月以降の人は、新しい政策の影響で、9 年間の教育を受けなければならなかった。その以前に生まれた人は、9 年義務教育を受けなかった。世代間に、外生的な教育の Variation が出る。

# その他の IV の具体例 (3)

図表1-2 雇用調整助成金の実績と分析対象期間



## その他の IV の具体例 (3)

### 日本の雇用調整助成金

- ▶ 景気の変動、産業構造の変化その他の経済上の理由により、事業活動の縮小を余儀なくされた事業主が、一時的な雇用調整（休業、教育訓練または出向）を実施することによって、従業員の雇用を維持した場合に助成される。
- ▶ リマンショック、東日本大震災の直後、大規模な失業を防止するため、雇調金の受給要件や助成率が大幅に増加し、雇調金の受給の IV として使える。
- ▶ 本来、雇調金の受給は自主的、企業の観察できない要因と関連する。2008 年前であれば、受給しても、その金額が少ない。要件を満たしても、申請しない企業は多い。助成率の上昇につれて、不況の背景に、非常に強く受給状況を予測できる。

# 固定効果操作変数 (FE-IV) 推定

前述の IV はほとんど時間につれて変化しないもの。横断面データだけで推定可能。時間につれて変化する (time-variant) IV の場合、固定効果操作変数推 (FE-IV) 推定ができる。時間につれて変化しない、変化する観察できない要因を両方考慮できる。

$$\Delta y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_{it} + \Delta \epsilon_{it}$$

$$\Delta x_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta z_{it} + \Delta \epsilon_{it}$$

## IV と DID の結合

DID は政策評価の時によく使われるが、その政策による外生的変動も IV として使え、(政策面ではなく) 関心のある変数に与える効果を分析できる。二期間であれば、

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it} + \varepsilon_{it}$$

$$x_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 After_t + \gamma_2 Treated_i + \gamma_3 (Treated * After)_{it} + \epsilon_{it}$$

FE-IV は IV と DID の結合より一般化したもの。