

# 労働経済学

## Lecture 11 労働需要（基礎編）

張 俊超

5th July 2017

# イントロ

- ▶ 企業は労働者を雇用し、資本を購入し、消費者がほしい商品を作る。
- ▶ 労働需要は政策インプリケーションを持つ。
  - ▶ 最低賃金
  - ▶ 労働時間の法規制
  - ▶ 差別（性別、人種）など
- ▶ 今回の講義は以下で構成される。
  - ▶ 短期的労働需要（企業は雇用を調整しかできない。）
  - ▶ 長期的労働需要（企業は雇用、資本の両方を調整できる。）

# 労働需要

- ▶ 労働供給モデルでは、労働者は自分の予算制約条件の下で効用最大化により、最適な消費量と余暇（労働時間）を決める。
- ▶ 需要側では、企業が予算制約条件の下で利潤最大化より、最適な生産要素需用量（労働、資本）を決める。

# 生産技術

財・サービスの生産に要する労働者、機械、工場、土地、エネルギー、材料などを生産要素と呼び。労働需要モデルでは、単純化のために、労働サービスと資本サービスのみが生産要素とする。

- ▶ 一般的に、「資本」とは機械や工場など、生産に用いられる耐久財そのもののことで、ストックの概念。(貯蓄量)
- ▶ 「資本サービス」とは、「資本」が一定時間内に生み出す生産サービスのことで、フローの概念。(貯蓄量の変化分)
- ▶ 労働者と労働サービスの間の関係も同様。
- ▶ 単純化のために、この講義では、「資本サービス」を「資本」、「労働サービス」を「労働」と略す。

# 生産関数

生産関数で生産技術を表す。企業は1種類の財のみを生産するとする。  
生産関数は以下で表現できる。

$$q = F(L, K) \quad (5.1)$$

- ▶  $q$  は財の生産量
- ▶  $L$  は労働投入量
- ▶  $K$  は資本投入量

# 等量曲線 (労働-資本平面)

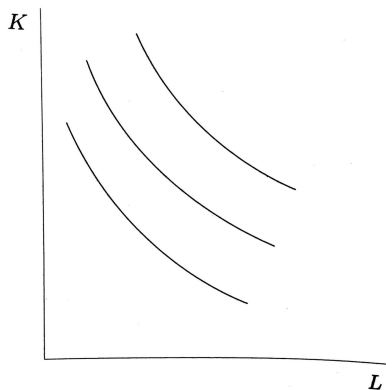


図 5.1 等量曲線

# 等量曲線 (労働-資本平面)

等量曲線は無差別曲線と似ている。

- ▶ 等量曲線の傾きの絶対値は（労働の資本に対する技術的）限界代替率。
- ▶ 限界代替率は逓減する。同一等量曲線上で、労働  $L$  を増やすにつれて、等量曲線の傾きの絶対値が小さくなる。

# 限界生産物

- ▶ 限界生産物は限界生産力とも呼ばれる。
- ▶ 追加的に 1 単位の生産要素を投入するときに、生産量の増加分を表す。



# 労働、資本の限界生産物



$$MP_L = \frac{\Delta F(L, K)}{\Delta L}$$

労働の限界生産物とは、追加的に 1 単位の労働を投入するときに、生産量の増加分。



$$MP_K = \frac{\Delta F(L, K)}{\Delta K}$$

資本の限界生産物とは、追加的に 1 単位の資本を投入するときに、生産量の増加分。

- ▶ 限界生産物は必ず正。(凸性の仮定による)

# 労働の総生産物曲線

総生産物曲線は資本投入量が一定のまま、労働投入量（雇用人数）と生産量の関係を示している。

5 章 労働需要（基礎編） 83

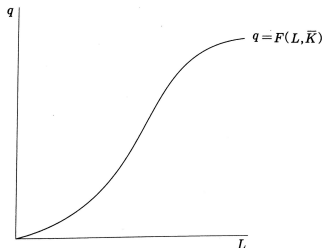


図 5.2 労働の総生産物曲線

# 労働の限界生産物曲線、労働の平均生産物曲線

労働の限界生産物曲線 ( $MP_L$ ) がもう一人の労働者を雇用することにより、生産量の増加分。

労働の平均生産物曲線 ( $AP_L$ ) が労働者一人当たりの生産量。

84

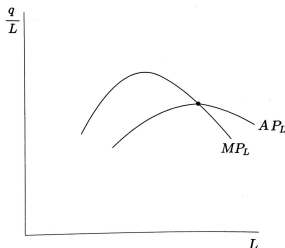


図 5.3 労働の限界生産物曲線と平均生産物曲線

# 利潤最大化

企業は最適な労働投入量と投資投入量を選び、利潤を最大化する。利潤を最大化する労働投入量、資本投入量が、労働需要量、資本需用量である。利潤最大化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \pi(L, K) = pq - (wL + rK) \\ \text{s.t.} \quad & q = F(L, K) \end{aligned} \tag{5.2}$$

- ▶  $p, w, r$  はそれぞれ生産物、労働サービス、資本サービスの価格。(外生変数、企業にとって与えられたものとする。)
- ▶ 利潤最大化問題を分析するとき、長期と短期を区別する。
- ▶ 長期とは、労働  $L$  も資本  $K$  も自由に変えられる状況を指す。短期とは、通常、資本  $K$  の投入量が一定で、 $L$  は変更できる状況を指す。

## 短期の労働需要

短期の場合、 $K$ は一定で、企業は最適な $L$ のみを選ぶ。短期での利潤最大化問題は、以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \pi(L, \bar{K}) = pq - (wL + r\bar{K}) \\ \text{s.t.} \quad & q = F(L, \bar{K}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

予算制約条件を目的関数に代入すると、

$$\text{Max} \quad \pi(L, \bar{K}) = pF(L, \bar{K}) - (wL + r\bar{K}) \quad (5.4)$$

$pF(L, \bar{K})$ は総収入、 $(wL + r\bar{K})$ は総費用。限界原理により、利潤最大化のとき、限界収入は限界費用に等しくなる。

$$p * MP_L(L^*, \bar{K}) = w \quad (5.5)$$

労働需要 $L_*$ は $p, w, \bar{K}$ に関する関数。

# 総収入と総費用

5 章 労働需要（基礎編） 85

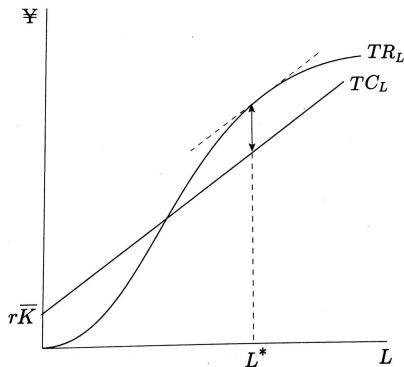


図 5.4 総収入と総費用

# 操業停止条件

労働需要モデルでは、操業停止条件を考えなければならない。労働投入量  $L^*$  での利潤が労働投入量がゼロの下での利潤より低い場合、最適な労働投入量は  $L^*$  ではなく、0 になる。操業停止条件は、

$$\pi(L^*, \bar{K}) < \pi(0, \bar{K}) \quad (5.6)$$

よって、 $pF(L^*, \bar{K}) < wL^*$  が得られる。つまり、操業するために、総収入は労働の総費用をカバーしないといけない。

# 短期における比較静学

短期では、資本が一定、労働需要モデルの内生変数は一つしかない、労働である。 $L^* = f(p, w, \bar{K})$

比較静学とは、外生変数の中、一つしか変動させたことが内生変数に与える効果を分析する手法です。

ここでは、外生変数が  $p, w, \bar{K}$  になる。



# 短期における比較静学：賃金の効果

賃金を増やすと、労働需要は減る。つまり、 $\frac{\partial L^*}{\partial w} < 0$

88

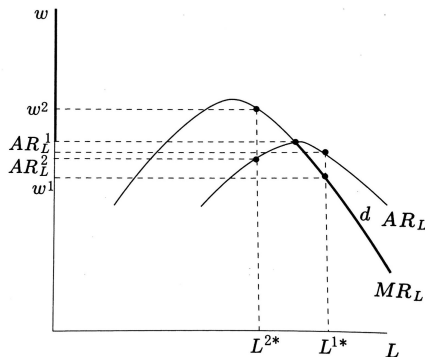


図 5.5 短期の労働需要曲線

# 短期における比較静学：生産物価格の効果

縦軸で賃金に生産物価格で割ったものにして、生産物価格の効果进行分析するのが便利。この時、縦軸は実質賃金になる。

生産物価格を増やすと、労働需要は増える。つまり、 $\frac{\partial L^*}{\partial p} > 0$

5 章 労働需要（基礎編） 89

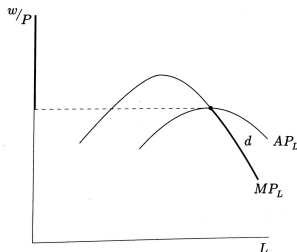


図 5.6 短期の労働需要曲線

# 短期における比較静学：資本価格の効果

短期では、資本が一定のままなので、分析しない。

資本価格は労働需要に影響しない。

# 長期の労働需要

長期では、企業は利潤最大化するために、最適な労働投入量と資本投入量を選ぶ。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \pi(L, K) = pq - (wL + rK) \\ \text{s.t.} \quad & q = F(L, K) \end{aligned} \tag{5.2}$$

仮に利潤最大化が達成するような財の生産量があったとして、

$$q^* = F(L^*, K^*) \tag{5.14}$$

同一の等量曲線の上で、任意の  $(L, K)$  の組み合わせを選べるわけ。(矛盾... 最適ではない)

なので、利潤最大化をするために、最適な生産量  $q^*$  における等量曲線上の費用最小化するような  $(L, K)$  の組み合わせを決めないといけない。

# 利潤最大化と費用最小化

長期では、2段階の問題を解けなければならない。第1段階は、次の費用最小化問題。

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & C = wL + rK \\ \text{s.t.} \quad & F(L, K) = q \end{aligned} \tag{5.16}$$

つまり、任意の生産量  $q$  の時、費用最小化するような  $(L, K)$  を決めること。費用最小化の解となる  $(\hat{L}, \hat{K})$  は  $q, w, r$  の関数。最小費用  $\hat{C}(q, w, r)$  は総費用関数と呼ぶ。

第2段階では、利潤最大化問題を解く。

$$\text{Max} \quad \pi = pq - \hat{C}(q, w, r) \tag{5.17}$$

# 等費用線、費用最小化の限界原理

費用最小化するとき、等費用線が役に立つ。  $K = \frac{c}{r} - \frac{w}{r}L$

92

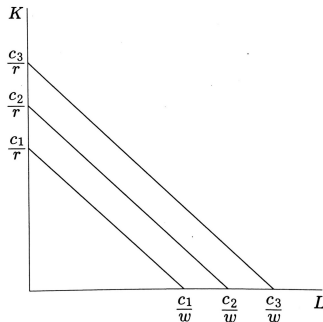


図 5.7 等費用線図

## 等費用線、費用最小化の限界原理

費用最小化が達成するときに、等費用線の傾きが等量曲線の傾きに等しくなければならない。

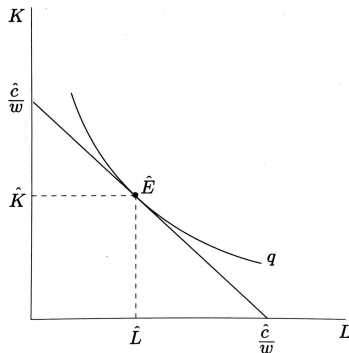


図 5.8 費用最小化

## 等費用線、費用最小化の限界原理

つまり、

$$\frac{w}{r} = MRTS_{LK}(\hat{L}, \hat{K}) \quad (5.20)$$

右辺は労働の資本に対する限界代替率。 $MRTS_{LK}(\hat{L}, \hat{K}) = \frac{MP_L(\hat{L}, \hat{K})}{MP_K(\hat{L}, \hat{K})}$  によって、右辺は労働の限界生産物（を資本単位で測定したもの）と解釈できる。

左辺は労働の限界費用（を資本単位で測定したもの）と解釈できる。

労働と資本は、（労働の）限界費用と限界生産物が等しくなるよう、決定される。



# 利潤最大化の限界原理

$$\text{Max } \pi = pq - \hat{C}(q, w, r) \quad (5.23)$$

94

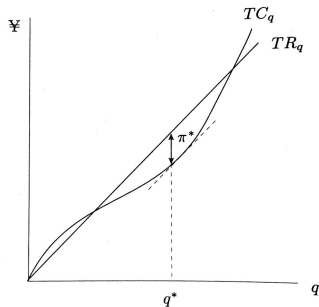


図 5.9 総収入と総費用

# 利潤最大化の限界原理

利潤は総収入関数と総費用関数の差となる。利潤最大化のとき、総収入関数の傾きと総費用関数の傾きが等しくなる。

つまり、一階条件により

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 0$$

つまり、

$$p = \frac{\partial \hat{C}}{\partial q} = MC(q^*, w, r)$$

# 長期における比較静学

長期では、企業は資本と労働の両方を調整できるので、資本-労働平面で等量曲線や等費用線により、比較静学ができる。

ここで、内生変数は  $(L, K)$ 、外生変数は  $w, p, r$  である。

賃金、生産物価格、資本価格の中、一つの要素しか変動させたことが労働と資本の需要に与える効果を分析。

$$\frac{w}{r} = MRTS_{LK}(L, K)$$

$$p = MC(q, w, r)$$

# 長期における比較静学: 賃金の効果

賃金を上げる場合、労働と資本の投入量は両方減少する。

98

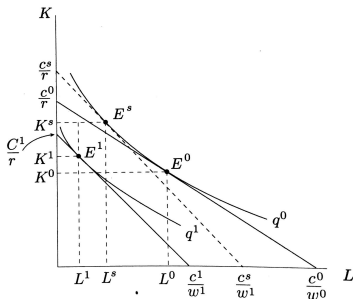


図 5.10 賃金上昇の効果

# 代替効果と規模効果

賃金を上げる場合、

- ▶ 代替効果より、労働は減少、資本が増加（代替的な関係）
- ▶ 規模効果より、労働はさらに減少、資本が減少（変化の方向は一緒）

# 長期における比較静学: 生産物価格の効果

$p$  を増やすと、等費用線の傾きは変わらない。規模効果より、資本と労働は両方減少。

5 章 労働需要 (基礎編) 99

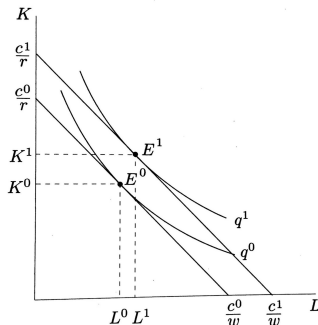


図 5.11 生産物価格上昇の効果

# 長期における比較静学: 資本価格の効果

$r$ を増やすと、代替効果より、労働は増加、資本は減少。規模効果より、労働は減少、資本は減少。ただし、総合効果では、労働の変化は不明。

100

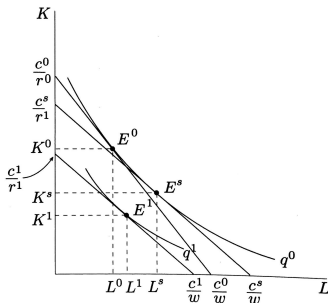


図 5.12 資本価格上昇の効果

# 労働需要の弾力性

労働需要の弾力性は労働需用量の変化率と賃金の変化率の比として定義される。

$$\epsilon_{Lw} = \frac{\Delta L/L}{\Delta w/w} = \frac{\Delta L}{\Delta w} * \frac{w}{L}$$

労働需要の弾力性は以下の時、上昇する

- ▶ 労働と資本の代替性を増やすとき

労働の資本に対する限界代替率  $MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$

- ▶ 生産財に対する需要の弾力性を増やすとき
- ▶ 労働費用の割合を増やすとき
- ▶ 資本の供給の弾力性を増やすとき