Trabajo Autónomo 1.6 - Fundamentos de Física para Ingeniería

Segundo Ciclo "A" - Ingeniería de Software

Tema: Potencial eléctrico
Estudiante: Ariel Alejandro Calderón

1. **¿A qué distancia en el vacío de una carga de 100 C el potencial es de 2V?.**

   El potencial eléctrico V debido a una carga puntual q en el vacío a una distancia r está dado por la fórmula:

   $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \implies r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{V}$$

   Donde:

   - V es el potencial eléctrico (en voltios),
   - q es la magnitud de la carga (en culombios),
   - ε_0 es la constante de permitividad eléctrica del vacío ($\varepsilon_0 \approx 8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m),
   - r es la distancia entre la carga y el punto donde se mide el potencial (en metros).

   $$r = \frac{1}{4\pi(8{,}854 \times 10^{-12})}\frac{100}{2} \implies r \approx 4{,}493 \times 10^{9}\,\text{m}$$

   Por lo tanto, la distancia es aproximadamente $4{,}49 \times 10^{9}$ m.

2. **Dos cargas de 0.02 C y 0.03 C separadas 10 cm en el vacío. Calcular el potencial (a) en el punto medio de la recta que las une, (b) en un punto a 2 cm de la primera y entre ellas, y (c) en un punto a 4 cm de la primera y fuera de ellas.**

   a) **En el punto medio de la recta que une a las dos cargas:**
   En el punto medio, las distancias de ambas cargas al punto son iguales, es decir, $r_1 = r_2 = \frac{d}{2} = 0{,}05$ m. El potencial total es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

   $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

   Sustituyendo los valores:

   $$V = \frac{1}{4\pi(8{,}854 \times 10^{-12})}\left(\frac{0{,}02}{0{,}05} + \frac{0{,}03}{0{,}05}\right)$$

   Realizando los cálculos:

   $$V \approx 1{,}0806 \times 10^{11}\,\text{V}$$

b) **En un punto a 2 cm de la primera carga y entre ellas:**
En este caso, la distancia de la primera carga es $r_1 = 0{,}02\,\text{m}$, y la distancia de la segunda carga es $r_2 = 0{,}08\,\text{m}$. El potencial total es:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Sustituyendo los valores:

$$V = \frac{1}{4\pi(8{,}854 \times 10^{-12})}\left(\frac{0{,}02}{0{,}02} + \frac{0{,}03}{0{,}08}\right)$$

Realizando los cálculos:

$$V \approx 1{,}125 \times 10^{11}\,\text{V}$$

c) **En un punto a 4 cm de la primera carga y fuera de ellas:**
Aquí, la distancia de la primera carga es $r_1 = 0{,}04\,\text{m}$, y la distancia de la segunda carga es $r_2 = 0{,}06\,\text{m}$. El potencial total es:

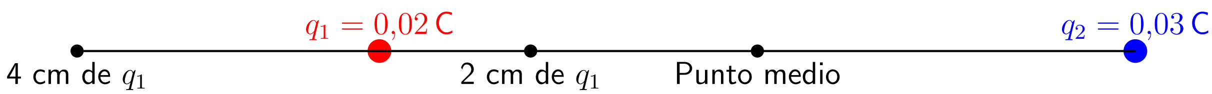
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Sustituyendo los valores:

$$V = \frac{1}{4\pi(8{,}854 \times 10^{-12})}\left(\frac{0{,}02}{0{,}04} + \frac{0{,}03}{0{,}06}\right)$$

Realizando los cálculos:

$$V \approx 8{,}9876 \times 10^{10}\,\text{V}$$



3. **¿Cuál es la diferencia de potencial entre dos puntos si para transportar una carga de 12.5 C el campo realiza un trabajo de 6.25 J?**
La relación entre el trabajo W, la carga q, y la diferencia de potencial ΔV está dada por la ecuación:

$$W = q \cdot \Delta V$$

De esta expresión, despejamos la diferencia de potencial:

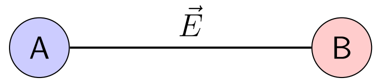
$$\Delta V = \frac{W}{q}$$

Sustituyendo los valores dados:

$$\Delta V = \frac{6{,}25\,\text{J}}{12{,}5\,\text{C}} = 0{,}5\,\text{V}$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial entre los dos puntos es de $0{,}5\,\text{V}$.

Trabajo $W = 6{,}25\,\mathrm{J}$



Carga $q = 12{,}5\,\mathrm{C}$

$\Delta V = 0{,}5\,\mathrm{V}$

4. **A) Encontrar la ecuación de la superficie equipotencial generada por una carga puntual de 1 C en agua $\varepsilon_r = 80$, B) ¿Cuál es el radio de la esfera equipotencial si el valor del potencial en cualquier punto de la esfera es de 100 V?**

   A) La ecuación del potencial eléctrico V generado por una carga puntual q en un medio con permitividad relativa ε_r es:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{q}{r}$$

   Donde $q = 1\,\mathrm{C}$, $\varepsilon_r = 80$, y $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$. Por lo tanto, la expresión para el potencial en función de la distancia r es:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi(8{,}85 \times 10^{-12})(80)} \cdot \frac{1}{r}$$

   B) Para encontrar el radio r de la esfera igualamos la ecuación del potencial a 100 V:

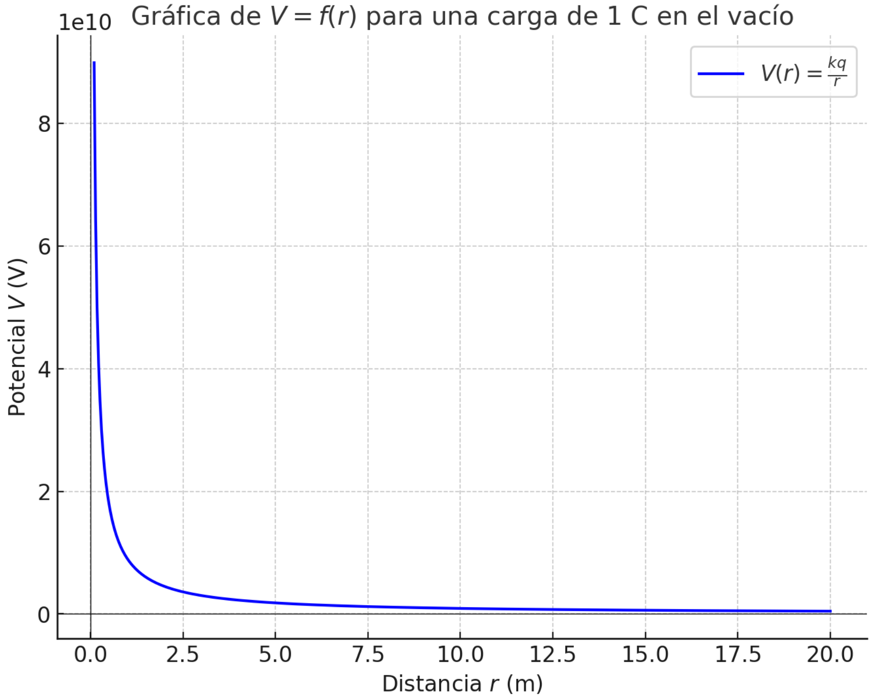
$$100 = \frac{1}{4\pi(8{,}85 \times 10^{-12})(80)} \cdot \frac{1}{r}$$

   Despejando r:

$$r = \frac{1}{4\pi(8{,}85 \times 10^{-12})(80)} \cdot \frac{1}{100} \approx 0{,}113\,\mathrm{m}$$

   Por lo tanto, el radio de la esfera equipotencial es aproximadamente $r = 0{,}113\,\mathrm{m}$.

5. **Dibuje la gráfica $V = f(r)$ que genera una partícula cargada con 1 C en el vacío.**



6. **Calcular el trabajo necesario para tener cargas de 5 μC en los vértices de un hexágono regular de lado a. Recalcular el trabajo para cuando $a = 0{,}25$ m.**

Consideremos un hexágono regular con 6 vértices. Colocamos una carga $q = 5\,\mu\text{C} = 5 \times 10^{-6}$ C en cada vértice. El trabajo necesario para ensamblar el sistema es igual a la energía potencial eléctrica total del sistema.

La energía potencial entre dos cargas puntuales q_1 y q_2, separadas por una distancia r, está dada por:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

En un hexágono regular, las distancias entre las cargas pueden ser:

- $r = a$, la distancia entre vértices adyacentes,
- $r = \sqrt{3}a$, la distancia entre vértices separados por un vértice intermedio,
- $r = 2a$, la distancia entre vértices opuestos.

El número total de pares de interacciones entre las 6 cargas es $\binom{6}{2} = 15$, y los pares correspondientes a cada distancia son:

- 6 pares a distancia a,
- 6 pares a distancia $\sqrt{3}a$,
- 3 pares a distancia $2a$.

Por lo tanto, la energía potencial total del sistema es:

$$U_{\text{total}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[6\frac{q^2}{a} + 6\frac{q^2}{\sqrt{3}a} + 3\frac{q^2}{2a}\right]$$

Sustituyendo $q = 5 \times 10^{-6}$ C y $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ C^2/N · m^2:

$$U_{\text{total}} = \frac{1}{4\pi(8{,}854 \times 10^{-12})} \left[6\frac{(5 \times 10^{-6})^2}{a} + 6\frac{(5 \times 10^{-6})^2}{\sqrt{3}a} + 3\frac{(5 \times 10^{-6})^2}{2a} \right]$$

Simplificando:

$$U_{\text{total}} = \frac{9 \times 10^9}{a} \left[6(25 \times 10^{-12}) + 6\frac{25 \times 10^{-12}}{\sqrt{3}} + 3\frac{25 \times 10^{-12}}{2} \right]$$

Calculamos la energía total para cuando $a = 0{,}25$ m:

$$U_{\text{total}} = \frac{9 \times 10^9}{0{,}25} \left[6(25 \times 10^{-12}) + 6\frac{25 \times 10^{-12}}{\sqrt{3}} + 3\frac{25 \times 10^{-12}}{2} \right] = 1{,}008 \text{ J}$$

Por lo tanto, el trabajo necesario para ensamblar las cargas en los vértices del hexágono es de $1{,}008$ J cuando $a = 0{,}25$ m.

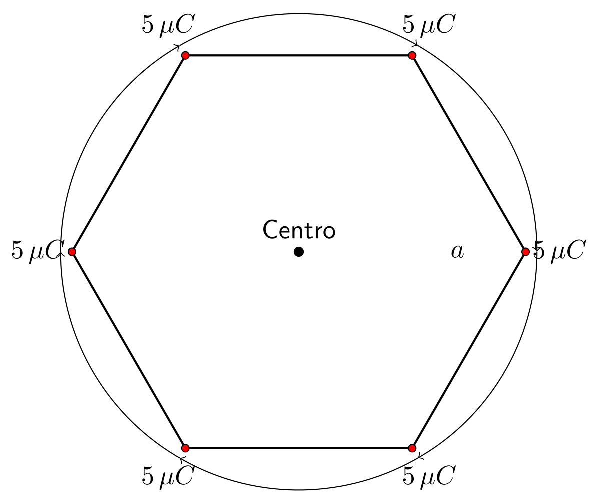


Figura 1: Distribución de cargas en los vértices de un hexágono regular de lado a.