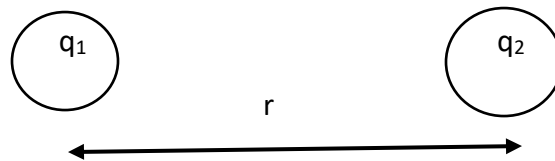


## CLASE 2.2

### Fuerza eléctrica: Ley de Coulomb.

El francés Charle Agustín Coulomb determinó experimentalmente la ley que determina la interacción de cuerpos cargados en reposo. Él determinó que la fuerza de interacción o fuerza electrostática es proporcional a las cargas entre los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



- Las fuerzas de interacción electrostática tienen dirección de la línea que une ambos cuerpos cargados y su sentido depende de los signos de sus cargas; son de repulsión cuando las cargas son de igual signo, y de atracción cuando las cargas tienen signo contrario.
- La fuerza que ejerce el primer cuerpo sobre el segundo tiene igual valor que la que ejerce el segundo sobre el primero, pero los sentidos son diferentes.

Pasando a igualdad la relación de proporcionalidad anterior tenemos la fórmula de la fuerza electrostática de forma escalar, que es la llamada **Ley de Coulomb**.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1)$$

donde K es la constante de proporcionalidad llamada constante eléctrica del medio donde se encuentran las cargas.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

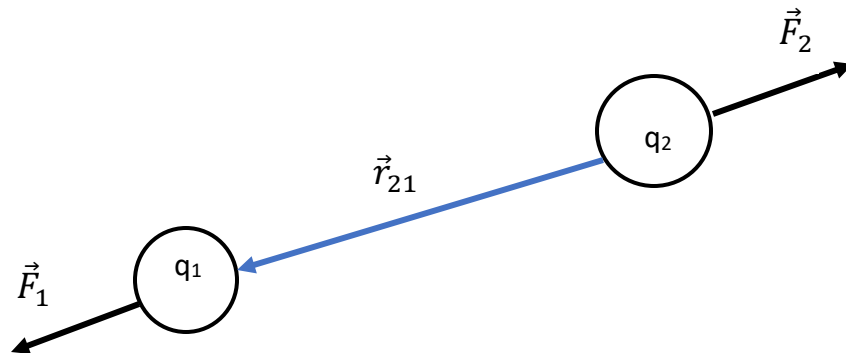
$\epsilon$  es la permitividad eléctrica del medio. Si el medio es el vacío (o aire) que se toma como referencia, en el sistema internacional  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \left[ \frac{C^2}{Nm^2} \right]$ , con lo que la constante eléctrica para el vacío es  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \left[ \frac{Nm^2}{C^2} \right]$

Trabajando vectorialmente la ley de Coulomb viene dada por:

$$\vec{F}_1 = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \vec{U}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad (2)$$

$\vec{F}_1$  es la fuerza que “siente” la  $q_1$  debido a la presencia de  $q_2$ .

Con  $\vec{U}_{21}$  el vector unitario del vector  $\vec{r}_{21}$ , que es el vector que inicia en la carga 2 y llega a la carga 1 como se puede ver en la siguiente figura.



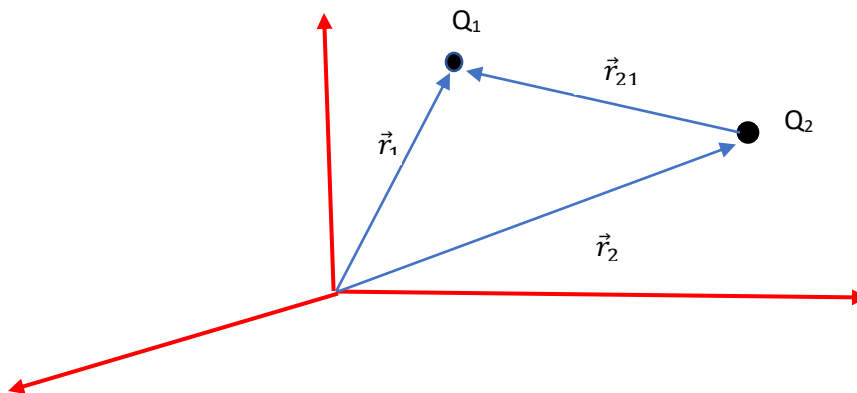
De igual manera si queremos calcular la fuerza que “siente” la carga 2 por la presencia de la carga 1, es decir  $\vec{F}_2$ , tendremos que utilizar el vector que parte de la carga 1 y llega a la carga 2, es decir  $\vec{r}_{12}$ .

**Nota:** En este curso generalmente trabajaremos con las leyes desde el punto de vista vectorial (excepto cuando nos indiquen lo contrario).

### Ejemplos

1. Considerando una carga  $Q_1 = 1.5 \text{ C}$  ubicada en el punto  $(3, 4, -2) \text{ m}$  y otra carga  $Q_2 = 2.4 \text{ C}$  en el punto  $(-1, 4, 3) \text{ m}$ . Hallar la fuerza sobre cada una de las cargas.

Calculamos sobre la carga  $Q_1$



$$\vec{F}_1 = k \frac{Q_1 Q_2}{(r_{21})^3} \vec{r}_{21} \quad \text{con } \vec{r}_{21} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (4\vec{i} + 0\vec{j} - 5\vec{k}) \rightarrow r_{21} = \sqrt{41}$$

$$\vec{F}_1 = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{1.5C \cdot 2.4C}{(\sqrt{41})^3 m^3} (4\vec{i} + 0\vec{j} - 5\vec{k}) = (49.4 \times 10^7 \vec{i} + 0\vec{j} - 61.7 \times 10^7 \vec{k}) N$$

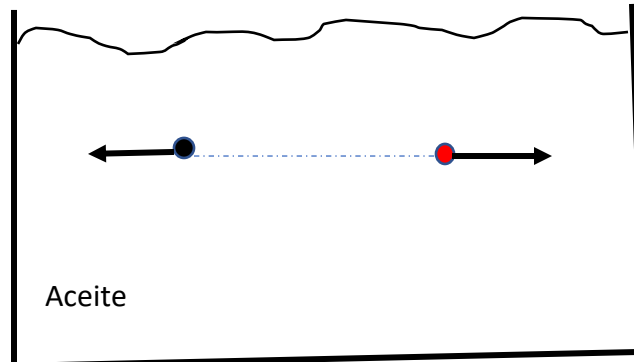
Si queremos la intensidad será el módulo

$$F_1 = \sqrt{(49.4 \times 10^7)^2 + (0)^2 + (-61.7 \times 10^7)^2} = 79.04 \times 10^7 N$$

2. Calcular la fuerza con que se atraen las cargas eléctricas puntuales de 2 C y -3 C separadas 5 m. a) en el vacío, b) en aceite (permitividad relativa del aceite,  $\epsilon_r = 4.6$ )

Este es un problema en el que pide solo la intensidad o magnitud de la fuerza de atracción, por lo que podemos trabajar con la Ley de Coulomb escalar

- a)  $F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{2 \cdot (-3)}{5^2} = -2.16 \times 10^9 N$  (cuando da negativo se dice que es de atracción).  
b) En aceite



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{pero} \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_0} \rightarrow \epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0 = 4.6 \times 8.85 \times 10^{-12} = 40.71 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \quad \text{entonces} \quad F = \frac{1}{4\pi \cdot 40.71 \times 10^{-12}} \frac{2(-3)}{5^2} = 4.68 \times 10^8 N$$

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la fuerza con que se repelen dos cargas de 2 y 3 Coulombios separadas 5m en agua (permitividad relativa del agua  $\epsilon_r = 81.07$ ).
2. Hallar la fuerza entre dos cargas de 10 y -10 Culombios ubicadas en los puntos (1,1)m y (4,4)m respectivamente.

- Una cierta carga Q se va a dividir en q y Q-q. ¿Cuál será la relación entre Q y q para que las dos separadas una distancia r, produzcan una máxima repulsión?
- Hallar la distancia entre dos cargas de 0.15 C y 0.25 C que se repelen con una fuerza de 3600 N. a) en el vacío, b) en aceite.

### Principio de superposición.

Si tenemos un conjunto de cargas  $q_0, q_1, q_2, \dots, q_n$ , la fuerza total que ejerce ese conjunto sobre una de sus cargas (por ejemplo  $q_0$ ) es igual a la suma vectorial de las fuerzas de cada carga de conjunto sobre la carga escogida. Por ejemplo, sobre  $q_0$ :

$$\vec{F}_0 = k \sum_{i=1}^n \frac{q_0 q_i}{(r_{i0})^3} \vec{r}_{i0} \quad (3)$$

Por ejemplo, si tengo  $q_0, q_1, q_2, q_3$  la fuerza sobre la carga 0 será  $\vec{F}_0 = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \vec{F}_{30}$

### Ejemplo

- Se disponen de tres cargas  $q_1 = 5 \text{ uC}$ ,  $q_2 = 2 \text{ uC}$ , y  $q_3 = 4 \text{ uC}$  ubicadas en los puntos (2,4,0), (1,0,2) y (4,2,4) respectivamente. ¿Cuál es la fuerza que ejercen las dos primeras sobre la tercera?

Aplicando el principio de superposición la fuerza sobre la carga  $q_3$  viene dado como:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = k \left[ \frac{q_3 q_1}{(r_{13})^3} \vec{r}_{13} + \frac{q_3 q_2}{(r_{23})^3} \vec{r}_{23} \right]$$

$$\vec{r}_{13} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \rightarrow r_{13} = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{24}$$

$$\vec{r}_{23} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \rightarrow r_{23} = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (2)^2} = \sqrt{17}$$

$$\vec{F}_3 = 9 \times 10^9 \left[ \frac{4 \times 10^{-6} \cdot 5 \times 10^{-6}}{(\sqrt{24})^3} (2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) + \frac{4 \times 10^{-6} \cdot 2 \times 10^{-6}}{(\sqrt{17})^3} (3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) \right]$$

$$\vec{F}_3 = 6.14 \times 10^{-3} \vec{i} - 1.01 \times 10^{-3} \vec{j} + 8.17 \times 10^{-3} \vec{k}$$

### EJERCICIO PROPUESTO

- Se tiene 4 cargas de -5 uC ubicadas en los vértices de un cuadrado de 0.5 m de lado. Calcular la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre una de las cargas, si el sistema esta dentro del agua como medio. Permitividad dieléctrica relativa del agua 81.07

### Fuerza eléctrica de distribuciones continuas de carga.

En estos casos se aplica el principio de superposición, considerando al cuerpo cargado como formado por un infinito número de cargas infinitesimales  $dq$ .

### Ejemplos

1. Calcular la fuerza producida por un alambre de longitud infinita cargado uniformemente con una densidad lineal de carga  $\lambda$ , sobre una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $a$  del alambre. (En Carpeta: Docum.Física/Prob.Fís1)
2. Calcular la fuerza eléctrica sobre  $Q$  debido al alambre cargado uniformemente con densidad  $\lambda$  como el de la figura. (En Carpeta: Docum.Física/Prob.Fís2)
3. Encontrar la fuerza producida por un plano infinito cargado con densidad superficial de carga uniforme  $\sigma$ , sobre una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $a$  del plano.

### Ejercicios propuestos

**Objetivo.** Resolver los siguientes ejercicios

1. Encontrar la fuerza eléctrica debido a un alambre cargado con densidad lineal uniforme  $\lambda = 10 \times 10^3 \frac{C}{m}$  y longitud 1 m, sobre una carga puntual  $Q = 5 \times 10^3 C$  ubicada a 0.5 m sobre la recta perpendicular que pasa por el punto medio del alambre.
2. Encontrar la fuerza eléctrica sobre una carga puntual de  $2Q$  ubicada en el centro de un cuadrado de lado  $a$ , debido a cargas de igual valor  $-Q$  ubicadas en los tres vértices del cuadrado.
3. Un alambre recto de longitud  $2L$  cargado con densidad lineal uniforme se dobla en  $90^\circ$ . A la distancia  $L$  de un extremo del alambre se coloca una carga  $Q$ . Calcular la fuerza sobre  $Q$ .

Resolver los siguientes ejercicios

1. Dos esferas de masa 1gr y de igual carga  $Q$  se cuelgan de hilos de 20cm y masa despreciable sujetos a un mismo punto. Si el ángulo que forman los hilos en el punto común es de  $20^\circ$ , calcular el valor de  $Q$ .
2. Tres cargas puntuales se ubican a lo largo del eje  $x$ .  $Q_1 = 1mC$  está en  $x = 1m$ ,  $Q_2 = -2 \times 10^{-6}C$  en  $x = 2m$ . Dónde debe ubicarse la tercera carga  $Q_3$  positiva de modo que ésta última carga se mantenga estática.
3. Calcular la fuerza electrostática que produce un anillo de radio  $a$ , cargado con densidad lineal  $\lambda$ , sobre una carga ubicada a una distancia  $b$  del centro del anillo sobre su eje.
4. Encontrar la fuerza sobre una carga de  $3 C$  debido a un plano cuadrado de lado  $l$  cargado con densidad superficial  $\sigma = 10^{-5} \frac{C}{m^2}$  y ubicado a 0.5m de la carga.