HW15 P01

$x \in \mathbb{R}^2$, $\phi(\cdot)$ of

a) $(x_1^T x_2)^3 = k\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix}\right) = (x_1 x_1' + x_2 x_2')^3 = (x_1 x_1')^3 + (x_2 x_2')^3 + 3(x_1 x_1')^2 (x_2 x_2') + 3(x_1 x_1')(x_2 x_2')^2$

$= \begin{pmatrix} x_1^3 & \sqrt{3} x_1^2 & \sqrt{3} x_1 x_2^2 & x_2^3 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1'^3 \\ \sqrt{3} x_1'^2 x_2' \\ \sqrt{3} x_1' x_2'^2 \\ x_2'^3 \end{pmatrix}$

$\phi(x_1)^T =$

$\phi(x_2) =$

b) $(1 + x_1^T x_2)^3 = (1 + (x_1 x_1') + (x_2 x_2'))^3 = 1 + (x_1 x_1')^3 + (x_2 x_2')^3 + 3(x_1 x_1')^2 (x_2 x_2') + 3(x_1 x_1')(x_2 x_2')^2 + 3(x_1 x_1')^2 + 3(x_2 x_2')^2 + 3(x_1 x_1') + 3(x_2 x_2') + 6(x_1 x_1')(x_2 x_2')$

$= \begin{pmatrix} 1 & x_1^3 & \sqrt{3} x_1^2 x_2 & \sqrt{3} x_2^2 x_1 & \sqrt{3} x_1^2 & \sqrt{3} x_2^2 & \sqrt{3} x_1 & \sqrt{3} x_2 & \sqrt{6} x_1 x_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & x_1'^3 & \cdots \end{pmatrix}$

$\phi(x_1) = \begin{pmatrix} 1 & x_1^3 & \sqrt{3} x_1^2 x_2 & \sqrt{3} x_1 x_2^2 & \sqrt{3} x_1^2 & \sqrt{3} x_2^2 & \sqrt{3} x_1 & \sqrt{3} x_2 & \sqrt{6} x_1 x_2 \end{pmatrix}^T$

$\phi(x_2) = \begin{pmatrix} 1 & x_1'^3 & \sqrt{3} x_1'^2 x_2' & \sqrt{3} x_2'^2 x_1' & \sqrt{3} x_1'^2 & \sqrt{3} x_2'^2 & \sqrt{3} x_1' & \sqrt{3} x_2' & \sqrt{6} x_1' x_2' & x_2'^3 \end{pmatrix}^T$

c) $(x_1^T x_2) = (x_1 x_1' + x_2 x_2')$

$\phi(x_1) = (x_1 \quad x_2)$

$\phi(x_2) = (x_1' \quad x_2')$

d) $(1 + x_1^T x_2)^2 = (1 + x_1 x_1' + x_2 x_2')^2 = 1 + (x_1 x_1')^2 + (x_2 x_2')^2 + 2x_1 x_1' + 2x_2 x_2' + 2(x_1 x_1')(x_2 x_2')$

$\phi(x_1) = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} x_1 & \sqrt{2} x_2 & x_1^2 & \sqrt{2} x_1 x_2 & x_2^2 \end{pmatrix}^T$

$\phi(x_2) = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} x_1' & \sqrt{2} x_2' & x_1'^2 & \sqrt{2} x_1' x_2' & x_2'^2 \end{pmatrix}$