Ejercicios Propuestos

1. Exprese las sig. props utilizando los símbolos matemáticos y lógicos usuales:

b) El cuadrado de menos tres es nueve y es mayor que siete.

$$\left((-3)^2 = 9\right) \wedge \left((-3)^2 > 7\right)$$

j) Existen números enteros pares y números enteros impares.

$$\exists x \in \mathbb{Z} \left((x \text{ es par}) \vee (x \text{ es impar})\right)$$

d) Existe un número entero mayor que dos.

$$\exists!\, x \in \mathbb{Z} \,(x > 2)$$

l) El cero no es ni positivo ni negativo

$$(0 \text{ es positivo}) \downarrow (0 \text{ es negativo})$$

f) Todo número real cumple que él es positivo o su inverso aditivo es positivo, excepto 0.

n) El uno es neutro del producto en el conjunto de los números reales. ?

o) El producto de dos número enteros negativos es negativo.

$$\forall x \in \mathbb{Z}\ \forall y \in \mathbb{Z} \left(((x<0) \vee (y<0)) \rightarrow (x \cdot y < 0)\right)$$

h) La suma de dos números naturales es mayor que cada uno de ellos.

$$\forall x \in \mathbb{N}\ \forall y \in \mathbb{N} \left[(x+y > x) \wedge (x+y > y)\right]$$

Notas

4) Para todo número natural existe un natural mayor.

$\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} (x < y)$

5) No siempre la resta de dos números naturales es un número natural

$\sim \forall x, y, z \in \mathbb{N} (x - y = z)$

u) El cuadrado de la suma de dos números reales es el cuadrado del primero, más el doble del producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$\forall x, y \in \mathbb{R} ((x+y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2))$

w) Dado cualquier número real existe otro número real cuyo cuadrado es el número inicial.

$\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} (y^2 = x)$

2. Exprese en el lenguaje natural lo siguiente:

b) $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} (x > y)$

Para todo número natural existen otros número naturales menores.

h) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} (x < y)$

Para todo número natural existen números naturales menores.

d) $\forall x \in \mathbb{R} (x > 3 \rightarrow x^2 > 8)$

Si un número real es mayor a 3 entonces su valor al cuadrado será mayor a 8.

j) $\forall x \in \mathbb{R} (x \neq 0 \rightarrow \exists y \in \mathbb{R} (x \cdot y = 1))$

Para todo número real distinto de 0 existe otro númeral real tal que el producto de ambos sea 1.

f) $\forall x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} (x < y \rightarrow \exists z \in \mathbb{R} (x < z < y))$

Dados dos números reales, si el primero es menor que el segundo entonces existe un tercer número real mayor a primero y menor que el segundo.

l) $\forall x \in \mathbb{R} (x > 2 \rightarrow x + 1 > 3)$

Si sumamos 1 a un numero real mayor a dos, el resultado será mayor a 3.

n) $\exists x \in \mathbb{R} (x = 2 \vee x = 3)$: El dos y el tres existen en el conjunto de los reales.

3. Dados los sig. PROPS: exprese en símbolos

p: dos es par

q: dos es impar

r: tres es par

s: tres es impar

1) O bien dos es par o bien dos es impar : $p \vee q$

2) Si dos no es par, entonces tres es par y dos es impar. : $\sim p \rightarrow q \wedge r$

3) No sólo dos no es par sino que tampoco es impar. : $\sim p \wedge \sim q$

4) El que tres sea par equivale a que no sea impar. : $r \leftrightarrow \sim s$

$\not p \quad \alpha \quad (p \wedge \alpha) \to p$
V V V V
F V F V

4. Dados los sig. PRED.

$p(x)$: x es par

$q(x)$: x es impar

$r(x)$: x es mayor que cinco

$s(x)$: x es menor que diez.

1) $\forall x \in \mathbb{N} \, (p(x) \vee q(x))$
Los números naturales son pares e impares.

2) $\forall x \in \mathbb{N} \, (\sim r(x) \to s(x))$
Si un número natural no es mayor a 5 entonces es menor que diez.

3) $\sim \exists x \in \mathbb{N} \, (s(x) \wedge \sim r(x))$
No existe ningún número natural que sea menor a diez y no sea mayor que 5.

15. Demuestre que las sig. PROPS no son lógicamente verdaderas:

a) $(\overset{1}{\sim}(p \to q) \overset{2}{\leftrightarrow} (\sim p \to \sim q))$

p	q	$(p\to q)$	$\overset{1}{\sim}$	$(\sim p \to \sim q)$	$\overset{2}{\leftrightarrow}$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	F

R: Es una contigencia

b) $(\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q))$

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim$	$(\sim p \wedge \sim q)$	$\leftrightarrow$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V

R: Es una contingencia

c) $(\sim(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q))$

p	q	$(p \leftrightarrow q)$	$\sim$	$(\sim p \leftrightarrow \sim q)$	$\leftrightarrow$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F

R: Es una contradicción

21. Demuestre las siguientes equivalencias teniendo en cuenta que α es verdadera.

a) $(p \wedge \alpha) \equiv p$ — α no juega ningún papel aquí

- $(p \wedge \alpha) \to p$: Por simplificación, p es verdadera.
- $p \to (p \wedge \alpha)$: Dado α es verdadera, entonces $p \wedge \alpha$ es también verdadera

c) $(p \wedge (q \wedge \alpha)) \equiv (p \wedge q)$

- La veracidad de p depende de la de q ya que $(q \wedge \alpha)$ y por ende α no juega ningún papel aquí.

e) $((p \wedge (q \vee \alpha)) \equiv p$

- Dado que α es cierto, p mantendrá su valor booleano sin importar la veracidad de q.

ALGEBRA BOOLEANA : juego de 0 y 1

Tema | Día | Mes | Año | ESTILO

33. Hay tres hombres: José, Juan y Joaquín, cada uno de los cuales tiene 2 profesiones. Sus ocupaciones son las sig: cofer, comerciante, músico, pintor, jardinero y peluquero.

a) El chofer ofendió al músico.

• Determine el par que corresponde a cada hombre

b) El músico y el jardinero pasean con Juan.

JOSE ≠ J   P ≠ C   CH ≠ M

CH ≠ P   M ≠ J ≠ JUAN

c) El pintor compro al comerciante un libro de leche.

JOSE —— músico y comerciante J CH

d) El chofer molestaba a pintor

JOAQUÍN —— jardinero y chofer M

e) José debía $100 a jardinero

JUAN —— pintor y peluquero M J CH C

f) Joaquín venció a José y al pintor jugando ajedrez.