Informe de las prácticas de experimentación y aplicación de los aprendizajes
(Elaborada por los estudiantes de manera individual o grupal)

1. **Datos Informativos:**

Facultad:	*CIENCIAS ADMINISTRATIVAS GESTIÓN EMPRESARIAL E INFORMÁTICA*
Carrera:	***Software***
Asignatura:	***Calculo 1***
Ciclo:	***Primero***
Docente:	***Fís. Rafael Medina V. MSc.***
Título de la práctica:	***ESTUDIO DE LOS LÍMITES DE FUNCIONES***
No. de práctica:	***3***
Escenario o ambiente de aprendizaje de la practica	***GeoGebra***
No. de horas:	***6 horas***
Fecha:	***28/06/2024***
Estudiantes:	***Ariel Calderón, Hermelinda Ochoa, Jacson Narváez, Xiomara Punina, Hilda Cando.***
GRUPO No.	
Calificación	

2. **Introducción**:

La Matemática es una herramienta fundamental en el desarrollo de cualquier persona tanto como profesional y como ser humano; por ello los objetivos básicos de esta asignatura se enfocan al aprendizaje de las matemáticas como una herramienta de cálculo y, principalmente como una herramienta de desarrollo del pensamiento.
Muchos problemas de la vida real se describen a través de ecuaciones matemáticas o funciones; por ello es necesario conocer las características y propiedades de las diversas funciones. Las funciones algebraicas son las más utilizadas. En la presente práctica buscamos reforzar el conocimiento de las características y propiedades de las funciones algebraicas.

3. **Objetivo de la práctica**:

Comprobar los límites de las funciones dadas, encontradas matemáticamente, mediante el uso del graficador GeoGebra.

4. **Descripción del desarrollo de la práctica**:

Funciones:

$$f(x) = \frac{3-\sqrt{x^2-7}}{x-4} \text{ si } x \to 4$$

$$g(x) = \frac{x^2-9}{x(x^2+1)} \text{ si } x \to 3 \text{ y si } x \to \infty$$

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-7x+6}{x^2+5x-6}, & \text{si } x \leq 1 \\ \\ \dfrac{x^3-1}{x^2-1}, & \text{si } x > 1 \end{cases} , \text{ si } x \to 1$$

Procedimiento:

1. **Para la primera función f(x) encontrar matemáticamente, el límite indicado.**

Respuesta:

Primero, simplificamos la función. Podemos multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del numerador:

$$f(x) = \frac{(3-\sqrt{x^2-7})(3+\sqrt{x^2-7})}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})}$$

$$f(x) = \frac{9-(x^2-7)}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})}$$

Simplificando el numerador:

$$f(x) = \frac{9-x^2+7}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})} = \frac{16-x^2}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})}$$

Notamos que $16-x^2$ se puede factorizar como $(4-x)(4+x)$:

$$f(x) = \frac{(4-x)(4+x)}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})}$$

$$f(x) = \frac{-(x-4)(4+x)}{(x-4)(3+\sqrt{x^2-7})}$$

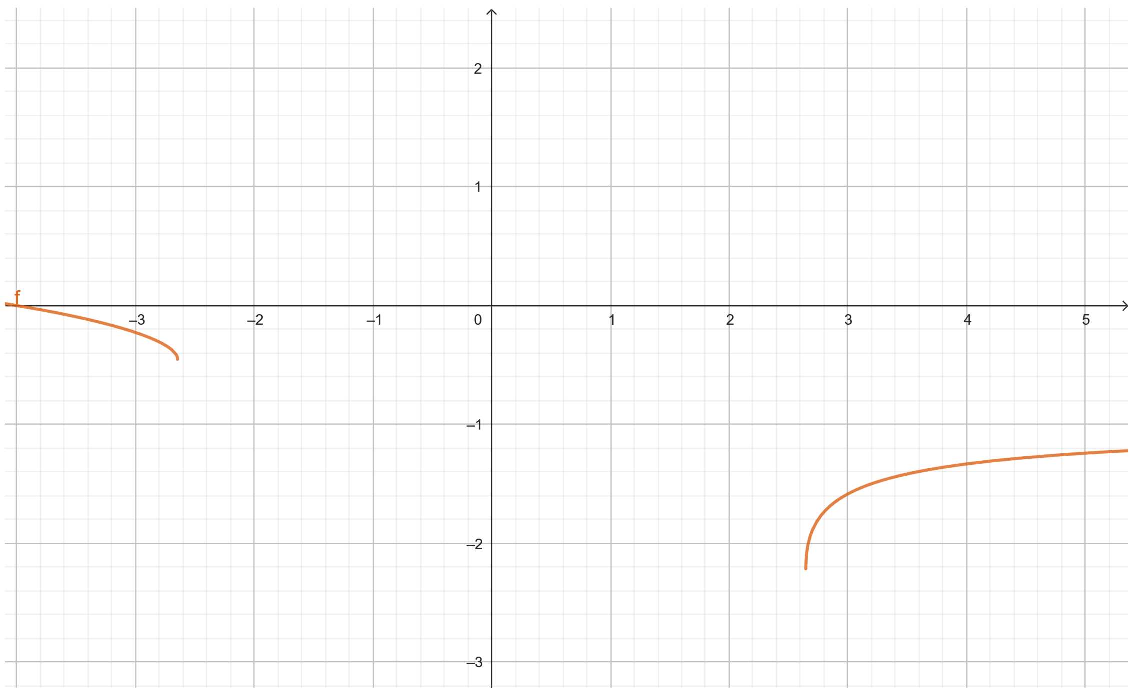
$$f(x) = \frac{-(4+x)}{3+\sqrt{x^2-7}}$$

Ahora, evaluamos el límite cuando $x \to 4$:

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \frac{-(4+4)}{3+\sqrt{4^2-7}} = \frac{-8}{3+\sqrt{9}} = \frac{-8}{3+3} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

Por lo tanto, el límite de la función cuando $x \to 4$ es $-\frac{4}{3}$.

2. **Usando el GeoGebra graficar la primera función, e imprimir en una escala adecuada (visible).**



3. **Comprobar el resultado obtenido matemáticamente con el observado en el gráfico.**

Respuesta:

Al graficar la función $f(x)$ usando GeoGebra, se observa que conforme x se acerca a 4 desde ambos lados, la función se aproxima al valor $-\frac{4}{3}$. Esto confirma el resultado obtenido matemáticamente.

4. **Repetir los numerales 1 y 2 para la función g(x) y h(x) .**

Para g(x) encontrar matematicamente el lımite indicado.:

Respuesta:
Simplificamos: $x^2 - 9$ se puede factorizar como $(x-3)(x+3)$:

$$g(x) = \frac{(x-3)(x+3)}{x(x^2+1)}$$

Evaluamos el límite cuando $x \to 3$:

$$\lim_{x \to 3} g(x) = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x^2+1)}$$

Sustituyendo $x = 3$:

$$g(3) = \frac{(3-3)(3+3)}{3(3^2+1)} = \frac{0 \cdot 6}{3(9+1)} = \frac{0}{30} = 0$$

Por lo tanto, el límite de la función cuando $x \to 3$ es 0.
Ahora, evaluamos el límite cuando $x \to \infty$:

$$\lim_{x \to \infty} g(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 9}{x(x^2+1)}$$

Dividimos el numerador y el denominador por x^2:

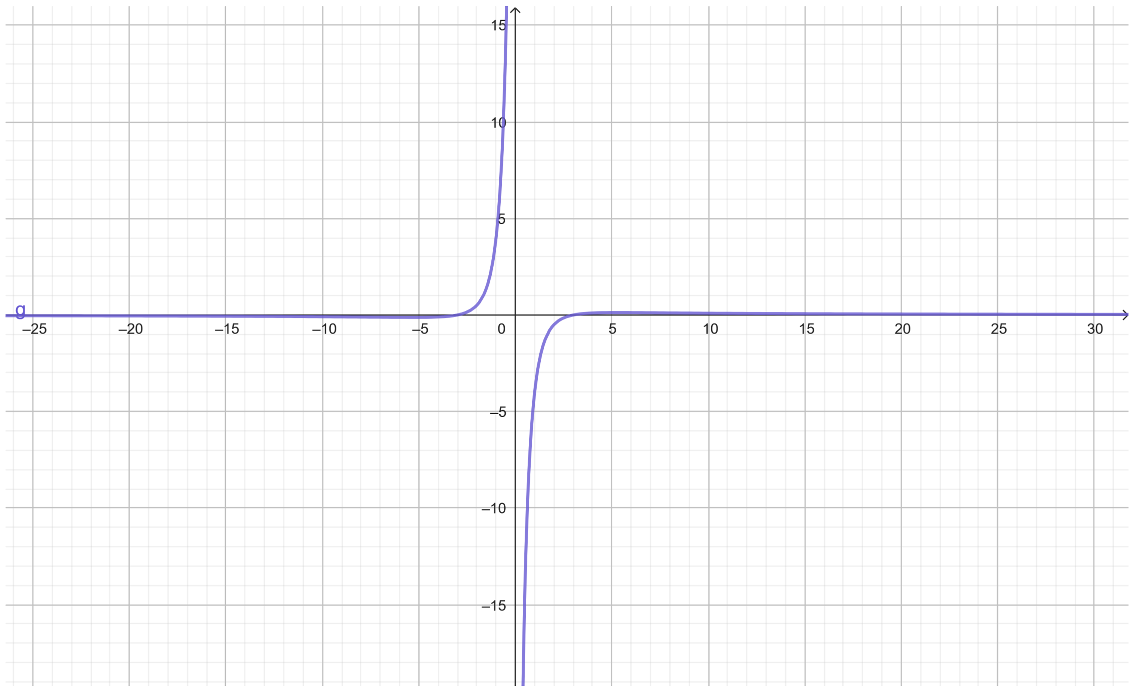
$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{9}{x^2}}{\frac{x(x^2+1)}{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \frac{9}{x^2}}{x + \frac{1}{x}}$$

Conforme x tiende a infinito, los términos $\frac{9}{x^2}$ y $\frac{1}{x}$ tienden a cero:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1-0}{x+0} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

Por lo tanto, el límite de la función cuando $x \to \infty$ es 0.

Gráfico de g(x):



Para h(x) encontrar matematicamente el lımite indicado.:

Respuesta:
La función $h(x)$ está definida por partes:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 5x - 6}, & \text{si } x \leq 1 \\[2ex] \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Primero, evaluamos el límite cuando $x \to 1$ desde la izquierda ($x \leq 1$):

$$h(x) = \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 5x - 6}$$

Factorizamos el numerador y el denominador:

$$h(x) = \frac{(x-1)(x-6)}{(x-1)(x+6)}$$

$$h(x) = \frac{x-6}{x+6}$$

Evaluamos el límite cuando $x \to 1$ desde la izquierda:

$$\lim_{x \to 1^-} h(x) = \frac{1-6}{1+6} = \frac{-5}{7} = -\frac{5}{7}$$

Ahora, evaluamos el límite cuando $x \to 1$ desde la derecha $(x > 1)$:

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

Factorizamos el numerador y el denominador:

$$h(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

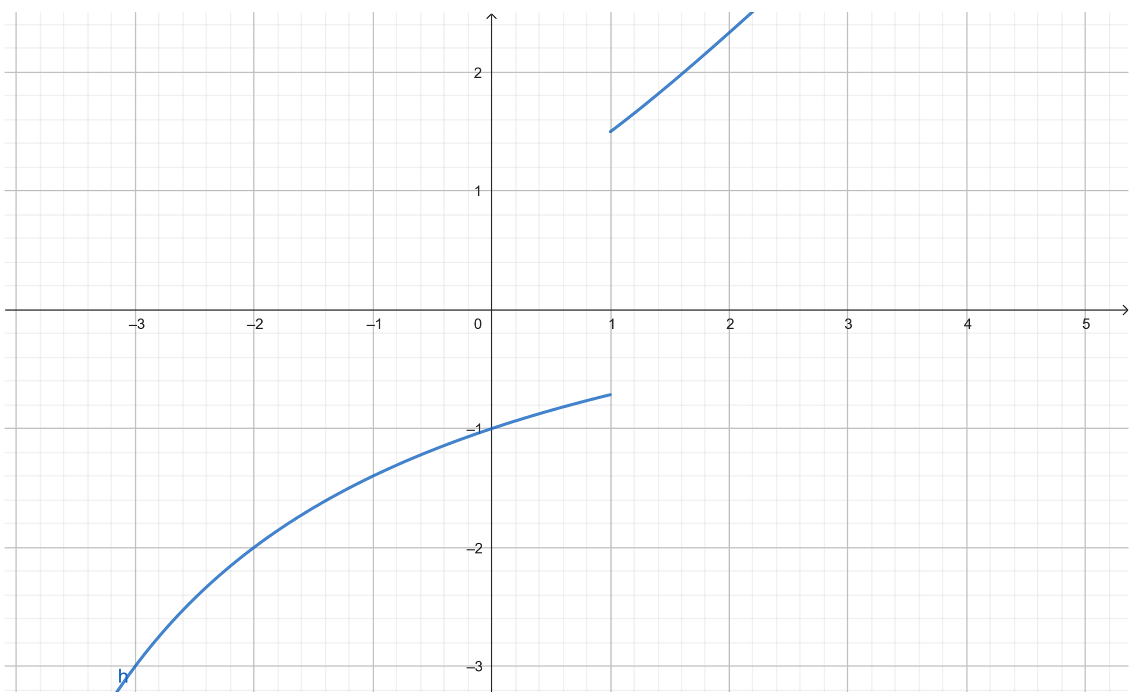
$$h(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

Evaluamos el límite cuando $x \to 1$ desde la derecha:

$$\lim_{x \to 1^+} h(x) = \frac{1^2+1+1}{1+1} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Como los límites laterales no son iguales, el límite de $h(x)$ cuando $x \to 1$ no existe.

Gráfico de h(x):



5. **Metodología**:

Comparativa de funciones usando método gráfico.

6. **Resultados obtenidos:**

$$f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 - 7}}{x - 4} \quad si \quad x \to 4$$

El límite de la función $f(x)$ cuando $x \to 4\ es\ -\frac{4}{3}$

$$g(x) = \frac{x^2 - 9}{x(x^2 + 1)} \quad si \quad x \to 3 \quad y \quad si \quad x \to \infty$$

El límite de la función $g(x)$ cuando $x \to 3\ \ y\ \ x \to \infty\ es$:

$$\lim_{x \to 3} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$$

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 5x - 6} & si\ x \leq 1 \\ \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & si\ \ x > 1 \end{cases} \quad si \quad x \to 1$$

El límite de la función $h(x)$ cuando $x \to 1\ es$:

$$\lim_{x \to 1^-} h(x) = -\frac{5}{7}$$

$$\lim_{x \to 1^+} h(x) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \to 1} h(x) \text{ no existe}$$

7. **Conclusiones**:

Las herramientas como GeoGebra son invaluables para agilizar cálculos en diversas áreas de las matemáticas. Su capacidad para realizar operaciones complejas de forma rápida y precisa permite a los usuarios visualizar y entender conceptos abstractos con mayor facilidad. Además, GeoGebra facilita la experimentación y la exploración de problemas matemáticos, fomentando un aprendizaje más interactivo y dinámico.

8. **Recomendaciones**:

- **Explora sus funcionalidades:** Dedicar tiempo a conocer todas las herramientas y opciones que ofrece GeoGebra para aprovechar al máximo su potencial.
- **Utiliza tutoriales y recursos en línea:** Aprovechar la amplia variedad de tutoriales, videos y foros disponibles para aprender y resolver dudas.
- **Integra en el aula:** Implementar GeoGebra en actividades educativas para fomentar un aprendizaje más interactivo y visual.
- **Experimenta y practica:** Explorar diferentes problemas y escenarios, la práctica continua mejora el dominio de la herramienta.

9. **Bibliografía:**

[1] GeoGebra - https://www.geogebra.org
[2] Operaciones con funciones (UNAM) - https://repository.uaeh.edu.mx
[3] Operaciones con funciones - https://www.funciones.xyz

10. **Anexos:**