

Trabajo Autónomo 2.10 - Fundamentos de Física para Ingeniería

Segundo Ciclo "A" - Ingeniería de Software

Tema: CAPACITORES Y DIELECTRICOS

Estudiante: Ariel Alejandro Calderón

1. **Dado un capacitor de placas paralelas distanciadas 1 mm, Hallar el área de las placas para que su capacitancia sea de 1 F, 1 uF, 1 pF.:**

Para calcular el área A de las placas de un capacitor de placas paralelas con una capacitancia C , la fórmula es:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

donde:

- C es la capacitancia deseada,
- $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ es la permitividad del vacío,
- $d = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$ es la distancia entre las placas.

Para hallar A , despejamos en la ecuación:

$$A = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0}$$

1. Para $C = 1 \text{ F}$:

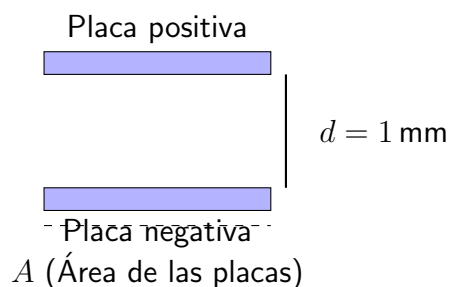
$$A = \frac{1 \text{ F} \times 1 \times 10^{-3} \text{ m}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 1,13 \times 10^8 \text{ m}^2$$

2. Para $C = 1 \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$A = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ F} \times 1 \times 10^{-3} \text{ m}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 113 \text{ m}^2$$

3. Para $C = 1 \text{ pF} = 1 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$A = \frac{1 \times 10^{-12} \text{ F} \times 1 \times 10^{-3} \text{ m}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 0,113 \text{ m}^2$$



2. Calcular la capacitancia de un cable coaxial en el vacío cuyos radios son de 1 mm y 2 mm y longitud 2m.

Para calcular la capacitancia C de un cable coaxial en el vacío, se usa la fórmula:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

donde:

- $L = 2 \text{ m}$ es la longitud del cable,
- $a = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$ es el radio interno,
- $b = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ es el radio externo.

Sustituyendo los valores:

$$C = \frac{2\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \times 2 \text{ m}}{\ln\left(\frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{1 \times 10^{-3} \text{ m}}\right)}$$

Calculamos el valor del logaritmo natural:

$$\ln\left(\frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}}\right) = \ln(2) \approx 0,693$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$C = \frac{2\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \times 2}{0,693} \approx 1,60 \times 10^{-10} \text{ F} = 160 \text{ pF}$$

Por lo tanto, la capacitancia del cable coaxial es aproximadamente 160 pF.

3. Calcular la capacitancia de un capacitor esférico de radios 2 mm y 4 mm respectivamente si el espacio entre los conductores está relleno de aceite, cuya permitividad eléctrica relativa es 4.

Para calcular la capacitancia C de un capacitor esférico con un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_r = 4$, usamos la fórmula:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{a \cdot b}{b - a}$$

donde:

- $\epsilon_r = 4$ es la permitividad relativa del dieléctrico,
- $a = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ es el radio interno,
- $b = 4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$ es el radio externo.

Sustituyendo los valores en la fórmula:

$$C = 4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \times 4 \times \frac{2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}}$$

Calculamos el valor del denominador:

$$4 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$C = 4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \times 4 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-3}}$$

Simplificando:

$$C = 4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \times 4 \times 4 \times 10^{-3} = 1,78 \times 10^{-11} \text{ F} = 17,8 \text{ pF}$$

Por lo tanto, la capacitancia del capacitor esférico es aproximadamente 17,8 pF.

4. Calcular la energía almacenada por los condensadores de los ejercicios anteriores si están sometidos a una diferencia de potencial de 100 voltios.

La energía almacenada U en un capacitor se calcula con la fórmula:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

donde:

- C es la capacitancia del capacitor,
- $V = 100 \text{ V}$ es la diferencia de potencial aplicada.

Calculamos la energía almacenada para cada uno de los capacitores obtenidos en los ejercicios anteriores.

1. Capacitor de placas paralelas (Ejercicio 1): - Para $C = 1 \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 1 \text{ F} \times (100 \text{ V})^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10000 = 5000 \text{ J}$$

- Para $C = 1 \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times 10000 = 0,005 \text{ J}$$

- Para $C = 1 \text{ pF} = 1 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-12} \times 10000 = 5 \times 10^{-9} \text{ J} = 5 \text{ nJ}$$

2. Capacitor coaxial (Ejercicio 2): - Para $C \approx 160 \text{ pF} = 160 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 160 \times 10^{-12} \times (100)^2 = 8 \times 10^{-7} \text{ J} = 0,8 \mu\text{J}$$

3. Capacitor esférico (Ejercicio 3): - Para $C \approx 17,8 \text{ pF} = 17,8 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 17,8 \times 10^{-12} \times (100)^2 = 8,9 \times 10^{-8} \text{ J} = 0,089 \mu\text{J}$$

5. Resolver los cuatro ejercicios anteriores, si los condensadores están rellenos de un dieléctrico cuya permitividad relativa es de 52, y una diferencia de potencial de 50 voltios.

Para resolver los ejercicios anteriores con un dieléctrico cuya permitividad relativa es $\varepsilon_r = 52$ y una diferencia de potencial de $V = 50 \text{ V}$, recalculamos la capacitancia de cada capacitor y la energía almacenada en cada caso.

La capacitancia con un dieléctrico se obtiene multiplicando la capacitancia en el vacío C_0 por ε_r :

$$C = \varepsilon_r \cdot C_0$$

1. Capacitor de placas paralelas (Ejercicio 1):

- Para $C_0 = 1 \text{ F}$:

$$C = 52 \times 1 \text{ F} = 52 \text{ F}$$

- Para $C_0 = 1 \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$C = 52 \times 1 \times 10^{-6} \text{ F} = 52 \times 10^{-6} \text{ F} = 52 \mu\text{F}$$

- Para $C_0 = 1 \text{ pF} = 1 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$C = 52 \times 1 \times 10^{-12} \text{ F} = 52 \text{ pF}$$

Calculamos la energía almacenada con $V = 50 \text{ V}$:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

- Para $C = 52 \text{ F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 52 \times (50)^2 = \frac{1}{2} \times 52 \times 2500 = 65000 \text{ J}$$

- Para $C = 52 \mu\text{F}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 52 \times 10^{-6} \times 2500 = 0,065 \text{ J}$$

- Para $C = 52 \text{ pF}$:

$$U = \frac{1}{2} \times 52 \times 10^{-12} \times 2500 = 6,5 \times 10^{-8} \text{ J} = 65 \text{ nJ}$$

2. Capacitor coaxial (Ejercicio 2):

Para $C_0 \approx 160 \text{ pF}$:

$$C = 52 \times 160 \text{ pF} = 8320 \text{ pF}$$

La energía almacenada es:

$$U = \frac{1}{2} \times 8320 \times 10^{-12} \times (50)^2 = 1,04 \times 10^{-6} \text{ J} = 1,04 \mu\text{J}$$

3. Capacitor esférico (Ejercicio 3):

Para $C_0 \approx 17,8 \text{ pF}$:

$$C = 52 \times 17,8 \text{ pF} = 925,6 \text{ pF}$$

La energía almacenada es:

$$U = \frac{1}{2} \times 925,6 \times 10^{-12} \times (50)^2 = 1,16 \times 10^{-7} \text{ J} = 0,116 \mu\text{J}$$

6. En las circunstancias del ejercicio 1, ¿qué cantidad de carga almacenarán cada condensador?

La cantidad de carga Q almacenada en un capacitor se calcula con la fórmula:

$$Q = C \cdot V$$

donde:

- C es la capacitancia del capacitor,
- V es la diferencia de potencial aplicada.

Utilizando los valores de capacitancia para cada caso en el Ejercicio 1 y una diferencia de potencial de $V = 100 \text{ V}$, calculamos la carga almacenada en cada capacitor.

Capacitor de placas paralelas (Ejercicio 1):

1. Para $C = 1 \text{ F}$:

$$Q = 1 \text{ F} \times 100 \text{ V} = 100 \text{ C}$$

2. Para $C = 1 \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$Q = 1 \times 10^{-6} \text{ F} \times 100 \text{ V} = 1 \times 10^{-4} \text{ C} = 100 \mu\text{C}$$

3. Para $C = 1 \text{ pF} = 1 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$Q = 1 \times 10^{-12} \text{ F} \times 100 \text{ V} = 1 \times 10^{-10} \text{ C} = 0,1 \text{ nC}$$

Capacitor coaxial (Ejercicio 2):

Para $C \approx 160 \text{ pF} = 160 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$Q = 160 \times 10^{-12} \text{ F} \times 100 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-8} \text{ C} = 16 \text{ nC}$$

Capacitor esférico (Ejercicio 3):

Para $C \approx 17,8 \text{ pF} = 17,8 \times 10^{-12} \text{ F}$:

$$Q = 17,8 \times 10^{-12} \text{ F} \times 100 \text{ V} = 1,78 \times 10^{-9} \text{ C} = 1,78 \text{ nC}$$