

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ОТЧЕТ

по учебно-исследовательской работе №1

«Обработка результатов измерений: статистический анализ числовой
последовательности»

по дисциплине «**Моделирование**»

Вариант 51

Авторы: Кулаков Н. В.

Факультет: ПИиКТ

Группа: Р34312

Преподаватель: Алиев Т.И



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург 2023

Содержание

1. Постановка задачи и исходные данные.....	3
2. Выполнение.....	3
2.1. Обработка заданной ЧП.....	3
2.2. График значений для заданной ЧП.....	4
2.3. Автокорреляционный анализ.....	5
2.4. Гистограмма распределения частот.....	6
2.5. Аппроксимация закона распределения.....	6
2.6. Алгоритм для генерации.....	7
2.7. Характеристики и графики для сгенерированной последовательности.....	8
3. Выводы.....	11

1. Постановка задачи и исходные данные

Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым моментам случайной величины.

Вариант 51.

2. Выполнение

2.1. Обработка заданной ЧП

Таблица 1 - Характеристики заданной ЧП (Вариант 51)

Характеристик а		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300
Мат. ож.	Знач	21.232	24.745	25.591	23.521	22.312	22.707
	%	-6.496%	8.971%	12.7%	3.581%	-1.743%	
Дов. инт. (0.9)	Знач	21.232 ± 20.217	24.745 ± 13.293	25.591 ± 9.36	23.521 ± 6.535	22.312 ± 4.414	22.707 ± 3.696
	%	-6.496% ± 446.917%	8.971% ± 259.613%	12.7% ± 153.204%	3.581% ± 76.796%	-1.743% ± 19.397%	
Дов. инт. (0.95)	Знач	21.232 ± 24.117	24.745 ± 15.858	25.591 ± 11.166	23.521 ± 7.796	22.312 ± 5.265	22.707 ± 4.41
	%	-6.496% ± 446.917%	8.971% ± 259.613%	12.7% ± 153.204%	3.581% ± 76.796%	-1.743% ± 19.397%	
Дов. инт. (0.99)	Знач	21.232 ± 31.697	24.745 ± 20.842	25.591 ± 14.675	23.521 ± 10.246	22.312 ± 6.92	22.707 ± 5.796
	%	-6.496% ± 446.917%	8.971% ± 259.613%	12.7% ± 153.204%	3.581% ± 76.796%	-1.743% ± 19.397%	
Дисперсия	Знач	1362.667	1243.737	1590.16	1566.33	1435.968	1513.476
	%	-9.964%	-17.823%	5.067%	3.492%	-5.121%	
С.к.о.	Знач	38.911	36.183	40.282	39.776	37.989	38.968

	%	-0.147%	-7.148%	3.37%	2.073%	-2.513%	
К-т вариации	Знач	1.833	1.462	1.574	1.691	1.703	1.716
	%	6.79%	-14.793%	-8.279%	-1.456%	-0.783%	

Анализ характеристик будет произведен при аппроксимации закона распределения.

2.2. График значений для заданной ЧП

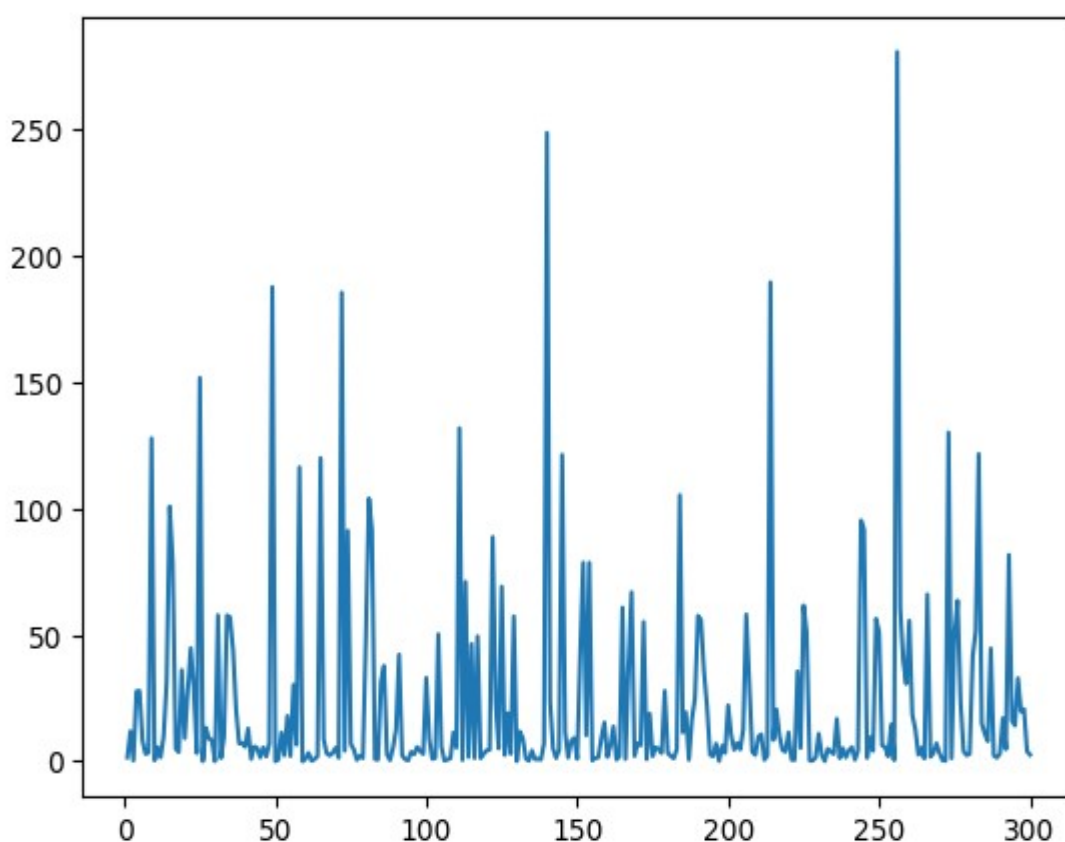


Рисунок 1 - График значений для заданной числовой последовательности

На Рисунок 1 заметим, что заданная числовая последовательность не является периодической. Кроме того, она не является возрастающей / убывающей.

Последнее также может быть выяснено на основании обработки ЧП: медиана не колеблется для каждой выборки в определенном промежутке (не возрастает и не убывает), тоже самое можно сказать и про дисперсию.

2.3. Автокорреляционный анализ

Таблица 2 - Автокорреляционный анализ ЧП

Сдвиг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
К-т АК	-0.012	-0.011	-0.108	-0.065	-0.049	-0.014	0.073	-0.082	0.068	0.017

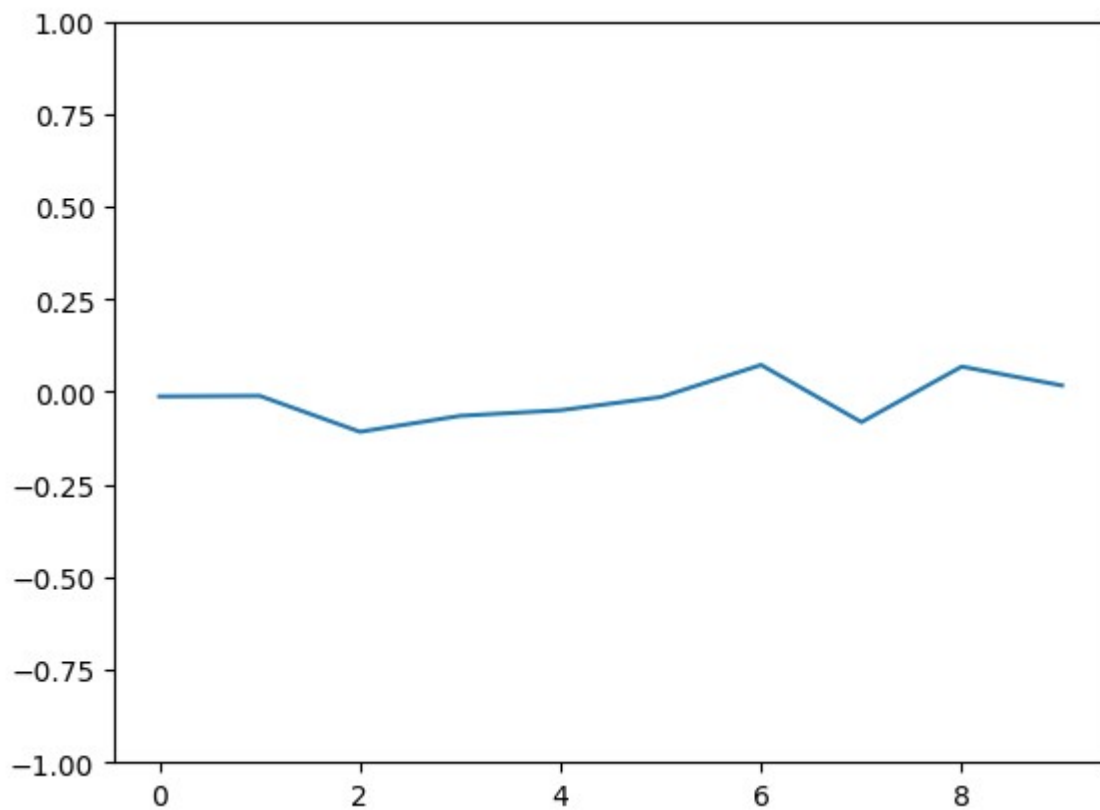


Рисунок 2 - Автокорреляционный анализ ЧП

На основании полученных результатов автокорреляционного анализа последовательность не имеет зависимости, так как значения АК при сдвигах не имеют значительных значений, а близки к 0. Таким образом, последовательность является случайной.

2.4. Гистограмма распределения частот

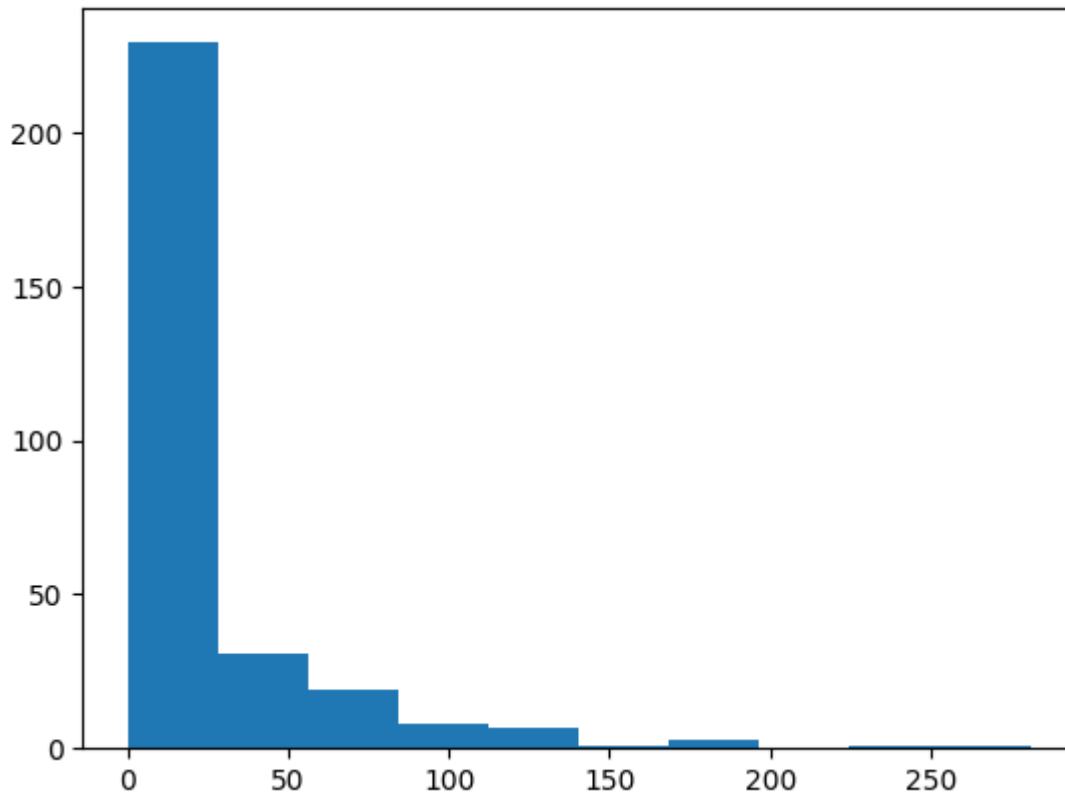


Рисунок 3 - Гистограмма распределения частот ЧП

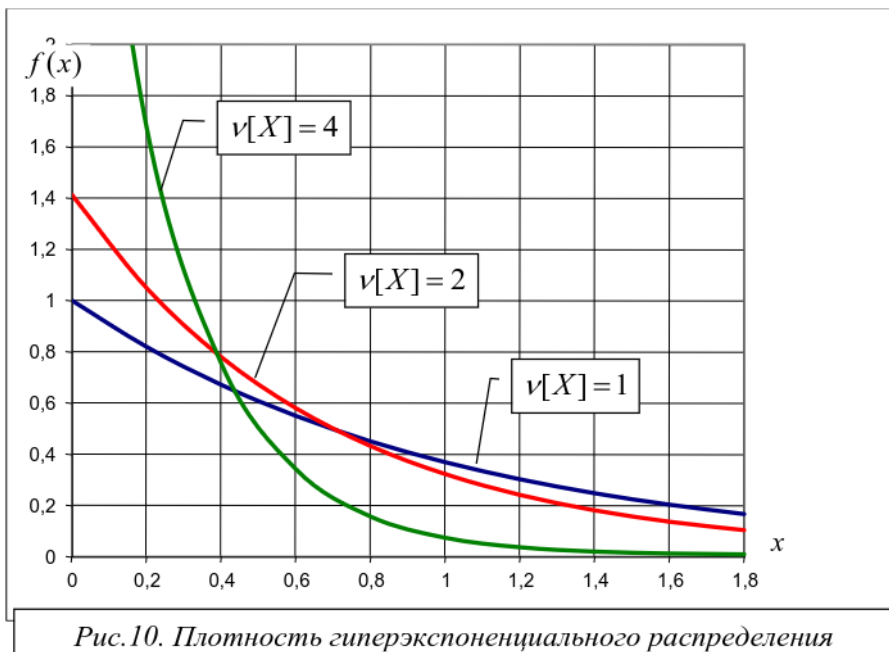


Рис.10. Плотность гиперэкспоненциального распределения

Рисунок 4 - из Т.И.Алиев. Элементы теории вероятности

На Рисунке 3, по тому, что большинство значений случайных величин близки к нулю, это может судить о гиперэкспоненциальности графика с коэффициентом вариации большим единицы (это же демонстрируется и на Рисунке 4).

Гиперэкспоненциальные последовательности характеризуются тем, что обладают «тяжелым хвостом», говорящим о том, что несмотря на большую часть значений, меньших медианы, в последовательности будут с большей долей вероятности по сравнению с экспоненциальным распределением присутствовать огромные значения. Это также можно заметить.

2.5. Аппроксимация закона распределения

Так как последовательность является случайной невозрастающей с коэффициентом вариации большим единицы, то в качестве аппроксимирующего закона распределения для генератора выберу гиперэкспоненциальный метод распределения с заданным коэффициентом вариации. Вычислю коэффициенты по двум начальным моментам в соответствие с выведенной формулой.

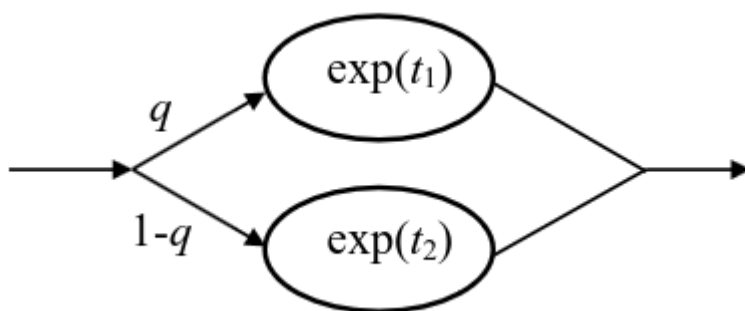


Рисунок 5 - Двухфазное представление гиперэкспоненциального распределения

Для аппроксимации закона распределения с коэффициентом вариации $v > 1$ двухфазным гиперэкспоненциальным распределением следует выбрать значение вероятности q из условия:

$$q \leq \frac{2}{1+v^2}$$

и рассчитать значения t_1 и t_2 по формулам:

$$t_1 = \left[1 + \sqrt{\frac{1-q}{2q}} (v^2 - 1) \right] t; \quad t_2 = \left[1 - \sqrt{\frac{q}{2(1-q)}} (v^2 - 1) \right] t.$$

$v=1.741 \Rightarrow q_{\max}=0.496$

Пусть $q = 0.38$. Тогда рассчитав получим:

$t=22.707, t_1=51.311, t_2=5.176$

2.6. Алгоритм для генерации

```
import random as rd
```

```
class Generator:
```

```
    def __init__(self, q, t1, t2):
```

```
        self.q = q
```

```
        self.t1 = t1
```

```
        self.t2 = t2
```

```
    def __exponent(self, m, x):
```

```
        return (-1) * math.log(x) * m
```

```
    def random(self):
```

```
        rq = rd.random()
```

```
        rx = rd.random()
```

```
        if rq <= q:
```

```
            return self.__exponent(self.t1, rx)
```

```
        else:
```

```
            return self.__exponent(self.t2, rx)
```

```
gen = Generator(q, t1, t2)
```

2.7. Характеристики и графики для сгенерированной последовательности

Таблица 3 - Характеристики сгенерированной ЧП при seed=22

Характеристик а		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300

Мат. ож.	Знач	15.693	14.373	14.786	20.67	22.859	24.013
	%	-26.09%	-41.913%	-42.221%	-12.119%	2.454%	5.751%
Дов. инт. (0.9)	Знач	15.693 ± 17.142	14.373 ± 10.578	14.786 ± 7.08	20.67 ± 5.715	22.859 ± 4.42	24.013 ± 3.678
	%	-26.09% ± -15.207%	-41.913% ± -20.422%	-42.221% ± -24.351%	-12.119% ± -12.547%	2.454% ± 0.14%	5.751% ± - 0.495%
Дов. инт. (0.95)	Знач	15.693 ± 20.45	14.373 ± 12.619	14.786 ± 8.447	20.67 ± 6.818	22.859 ± 5.272	24.013 ± 4.388
	%	-26.09% ± -15.207%	-41.913% ± -20.422%	-42.221% ± -24.351%	-12.119% ± -12.547%	2.454% ± 0.14%	5.751% ± - 0.495%
Дов. инт. (0.99)	Знач	15.693 ± 26.877	14.373 ± 16.585	14.786 ± 11.101	20.67 ± 8.961	22.859 ± 6.929	24.013 ± 5.767
	%	-26.09% ± -15.207%	-41.913% ± -20.422%	-42.221% ± -24.351%	-12.119% ± -12.547%	2.454% ± 0.14%	5.751% ± - 0.495%
Дисперсия	Знач	979.742	787.616	910.015	1197.92	1440.002	1498.531
	%	-28.101%	-36.673%	-42.772%	-23.521%	0.281%	-0.987%
С.к.о.	Знач	32.994	28.794	30.473	34.785	38.043	38.776
	%	-15.207%	-20.422%	-24.351%	-12.547%	0.14%	-0.495%
К-т вариации	Знач	2.102	2.003	2.061	1.683	1.664	1.615
	%	14.725%	36.998%	30.929%	-0.488%	-2.258%	-5.907%

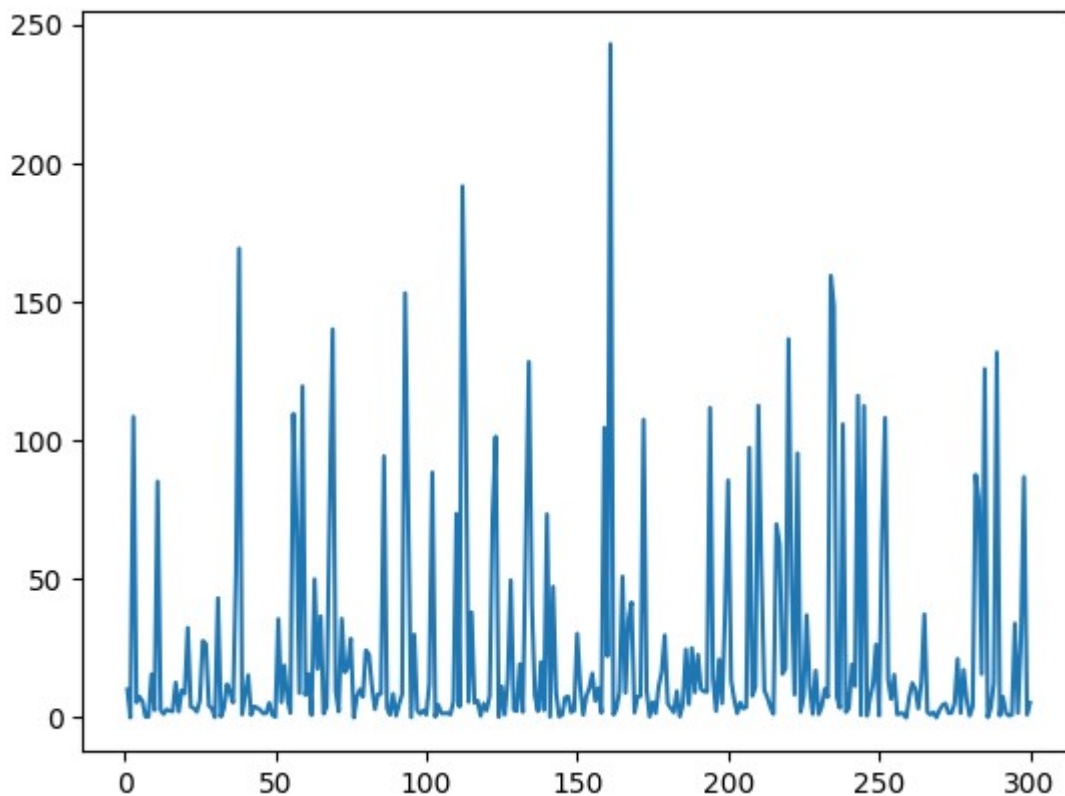


Рисунок 6 - График значений для сгенерированной ЧП seed=22

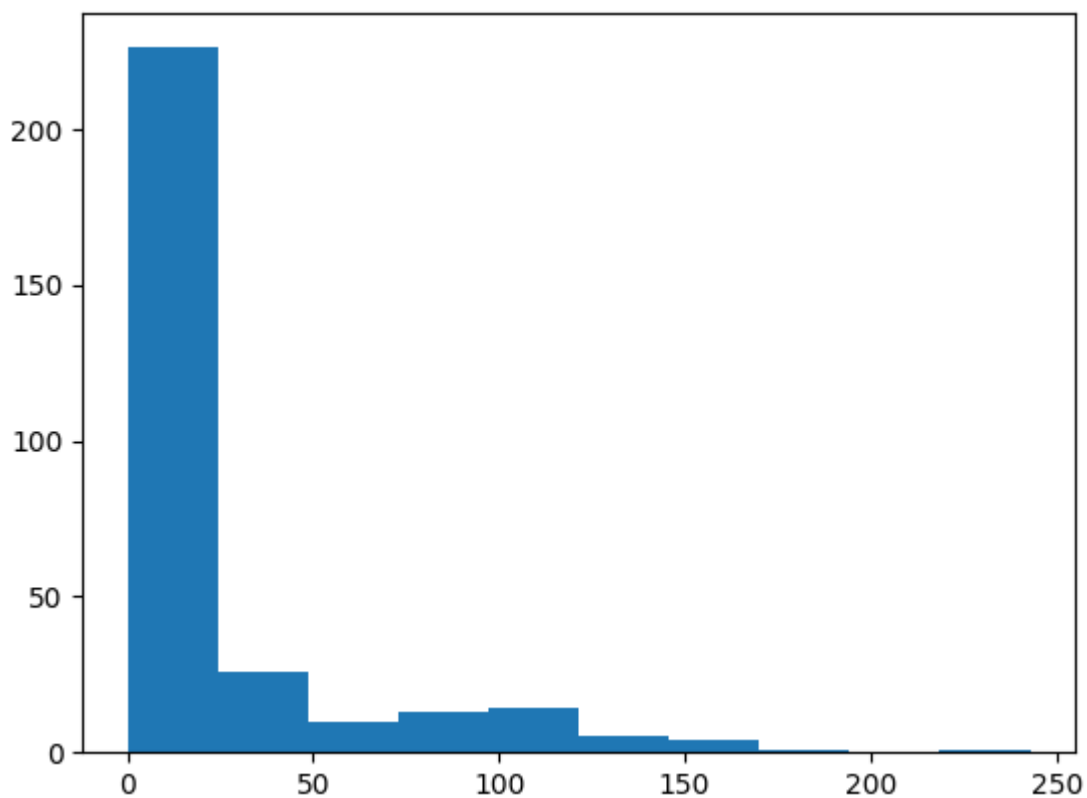


Рисунок 7 - Гистограмма распределения частот СЧП seed=22

На основании гистограмм распределения частот и графикой значений визуально можно сказать о схожести данной и сгенерированной ЧП при seed=22. При других седах из-за малой выборки (300 все-таки мало, чтобы говорить о точности характеристик) результаты могут отличаться.

Таблица 4 - Автокорреляционный анализ СП seed=22

Сдвиг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
К-т АК	0.078	-0.02	0.01	-0.045	-0.096	0.022	0.007	-0.034	0.004	0.046
%	-744%	83%	-109%	-29%	94%	-256%	-90%	-58%	-94%	164%

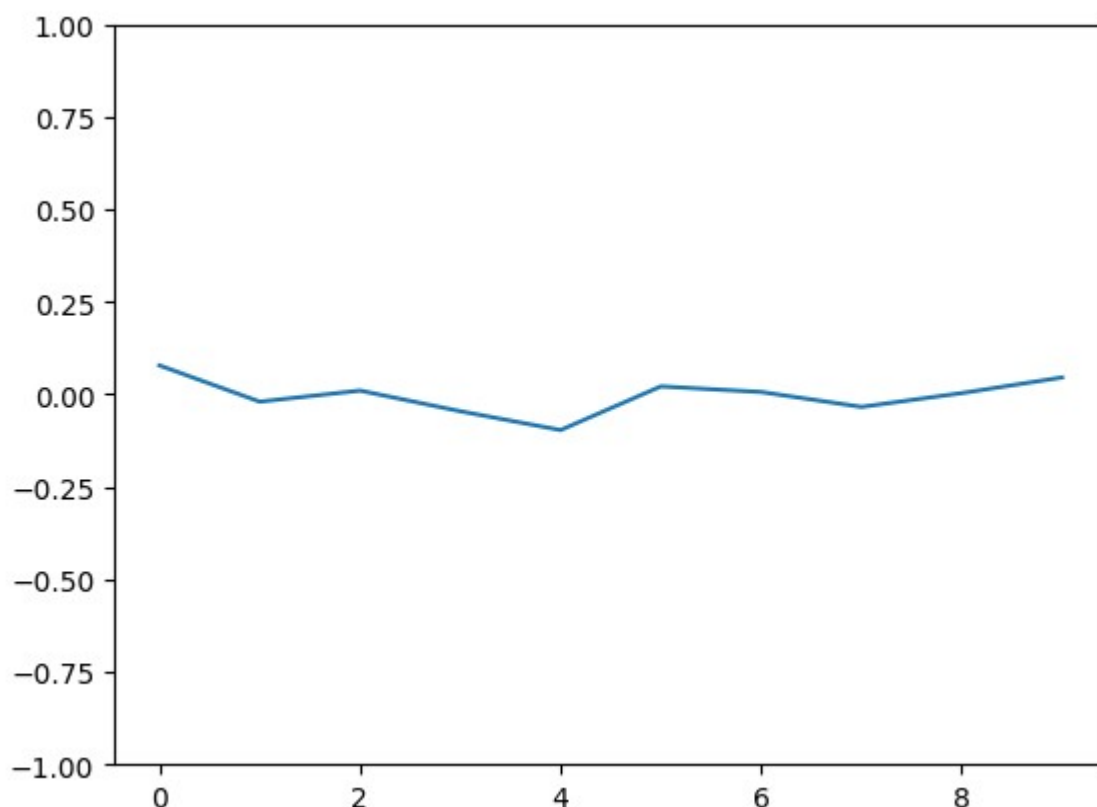


Рисунок 8 - Автокорреляционный анализ СЧП seed=22

Результат автокорреляционного анализа показал, что сгенерированная последовательность также не является зависимой, поскольку коэффициент корреляции близок к 0. Проценты большие, так как сами значения близки к нулю.

Коэффициент корреляции для отсортированной исходной и сгенерированной последовательности равен 0.978.

3. Выводы

В ходе изучения характеристик, а также с помощью гистограммы и графика значений, по данной последовательности были выявлено, что она предположительно сгенерирована генератором гиперэкспоненциального распределения.

По значению вариации и медианы был предложен параметр q и был реализован двухфазный генератор гиперэкспоненциального распределения, генерируемая последовательность которого походит на данную ЧП.

На основании сгенерированной последовательности при $\text{seed}=22$ были изучены ее характеристики, проведены относительные сравнения с данной ЧП и был произведен автокорреляционный анализ, что в результате показало независимость СЧП.