Informe de las prácticas de experimentación y aplicación de los aprendizajes
(Elaborada por los estudiantes de manera individual o grupal)

1. Datos Informativos:

Facultad:	*CIENCIAS ADMINISTRATIVAS GESTIÓN EMPRESARIAL E INFORMÁTICA*
Carrera:	***Software***
Asignatura:	***Calculo 1***
Ciclo:	***Primero***
Docente:	***Fís. Rafael Medina V. MSc.***
Título de la práctica:	***ESTUDIO DE LOS LÍMITES DE FUNCIONES***
No. de práctica:	***4***
Escenario o ambiente de aprendizaje de la practica	***GeoGebra***
No. de horas:	***6 horas***
Fecha:	***26/07/2024***
Estudiantes:	***Ariel Calderón, Hermelinda Ochoa, Jacson Narváez, Xiomara Punina, Hilda Cando.***
GRUPO No.	
Calificación	

2. **Introducción**:

La Matemática es una herramienta fundamental en el desarrollo de cualquier persona tanto como profesional y como ser humano; por ello los objetivos básicos de esta asignatura se enfocan al aprendizaje de las matemáticas como una herramienta de cálculo y, principalmente como una herramienta de desarrollo del pensamiento.
Muchos problemas de la vida real se describen a través de ecuaciones matemáticas o funciones; por ello es necesario conocer las características y propiedades de las diversas funciones.
Otra de las características de las funciones a tener en cuenta es la continuidad de las mismas y sus asíntotas si lo tuvieran

3. **Objetivo de la práctica**:

- **Objetivo 1**
  Determinar la continuidad y su tipo, de las funciones dadas, por observación directa del gráfico.
- **Objetivo 2**
  Graficar la(s) asíntotas obtenidas previamente (matemáticamente) mediante el graficador GeoGebra.

4. **Descripción del desarrollo de la práctica**:

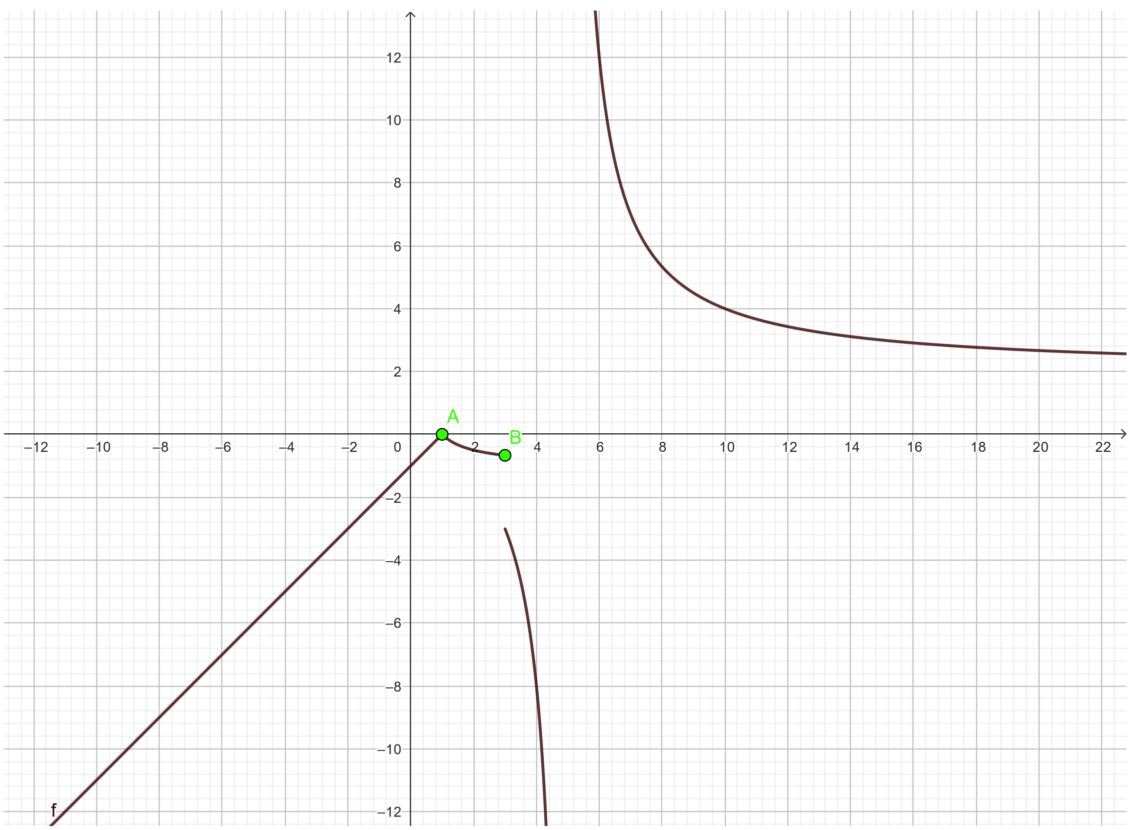
Funciones:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1}, & \text{si } x \leq 1 \\[2ex] \dfrac{1-x}{x}, & \text{si } 1 < x \leq 3 \\[2ex] \dfrac{2x}{x-5}, & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{en } x = 1 \text{ y en } x = 3$$

$$g(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Procedimiento:

1. **Graficar la función f(x) utilizando el GeoGebra.**



2. **Del gráfico determine si la función es continua en los puntos dados.**

Respuesta:

Para determinar si la función $f(x)$ es continua en los puntos dados $x = 1$ y $x = 3$, evaluamos la continuidad en cada uno de estos puntos:

1. En $x = 1$:

- Evaluamos el límite cuando x se acerca a 1 por la izquierda ($x \leq 1$):

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{1^2 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

- Evaluamos el valor de la función en $x = 1$:

$$f(1) = \frac{1^2 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

- Evaluamos el límite cuando x se acerca a 1 por la derecha ($1 < x \leq 3$):

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1 - x}{x} = \frac{1 - 1}{1} = 0$$

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la función es continua en $x = 1$ porque:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$$

2. En $x = 3$:

- Evaluamos el límite cuando x se acerca a 3 por la izquierda ($1 < x \leq 3$):

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} \frac{1 - x}{x} = \frac{1 - 3}{3} = -\frac{2}{3}$$

- Evaluamos el límite cuando x se acerca a 3 por la derecha ($x > 3$):

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x - 5} = \frac{2 \cdot 3}{3 - 5} = \frac{6}{-2} = -3$$

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la función no es continua en $x = 3$ porque:

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) \neq \lim_{x \to 3^+} f(x)$$

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la función $f(x)$ es discontinua en $x = 3$.

3. **Si es discontinua, diga de qué tipo es:**

Respuesta:

Para determinar si la discontinuidad en $x = 3$ es evitable o inevitable, debemos considerar lo siguiente:

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} \frac{1-x}{x} = \frac{1-3}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x-5} = \frac{2 \cdot 3}{3-5} = \frac{6}{-2} = -3$$

En este caso, los límites laterales son diferentes ($-\frac{2}{3}$ y -3), lo que significa que no es posible ajustar el valor de la función en $x = 3$ para igualar los límites.

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la discontinuidad en $x = 3$ es **inevitable**.

4. **Encuentre analíticamente la(s) asíntotas que tiene la función g(x)**

Respuesta:

Para encontrar las asíntotas de la función $g(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, analizamos los siguientes tipos de asíntotas:

1. Asíntotas verticales:

Las asíntotas verticales ocurren donde el denominador se hace cero y la función tiende a infinito. Para $g(x)$, esto ocurre cuando $x - 1 = 0$:

$$x = 1$$

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la función tiene una asíntota vertical en $x = 1$.

2. Asíntotas horizontales:

Las asíntotas horizontales se encuentran al evaluar el límite de la función cuando x tiende a $\pm\infty$. Para $g(x)$:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{x} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \lim_{x \to \infty} x \cdot 1 = \infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \lim_{x \to -\infty} x \cdot 1 = -\infty$$

$\Longrightarrow$ Por lo tanto, la función no tiene asíntotas horizontales ya que tiende a infinito tanto en $x \to \infty$ como en $x \to -\infty$.

3. Asíntotas oblicuas:

Las asíntotas oblicuas se encuentran cuando la función no tiene asíntotas horizontales, y se determinan mediante la división larga del numerador por el denominador. Realizamos la división de x^2 por $x - 1$:

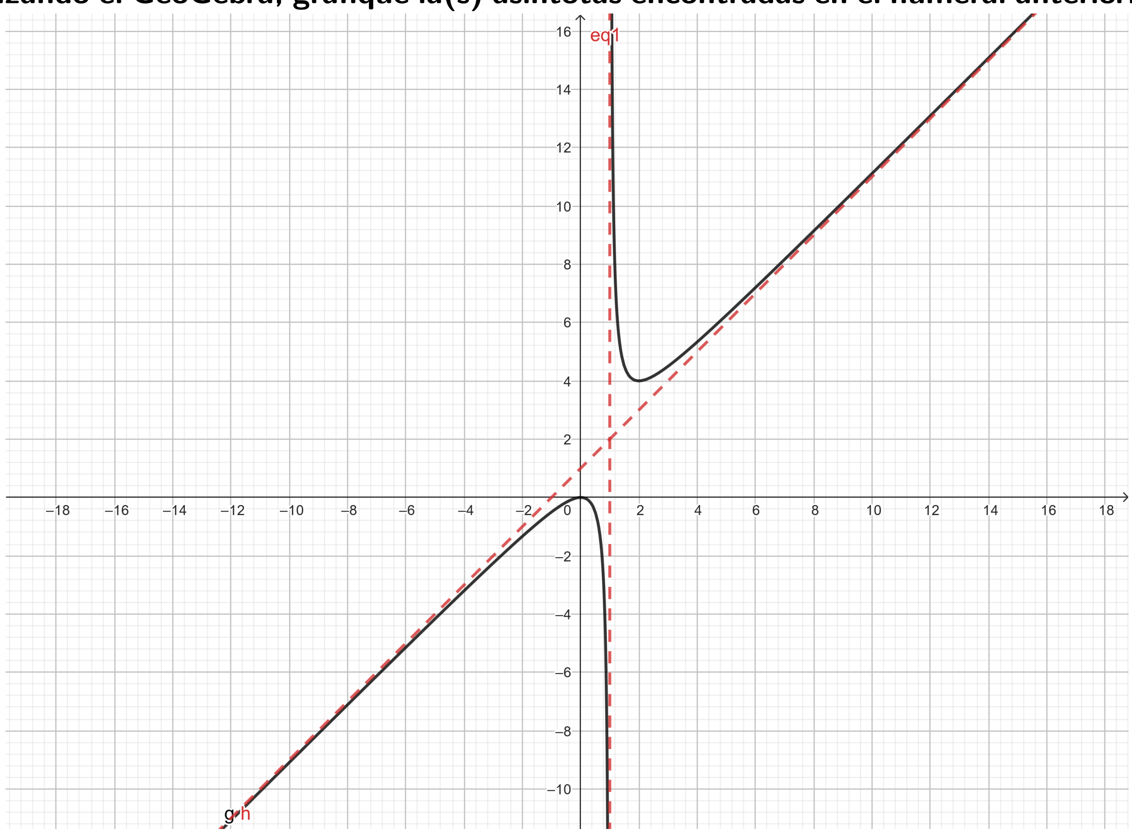
$$\frac{x^2}{x-1} = x + \frac{x}{x-1}$$

A medida que $x \to \infty$ o $x \to -\infty$, el término $\frac{x}{x-1}$ tiende a 1. Entonces, la asíntota oblicua es:

$$y = x + 1$$

$\implies$ Por lo tanto, la función $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$ tiene una asíntota vertical en $x = 1$ y una asíntota oblicua $y = x + 1$.

5. **Utilizando el GeoGebra, grafique la(s) asíntotas encontradas en el numeral anterior.**



5. **Metodología**:

Operativa desarrollando cálculos matemáticos y comparativa de funciones usando método gráfico.

6. **Resultados obtenidos:**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1}, & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{1-x}{x}, & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ \dfrac{2x}{x-5}, & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{en } x = 1 \text{ y en } x = 3$$

- La función $f(x)$ es discontinua en $x = 3$.
- La discontinuidad en $x = 3$ es **inevitable.**

$$g(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

- La función $g(x)$ tiene una asíntota vertical en $x = 1$.
- La función $g(x)$ no tiene asíntotas horizontales.
- La función $g(x)$ tiene una asíntota oblicua $y = x + 1$.

7. **Conclusiones**:

Las herramientas como GeoGebra son invaluables para agilizar cálculos en diversas áreas de las matemáticas. Su capacidad para realizar operaciones complejas de forma rápida y precisa permite a los usuarios visualizar y entender conceptos abstractos con mayor facilidad. Además, GeoGebra facilita la experimentación y la exploración de problemas matemáticos, fomentando un aprendizaje más interactivo y dinámico.

8. **Recomendaciones**:

- **Explora sus funcionalidades:** Dedicar tiempo a conocer todas las herramientas y opciones que ofrece GeoGebra para aprovechar al máximo su potencial.
- **Utiliza tutoriales y recursos en línea:** Aprovechar la amplia variedad de tutoriales, videos y foros disponibles para aprender y resolver dudas.
- **Integra en el aula:** Implementar GeoGebra en actividades educativas para fomentar un aprendizaje más interactivo y visual.
- **Experimenta y practica:** Explorar diferentes problemas y escenarios, la práctica continua mejora el dominio de la herramienta.

9. **Bibliografía:**

[1] GeoGebra - https://www.geogebra.org
[2] Todo sobre funciones - https://www.funciones.xyz/limite-de-una-funcion/
[3] Límite de una función - https://www.hiru.eus/es/matematicas/limite-de-una-funcion

10. **Anexos:**