

Cuestionario

Resuelva las siguientes derivadas:

1. $f(x) = 2x^2 + x^3 - x^2 + 4$

Respuesta:

$$f'(x) = 4x + 3x^2 - 2x = 3x^2 + 2x$$

2. $f(x) = \frac{x^3 + 2}{3}$

Respuesta:

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{d}{dx}(x^3 + 2) = \frac{1}{3} \cdot (3x^2) = x^2$$

3. $f(x) = \frac{1}{x}$

Respuesta:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

4. $f(x) = \frac{1}{3x^2}$

Respuesta:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} x^{-2} \right) = \frac{1}{3} \cdot (-2x^{-3}) = -\frac{2}{3x^3}$$

5. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

Respuesta:

$$f'(x) = \frac{(x-1) \cdot 1 - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

6. $f(x) = 5x^2 - 3(x^2 + x + 4)$

Respuesta:

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x^2 - 3x^2 - 3x - 12 = 2x^2 - 3x - 12 \\ f'(x) &= 4x - 3 \end{aligned}$$

$$7. f(x) = \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2}$$

Respuesta:

$$f(x) = 5x^{-5} + 3x^{-2}$$

$$f'(x) = -25x^{-6} - 6x^{-3} = -\frac{25}{x^6} - \frac{6}{x^3}$$

$$8. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Respuesta:

$$f(x) = x^{-1/2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-3/2} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$9. f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x}}$$

Respuesta:

$$f(x) = x^{-3/2}$$

$$f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-5/2} = -\frac{3}{2x^{5/2}}$$

$$10. f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}$$

Respuesta:

$$f(x) = x^{2/3} + x^{1/2}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3} + \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$11. f(x) = (x^2 + 3x + 2)^4$$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f'(x) = 4(x^2 + 3x + 2)^3 \cdot (2x + 3)$$

12. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f(x) = (x^2 - 2x + 3)^{1/2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 3)^{-1/2} \cdot (2x - 2) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$$

13. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}}$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f(x) = \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{1/3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{-2/3} \cdot \left(\frac{(x^2 - 1)(2x) - (x^2 + 1)(2x)}{(x^2 - 1)^2} \right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{-2/3} \cdot \left(\frac{2x(x^2 - 1 - x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^2} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{-2/3} \cdot \left(\frac{-4x}{(x^2 - 1)^2} \right)$$

14. $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f(x) = 10^{x^{1/2}}$$

$$f'(x) = 10^{x^{1/2}} \cdot \ln(10) \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{10^{\sqrt{x}} \ln(10)}{2\sqrt{x}}$$

15. $f(x) = e^{3-x^2}$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f(x) = e^{3-x^2}$$

$$f'(x) = e^{3-x^2} \cdot (-2x) = -2xe^{3-x^2}$$

$$16. f(x) = \frac{e^x + e^{-1}}{2}$$

Respuesta:

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-1})$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}e^x$$

$$17. f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

Respuesta:

Usamos la regla del cociente:

$$f'(x) = \frac{(x^2)(2e^{2x}) - (e^{2x})(2x)}{(x^2)^2} = \frac{2x^2e^{2x} - 2xe^{2x}}{x^4} = \frac{2xe^{2x}(x-1)}{x^4} = \frac{2e^{2x}(x-1)}{x^3}$$

$$18. f(x) = \ln(2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x)$$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f'(x) = \frac{1}{2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x} \cdot (8x^3 - 3x^2 + 6x - 3)$$

$$19. f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena:

$$f(x) = \ln(e^x + 1) - \ln(e^x - 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{e^x + 1} \cdot e^x - \frac{1}{e^x - 1} \cdot e^x = \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^x}{e^x - 1} = \frac{e^x(e^x - 1 - e^x - 1)}{(e^x + 1)(e^x - 1)} = \frac{-2e^x}{e^{2x} - 1}$$

$$20. f(x) = \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

Respuesta:

Usamos la regla de la cadena y la propiedad del logaritmo:

$$f(x) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1+x}{1-x}} \cdot \frac{(1-x) - (1+x)}{(1-x)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{(1+x)(1-x)} = \frac{-1}{(1-x^2)}$$