

**Trabajo autónomo - Álgebra Lineal**

Primer Ciclo "A" - Ingeniería de Software

**Estudiante:** Ariel Alejandro Calderón

1. Escribe la matriz aumentada de este sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 10 \\ x_1 + 5x_3 = 15 \\ -x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$$

**Respuesta:**

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 5 & 15 \\ 0 & -1 & 1 & 20 \end{array} \right]$$

2. Escribe el sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz aumentada:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -5 \end{array} \right]$$

**Respuesta:**

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$$

3. Si una matriz está en forma reducida, indícalo. Si no lo está, explica por qué e indica la(s) operación(es) necesaria(s) para transformar la matriz a forma reducida:

a.  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$  **Respuesta:** La matriz está en forma reducida.

b.  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$  **Respuesta:** No está en forma reducida. Realizar las siguientes

operaciones:

- Fila 1: Sumar Fila 2 a Fila 1
- Fila 2: Dividir Fila 2 por 2

4. **Escribe el sistema lineal correspondiente a cada matriz aumentada reducida y escribe la solución del sistema:**

a.  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$

**Respuesta:**

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 3 \end{cases}$$

b.  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$

**Respuesta:**

$$\begin{cases} x_1 = 4 + 2s - 3t \\ x_2 = 1 + s - 2t \\ x_3 = s \\ x_4 = t \end{cases}$$

donde  $s$  y  $t$  son parámetros arbitrarios.

5. ¿En cuál de los Problemas 20, 22, 24, 26 y 28 el número de unos más a la izquierda es menor que el número de variables?:

**Respuesta:**

22, 26, 28

6. Si el número de unos más a la izquierda es menor que el número de variables y el sistema es consistente, entonces el sistema tiene infinitas soluciones:

**Respuesta:**

Cierto

7. Usa operaciones de fila para cambiar cada matriz a forma reducida:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 3 & 5 & 7 & 30 \end{array} \right]$$

**Respuesta:**

$$R_2 - 3R_1 \rightarrow R_2 \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \end{array} \right]$$

$$\frac{1}{2}R_2 \rightarrow R_2 \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$R_1 - R_2 \rightarrow R_1 \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

8. Resuelve usando eliminación de Gauss–Jordan:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 11x_3 = 7 \end{cases}$$

**Respuesta:**

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & -1 & -7 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 11 & 7 \end{array} \right]$$

$$R_2 - \frac{1}{3}R_1 \rightarrow R_2 \left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & -1 & -7 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \\ 2 & 0 & 11 & 7 \end{array} \right]$$

$$R_3 - \frac{2}{3}R_1 \rightarrow R_3 \left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & -1 & -7 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{10}{3} & \frac{35}{3} & \frac{35}{3} \end{array} \right]$$

$$R_3 - 5R_2 \rightarrow R_3 \left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & -1 & -7 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 11x_3 = 7 \end{cases}$$

$$5x_3 = 5 \rightarrow x_3 = 1$$

$$-\frac{2}{3}x_2 = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}x_3 = 0$$

$$x_1 = -7 - 5x_2 + x_3 = -6$$

$$x_1 = -6$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 1$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 = 7 \\ x_1 - x_2 = -2 \end{cases}$$

**Respuesta:**

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 7 \\ 1 & -1 & -2 \end{array} \right]$$

$$R_2 - \frac{3}{2}R_1 \rightarrow R_2 \left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & 7 \\ 0 & -1 & -2 \end{array} \right]$$

$$R_3 - \frac{1}{2}R_1 \rightarrow R_3 \left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & 7 \\ 0 & \frac{-1}{2} & -2 \end{array} \right]$$

$$R_3 - \frac{-1}{7}R_2 \rightarrow R_3 \left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ \frac{7}{2}x_2 = 7 \\ 0 = -1 \end{cases}$$

No hay soluciones.