Trabajo Autónomo 1.2 - Fundamentos de Física para Ingeniería

Segundo Ciclo "A" - Ingeniería de Software

Estudiante: Ariel Alejandro Calderón

1. **Encontrar la fórmula que determina la carga total de un cubo de lado α, cuya carga se encuentra distribuida uniformemente solo en las caras superficiales con densidad superficial σ. Determinar el valor para el caso $\alpha = 0{,}2m$ $\sigma = 106C/m^2$.**

La carga total Q distribuida uniformemente

$$Q = \sigma \cdot A_{\text{total}}$$

donde A_{total} es el área total de las superficies del cubo. Para un cubo de lado α, el área total es:

$$A_{\text{total}} = 6\alpha^2$$

Entonces, la carga total es:

$$Q = \sigma \cdot 6\alpha^2$$

Sustituyendo los valores dados, con $\alpha = 0{,}2\,\text{m}$ y $\sigma = 10^6\,\text{C/m}^2$:

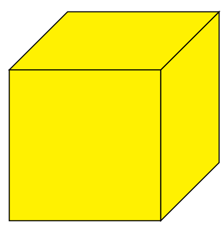
$$Q = 10^6\,\text{C/m}^2 \cdot 6 \cdot (0{,}2\,\text{m})^2$$

Calculamos $(0{,}2)^2 = 0{,}04$:

$$Q = 10^6 \cdot 6 \cdot 0{,}04 = 10^6 \cdot 0{,}24 = 2{,}4 \times 10^5\,\text{C}$$

Por lo tanto, la carga total Q es:

$$Q = 2{,}4 \times 10^5\,\text{C}$$



α

2. **Encuentre la carga total de un alambre delgado de 2 m de longitud paralelo al eje x que se encuentra cargado con densidad lineal de carga** $\lambda = (e^x + x)C/m$

La densidad lineal de carga es:

$$\lambda(x) = e^x + x\,\text{C/m}$$

y el alambre tiene una longitud de $L = 2\,\text{m}$.

La carga total Q se obtiene integrando la densidad lineal de carga a lo largo de la longitud del alambre:

$$Q = \int_0^2 \lambda(x)\,dx = \int_0^2 (e^x + x)\,dx$$

Calculamos la integral:

$$Q = \int_0^2 e^x\,dx + \int_0^2 x\,dx$$

Primera integral:

$$\int_0^2 e^x\,dx = e^2 - e^0 = e^2 - 1$$

Segunda integral:

$$\int_0^2 x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^2 = \frac{2^2}{2} = 2$$

Entonces, la carga total es:

$$Q = (e^2 - 1) + 2$$

Obtenemos:

$$Q = (7{,}389 - 1) + 2 = 6{,}389 + 2 = 8{,}389\,\text{C}$$

3. **Dos esferas de masa 1gr y de igual carga Q se cuelgan de hilos de 20cm y masa despreciable sujetos a un mismo punto. Si el ángulo que forman los hilos en el punto común es de $20°$, calcular el valor de Q.**

Para resolver el problema, analizamos la situación de equilibrio de las dos esferas cargadas con Q, de masa $1\,\text{g}$, colgadas por hilos de $20\,\text{cm}$. El ángulo que forman los hilos en el punto de suspensión es $20°$.

La fuerza de repulsión electrostática entre las esferas F_e es responsable de mantener el ángulo $20°$. Por otro lado, el peso de cada esfera W actúa hacia abajo, y la tensión en los hilos tiene una componente vertical que equilibra el peso y una componente horizontal que equilibra la fuerza electrostática.

La fórmula de la fuerza electrostática entre dos cargas es:

$$F_e = k_e \frac{Q^2}{r^2}$$

donde k_e es la constante de Coulomb ($9 \times 10^9\,\text{Nm}^2/\text{C}^2$) y r es la distancia entre las esferas. La distancia r entre las esferas se puede calcular en función del ángulo $\theta = 20°$ y la longitud del hilo $L = 20\,\text{cm}$:

$$r = 2L \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Sustituyendo $L = 0{,}2\,\text{m}$ y $\theta = 20°$:

$$r = 2(0{,}2)\sin(10°) \approx 0{,}0698\,\text{m}$$

Ahora, igualamos la componente horizontal de la tensión T con la fuerza electrostática:

$$T \sin(10°) = F_e$$

También, la componente vertical de la tensión equilibra el peso $W = mg$, donde $m = 1\,\text{g} = 0{,}001\,\text{kg}$ y $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$:

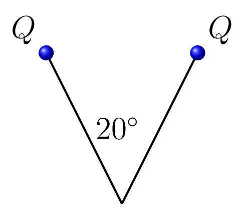
$$T \cos(10°) = W$$

Resolviendo ambas ecuaciones para Q, obtenemos:

$$Q = \sqrt{\frac{r^2 mg \tan(10°)}{k_e}} = \sqrt{\frac{(0{,}0698)^2(0{,}001)(9{,}8)\tan(10°)}{9 \times 10^9}}$$

Aproximando los valores:

$$Q \approx 1{,}21 \times 10^{-8}\,\text{C}$$



4. **Tres cargas puntuales se ubican a lo largo del eje x. Q1= 1mC está en x = 1m , Q2 = 2 x 10^{-6}C en x = 2m. Dónde debe ubicarse la tercera carga Q3 positiva de modo que ésta última carga se mantenga estática.**

Para resolver este problema, debemos aplicar la ley de Coulomb y el principio de superposición de fuerzas. La idea es encontrar la posición de Q_3 donde las fuerzas eléctricas de Q_1 y Q_2 sobre Q_3 se cancelen mutuamente, manteniendo Q_3 en equilibrio.

Las fuerzas que actúan sobre Q_3 están dadas por las cargas Q_1 y Q_2, ambas situadas en posiciones fijas en el eje x.

La fuerza eléctrica entre dos cargas está dada por:

$$F = k_e \frac{|Q_i Q_j|}{r^2}$$

donde $k_e = 9 \times 10^9\,\text{Nm}^2/\text{C}^2$ es la constante de Coulomb, y r es la distancia entre las cargas.

Supongamos que Q_3 está situada en algún punto x_3 en el eje x. La distancia entre Q_3 y Q_1 será $|x_3 - 1|$ y entre Q_3 y Q_2 será $|x_3 - 2|$. La condición de equilibrio para Q_3 es que las fuerzas ejercidas por Q_1 y

Q_2 sobre Q_3 sean iguales y opuestas:

$$k_e \frac{Q_1 Q_3}{(x_3 - 1)^2} = k_e \frac{Q_2 Q_3}{(x_3 - 2)^2}$$

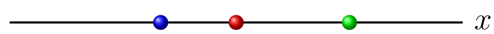
Cancelamos k_e y Q_3 en ambos lados de la ecuación:

$$\frac{Q_1}{(x_3 - 1)^2} = \frac{Q_2}{(x_3 - 2)^2}$$

Sustituyendo los valores de $Q_1 = 1\,\text{mC} = 1 \times 10^{-3}\,\text{C}$ y $Q_2 = 2 \times 10^{-6}\,\text{C}$, obtenemos:

$$\frac{1 \times 10^{-3}}{(x_3 - 1)^2} = \frac{2 \times 10^{-6}}{(x_3 - 2)^2}$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática para x_3, obtenemos la posición de Q_3.



5. **Calcular la fuerza electrostática que produce un anillo de radio a, cargado con densidad lineal λ, sobre una carga ubicada a una distancia b del centro del anillo sobre su eje.**

La configuración es un triángulo equilátero, por lo que las tres distancias entre las cargas son iguales: $r = 0{,}5\,\text{m}$.

Para encontrar la fuerza neta sobre Q_1, debemos calcular las fuerzas ejercidas sobre Q_1 por Q_2 y Q_3, y luego sumarlas vectorialmente.

La fuerza electrostática entre dos cargas está dada por la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|Q_i Q_j|}{r^2}$$

donde $k_e = 9 \times 10^9\,\text{Nm}^2/\text{C}^2$.

Fuerza de Q_2 sobre Q_1:

$$F_{21} = k_e \frac{|2 \times 10^{-6} \times (-3 \times 10^{-6})|}{(0{,}5)^2}$$

$$F_{21} = 9 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-12}}{0{,}25} = 0{,}216\,\text{N}$$

La dirección de esta fuerza es hacia Q_2.

Fuerza de Q_3 sobre Q_1:

$$F_{31} = k_e \frac{|2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}|}{(0{,}5)^2}$$

$$F_{31} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-12}}{0{,}25} = 0{,}072\,\text{N}$$

La dirección de esta fuerza es hacia Q_3.

Suma vectorial de fuerzas: Dado que el triángulo es equilátero, las fuerzas están separadas por ángulos de 60°. Utilizamos descomposición en componentes para obtener la fuerza neta.

La fuerza neta sobre Q_1 es:

$$F_{\text{net}} = F_{21} + F_{31}$$