EJERCICIOS DE FÍSICA

TAREA: MOVIMIENTO PARABÓLICO

ALUMNO: ARIEL ALEJANDRO CALDERÓN

1) Se dispara un proyectil desde el piso con velocidad $\vec{v} = (12\vec{i} + 24\vec{j})$ m/s.

a) ¿Cuál es la velocidad después de 4 s?

b) ¿Cuál es la posición del punto en el cual la altura es máxima?

c) ¿Cuál es la distancia horizontal?

a) $\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$

$\vec{v}(4) = (12\vec{i} + 24\vec{j}) + (-9.8\vec{j})(4s)$

$\vec{v}(4) = 12\vec{i} + (24\vec{j} - 9.8\vec{j}(4))$

$\vec{v}(4) = 12\vec{i} - 15.2\vec{j}$

b) Primero, queremos saber cuanto tiempo toma llegar a la altura máxima o cuando $\vec{v} = 0$

$\boxed{v_y = v_{0y} + at} \Rightarrow 0 = 24 - 9.8t \Rightarrow t = 2.45$ s

componente y

Ahora podemos hallar la posición cuando $\vec{v} = 0$, es decir, cuando se alcanzó la altura máxima:

$\boxed{y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2}$

$y = 0 + 24(2.45) + \frac{1}{2}(-9.8)(2.45)^2$

$y = 58.8 - 29.41$

$y = 29.38$ m

c) La distancia horizontal es la coordenada x es un momento dado:

$\boxed{x = x_0 + v_{0x} \cdot t}$

Tiempo hasta alcanzar altura max

componente horizontal

$x = 0 + 12 \cdot 2.45$

$x = 29.4$ m

2) Desde el borde de una acantilado se lanza una piedra horizontalmente con una rapidez de 15 m/s. El acantilado esta 50 m de altura respecto a una playa horizontal.

a) ¿En qué instante la piedra golpeará la playa bajo el acantilado?

b) ¿Dónde golpeará?

c) ¿Con que rapidez y ángulo golpeará la playa?

d) Encontrar la ecuación de la trayectoria de la piedra.

a) En el tiempo de vuelo, solo importa la componente vertical, ya que la gravedad es la única fuerza actuante:

$\boxed{y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2}$

$\boxed{h = 0 + 0t + \frac{1}{2}at^2}$

$h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$

$t = \sqrt{\frac{100}{9.8}} \Rightarrow t = 3.19$ s

b) Posición de impacto: $\boxed{x = v_{0x} \cdot t}$

componente horizontal

$x = 15 \cdot 3.19$

$x = 47.85$ m

c) La rapidez se mantiene constante en el componente horizontal: 15 m/s

* La rapidez en el componente vertical:

$\boxed{\vec{v} = g \cdot t}$ => $\vec{v} = 9.8 \times 3.19$

$\vec{v} = 31.26 \ m/s$ (v_{oy})

* El ángulo de impacto: $\tan(\theta) = \dfrac{v_{oy}}{v_{ox}}$

$\theta = \tan^{-1} \dfrac{31.36}{15}$ => $\theta = 64.4°$

* Módulo de rapidez

rapidez $= \sqrt{(31.36)^2 + 15^2}$

rapidez = 34.67 m/s

d) Posición vertical $y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$

Posición horizontal $x = v_x \cdot t$ => $t = \dfrac{x}{15}$

$y = 50 - \left(\frac{1}{2}\right)(9.8)\left(\dfrac{x^2}{225}\right)$

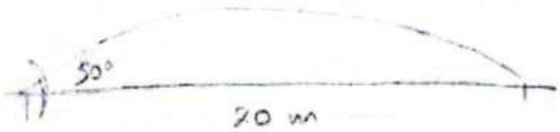
$y = 50 - \dfrac{x^2}{45}$ //

3) Un balón de futbol que se patea a un ángulo de 50° con la horizontal, recorre una distancia horizontal de 20 m antes de chocar contra el suelo. Calcular:

a) Rapidez inicial del balón

b) El tiempo que permanece en el aire.

c) La altura máxima que alcanza.



a) Usaremos la formula de la distancia recorrida

$r = \dfrac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$

$v_0 = \sqrt{\dfrac{r \cdot g}{\sin(2\alpha)}}$

$v_0 = \sqrt{\dfrac{20 \cdot 9.8}{\sin(2 \cdot 50)}}$

$v_0 = 14.1 \ m/s$

b) Usaremos la formula de la distancia horizontal:

$\boxed{r = v_{ox} \cdot t}$ => $t = \dfrac{r}{v_{ox}}$ => $t = \dfrac{20}{14.1 \times \cos(50°)}$

$\boxed{t = 2.2 \ s}$

c) $\boxed{h_{max} = \dfrac{v_{oy}^2}{2g}}$ $v_{oy} = v_0 \cdot sen(50°)$

$v_{oy} = 10.8$

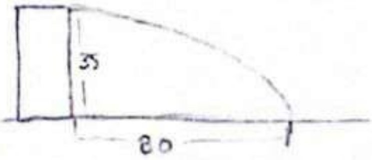
$h = \dfrac{(10.8)^2}{2(9.8)}$ => $h = \dfrac{116.66}{19.6}$ => $h_{max} = 5.95 \ m$ //

4) Se lanza la pelota desde la parte superior de un edificio que tiene 35 m de alto. La pelota choca contra el piso en un punto que se encuentra a 80 m de la base. Calcular:

a) El tiempo que la pelota se encuentra en el aire.

b) Su rapidez inicial.

c) La velocidad justo antes de chocar con el suelo.



a) Tiempo de vuelo: $\boxed{h = \frac{1}{2} a t^2}$

$t = \sqrt{\dfrac{2h}{a}}$

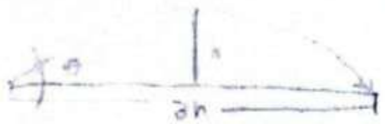
$t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot (35)}{9.8}}$ => $t = 2.67 \ s$ //

b) $\boxed{v_x = r/t}$ => $v_x = 80/2.67$ => $v_x = 30 \ m/s$ //

c) $v = g \cdot t$

$v_y = (-9.8)(2.67)$ => $v_y = -26.1 \ m/s$ //

5) Se lanzo una piedra de manera que la distancia horizontal que recorre es el triple de su altura máxima, calcular su ángulo de lanzamiento:



* Relación entre distancia recorrida y altura máxima

$$\boxed{r = \frac{4h}{\tan(\theta)}}$$

$$3h = \frac{4h}{\tan(\theta)}$$

$$\tan\theta = \frac{4h}{3h}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

$\theta = 53.1$ //

6) Se debe patear un tiro libre a 25 m del arco cuya altura es 2.5 m. Cuando patea, la pelota sale del cesped con una rapidez de 20 m/s en un ángulo de 20° sobre la cancha. Suponiendo que la pelota no sufre ninguna alteración de su trayectoria, calcular:

$x = 25$ m
$h = 2.5$ m
$V_0 = 20$ m/s
$\measuredangle = 20°$

a) ¿Se convierte en gol?

b) ¿Con que velocidad cruza el arco?

c) ¿Obtenga la ecuación de la trayectoria de la pelota.

* Para saber si hay gol, habría que calcular si la altura de la parábola es menor a 2.5 m a los 25 m.

a) * Tiempo hasta altura máxima

$$\boxed{t = \frac{V_f - V_0}{a}}$$

$$t = \frac{0 - (6.84)}{-9.8}$$

$t = 0.69$ s //

* Tiempo de recorrido

$t = 0.69 \times 2 = 1.4$ s //

* Tiempo que alcanza arco:

$t = x/v \Rightarrow t = 25/18.9$

$t = 1.3$ s //

* Componentes:

$V_{0x} = 20 \cdot \cos(20) = 18.8$

$V_{0y} = 20 \cdot \sin(20) = 6.84$

* Distancia total recorrida:

$$\boxed{x = v \cdot t}$$

$x = 18.9 \times 1.4$

$x = 26.46$ //

* Tiempo desde que pelota cruzo marco hasta tocar suelo:

$x = 26.46 - 25 = 1.46$ m

$t = x/v$ (dentro arco)

$t = 1.46/18.9$

$t = 0.07$ s

* Altura pelota cruzada ya el arco:

$$\boxed{y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2} \Rightarrow y = -6.84(0.07) + \frac{1}{2}(-9.8)(0.07)^2$$

a) $y = 0.5$ m // ← SI HAY GOL

* Velocidad al cruzar el arco:

$$\boxed{V = V_{0y} + at}$$

$V = -6.84 + (-9.8) \cdot 1.3$

b) $V = -19.8$ m/s //

* Trayectoria en función de x.

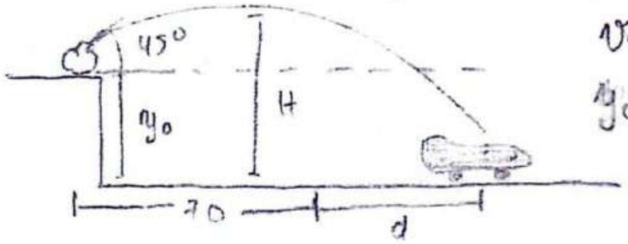
c) $\boxed{x(t) = (V_0 \cdot \cos\theta) \cdot t}$

7) Un proyectil se dispara desde cierta altura y_0 en un ángulo de 45°, con la intención que golpee a un móvil que se mueve con velocidad constante de 21 m/s hacia la derecha, que se encuentra ubicado a 70 m del origen sobre el eje x en el instante del disparo. Si el proyectil impacta al móvil al cabo de 10s. calcular:

a) Rapidez inicial del proyectil

b) Su posición inicial

c) Su altura máxima desde el suelo



$v_0 = ?$

$y_0 = ?$

$H = ?$

a) $\boxed{x = v_{0x} \cdot t}$

$x = v_0 \cdot \cos 45 \cdot t$

$v_0 = 280/\cos 45° \cdot 10$

$v_0 = 39.6\ m/s$

$d = 21\ m/s \cdot 10\ s = 210\ m$

$x_{rec} = 210 + 70 = 280\ m$

distancia recorrida luego del disparo

posición vertical

b) $\boxed{y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$

$0 = y_0 + v_{0y}(10) + \frac{1}{2} a (10)^2$ — A los 10 s hay impacto $y = 0$

$v_{0y} = v_0 \cdot \sin(45°)$

$0 = y_0 + (39.6 \sin 45°) \cdot 10$

$+ \frac{1}{2}(-10) \times 100 \Rightarrow y_0 = 219.9\ m$

c) ALTURA MÁXIMA

$\boxed{y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$

* Tiempo hasta altura máxima:

$t = \frac{v_f - v_0}{a} \Rightarrow t = -\frac{v_{0y}}{a}$

$t = \frac{-(39.6 \cdot \sin(45))}{-10} \Rightarrow t = 2.8\ s$

* Altura:

$y = (39.6 \cdot \sin(45)) \cdot 2.8 + \frac{1}{2}(-10)(2.8)^2$

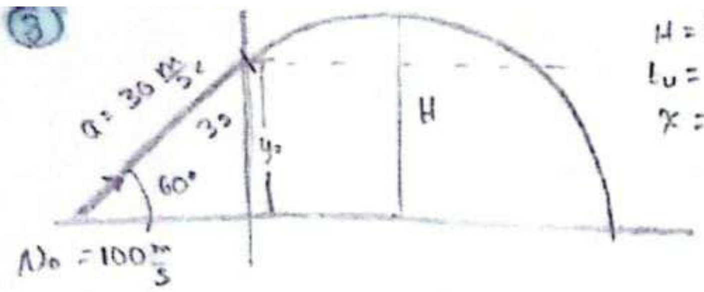
$y = 55.14$

* Altura del suelo.

$H = y_0 + y \Rightarrow H = 275\ m$

8) Se lanza un cohete formando un ángulo de ... con la horizontal con una rapidez inicial de 100 m/s. El cohete se

(3)



$H = ?$
$t_v = ?$
$x = ?$

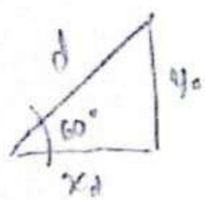
* Distancia con aceleración

$\boxed{d = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$

$d = 435\ m$

$y_0 = d \cdot \sin 60°$

$y_0 = 351\ m$



$x_d = d \cdot \cos 60$

$x_d = 255.7$

* Distancia total recorrida:

$x_{rec} = x_d + x$

$x = 3674 + 255.7$

$x = 3929.7\ m$ c)

* Velocidad final (sin a)

$\boxed{vf = v_0 + at}$

$vf = 100 + 30(3)$

$vf = 190\ \frac{m}{s}$

* Tiempo hasta altura máxima (sin a)

$\boxed{t = \frac{vf - v_0}{a}} \Rightarrow t = \frac{-v_{0y}}{a}$

$t = \frac{-(190 \sin 60)}{-10}$

$t = 15.4\ s$

* Distancia recorrida (sin a)

$\boxed{x = v_{0x} \cdot t}$

$x = 190 \cdot \cos(60) + (15.4 + 17.5)$

$x = 3674\ m$

* Altura $\boxed{y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$

$y = 1181.4\ m$

* Altura desde el suelo:

a) $H = y_0 + y \Rightarrow H = 1532.4\ m$ a)

* Tiempo desde altura máxima hasta caer

$\boxed{y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a\, t^2}$ $y = 0$ Impacto al suelo

$0 = 1532.4 + \frac{1}{2}(-10) \cdot t^2$

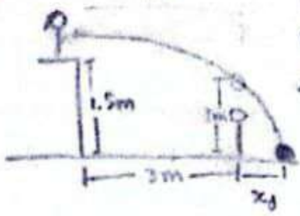
$t = \sqrt{\frac{-1532.4}{-5}} \Rightarrow t = 17.5\ s$

* Tiempo de vuelo

$T_v = 3 + 15,4 + 17.5$

$T_v = 36\ s$ b)

9



$v_0 = ?$
$x_f = ?$
$\Delta y = -0.5\,m$
$t = 1s$

* Cambio de posición (y)

$$\boxed{\Delta y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$$

$$-0.5 = v_{0y}(1) + \frac{1}{2}(-10)(1)$$

$$v_{0y} = 4.5 \frac{m}{s}$$

* Cambio de distancia (x)

$$\boxed{\Delta x = v_{0x} \cdot t}$$

$$v_{0x} = \frac{3m}{1s}$$

$$v_{0x} = 3 \frac{m}{s}$$

* Velocidad inicial: $(3\vec{i} + 4.5\vec{j}) \frac{m}{s}$

* Tiempo que tarda impacto: $y = 0$

$$\boxed{y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$$

$$0 = 1.5 + 4.5t - 5t^2$$

$$t = \frac{-4.5 \pm \sqrt{(4.5)^2 - 4(1.5)(-5)}}{-10}$$

$$t = \frac{-4.5 \pm \sqrt{20.25 + 30}}{-10}$$

$$t = \frac{-4.5 \pm 7.08}{-10} \Rightarrow t = 1{,}15s$$

* Distancia recorrida total

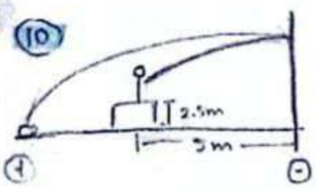
$$\boxed{x = v_{0x} \cdot t}$$

$$x = 3 \cdot 1.15 \Rightarrow x = 3.45\,m$$

c) $x_d = 3m - x$

$x_d = 0.45\,m$

10



$v_0 = (-10i + 10j) \frac{m}{s}$

* Tiempo de vuelo después de chocar la pared

$t_{vuelo} = 2.2s$

$$\boxed{y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2} \Rightarrow 0 = 2.25 + 10 \cdot t + \frac{1}{2}(-10) \cdot t^2$$

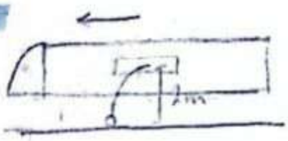
$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(-5)(2.25)}}{2(-5)} \Rightarrow t = \frac{+10 \pm \sqrt{100 + 45}}{+10} \Rightarrow \frac{10 + \sqrt{145}}{10} = t$$

* Distancia recorrida total

Se descuenta de la distancia final

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x} \cdot t} \Rightarrow x = \cancel{5} + 10 \cdot 2.2 \Rightarrow x = 22\,m \text{ detrás de lucho}$$

11



$v = 54 \frac{km}{h} \Rightarrow 15 \frac{m}{s}$
$y_0 = 2m$
$v_{0z} = 5 \frac{m}{s}$

* Tiempo pelota llega al suelo

$$\boxed{y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2} \Rightarrow t^2 = \frac{y}{\frac{1}{2} a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2m}{\frac{1}{2}(-10)}}$$

$$t = 0.63\,s$$

* Distancia recorrida (x)

$$\boxed{\Delta x = v \cdot t}$$

$$\Delta x = 5 \times 0.63$$

$$\Delta x = 3.19\,m$$

* Posición (y)

$$\boxed{\Delta y = v_{tren} \cdot t}$$

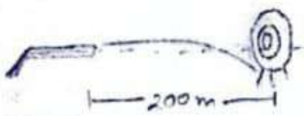
$$\Delta y = 15 \cdot 0.63$$

$$\Delta y = 9.45\,m$$

* Posición respecto p. lanzamiento

$y = (3.19\vec{i} + 9.45\vec{j})$

12



$v_0 = 500 \frac{m}{s}$

* Tiempo hasta impacto

$$\boxed{x = v_{0x} \cdot t} \Rightarrow t = \frac{200}{500}$$

$$t = 0.4\,s$$

* Posición cuando impacta

$$\boxed{y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2}$$

$$y = v_0 \cdot \sin(0) \cdot (0.4) + \frac{1}{2}(-10)(0.4)^2$$

a) $y = -0.8\,m$ por debajo de la altura de la escopeta

* Para que le de al centro es decir, a la altura de la escopeta, calcular ángulo:

$$0 = 100 \cdot \sin(\alpha) \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2}(-10)(0.4)^2$$

$$40 \sin(\alpha) = -\left(\frac{1}{2}(-10)(0.4)^2\right)$$

$$\sin\alpha = 0.02 \Rightarrow \alpha = 1.27° \quad b)$$

(13) * Alcance horizontal cuando α

$$R_\alpha = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

* Alcance horizontal cuando β

$$R_\beta = \frac{v_0^2 \sin(2\beta)}{g}$$

* Distancia entre alcances

$$D = R_\beta - R_\alpha$$

* Sustituimos:

$$D = \frac{v_0^2 \sin(2\beta)}{g} - \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

* Factorizar: v_0^2/g

* Identidad trigonométrica

$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta) * \cos(\theta)$

$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(\sin(2\beta) - \sin(2\alpha)\right)$$

$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(\sin(2\beta - 2\alpha)\right)$$

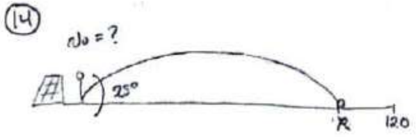
$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(2\sin(\beta-\alpha)\cos(\beta-\alpha)\right)$$

$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(-2\sin(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\beta)\right)$$

$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(-\sin(2(\alpha-\beta))\right)$$

$$D = \frac{v_0^2}{g}\left(\sin(2\beta) - \sin(2\alpha)\right)$$

(14)



* El alcance máximo se logra con un ángulo de 45°

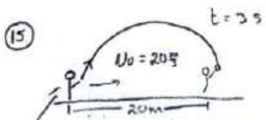
$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}(2\alpha)}{g} \Rightarrow v_0^2 = \frac{R \cdot g}{\operatorname{sen} 2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{120 \cdot (10)}$$

$$v_0 = 34.6 \frac{m}{s}$$

* Si se patea con ángulo de 25°

$$R = \frac{(34.6)^2 \operatorname{sen}(2(25))}{10} \Rightarrow R = 84.7\ m$$

(15)

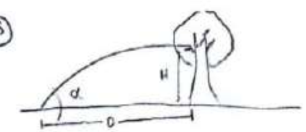


$$v = \frac{20m}{3s} = v = 6.6 \frac{m}{s}$$

* ALTURA:

$$\boxed{y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2} \Rightarrow y = 20 \cdot 3 + \frac{1}{2}(-5)(3)^2 \Rightarrow \boxed{y = 37.5\ m}$$

(16)



* Demuestre: $\tan\alpha = \frac{2H}{D}$

$$\boxed{\begin{aligned} D &= v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ H &= v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} a t^2 \end{aligned}}$$

$$t = \frac{D}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

$$H = v_0 \cdot \sin\alpha\left(\frac{D}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{D}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$$

$$H = \frac{v_0 \cdot D \cdot \operatorname{sen}\alpha}{v_0 \cdot \cos\alpha} - \frac{a \cdot D^2}{2(v_0 \cdot \cos\alpha)^2}$$

$$H = D \cdot \tan\alpha - 2a \sec\alpha^2$$

$$H = D \cdot \tan\alpha - 2a(\tan\alpha^2 + 1)$$

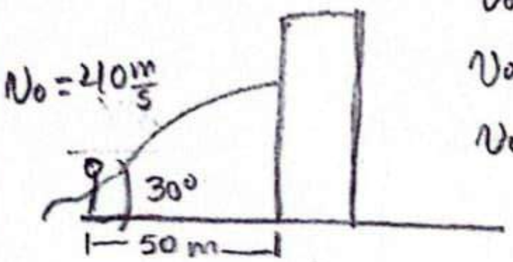
$$2a \cdot \tan\alpha^2 - D \cdot \tan\alpha + (H + 2a) = 0$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{-2a \pm \sqrt{D^2 - 4(2a)(H+2a)}}{2(H+2a)}}$$

* Velocidad en terminos de D y H.

$$v_0 = \sqrt{\frac{g(4H^2 + D^2)}{2h}}$$

(17)



Componentes

$V_{oy} = 40 \cdot \sin 30$

$V_{oy} = 18.15$

$V_{ox} = 35.64$

Tiempo Impacto

$x = V_{ox} \cdot t$

$t = \frac{50}{35.64}$

$t = 1.4 \text{ s}$

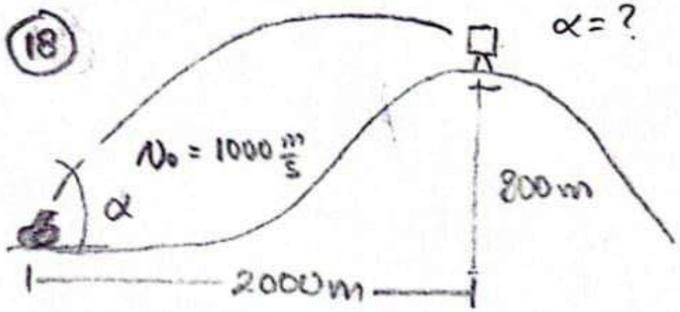
Altura a tiempo de impacto

$\boxed{y = V_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$

$y = 18.15(1,4) + \frac{1}{2}(-10)(1,4)^2$

$y = 15.61 \text{ m}$

(18)



Distancia recorrida (x) = 2000 m

Altura de impacto (y) = 800 m

Velocidad Inicial (V_0) = 1000 $\frac{m}{s}$

* ORDENO ECUACIÓN CUADRÁTICA

$20 \tan\alpha^2 - 2000 \tan\alpha + 820 = 0$

$\tan\alpha = \frac{+2000 \pm \sqrt{(2000)^2 - 4(20)(820)}}{2(20)}$

$\tan\alpha = \frac{2000 \pm 1983.5}{40}$

$\tan\alpha_1 = 99.5 \Rightarrow \alpha = 99.3$

$\tan\alpha_2 = 0.41 \rightarrow \alpha = 24.7$

* Tiempo de impacto

$x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$

$\boxed{t = \frac{x}{V_{ox}}}$

$t = \frac{2000}{1000 \cos\alpha}$

$\boxed{t = \frac{2}{\cos\alpha}}$

* Calculamos tiempo con ambos valores de α

$t = \frac{2}{\cos\alpha_1} \Rightarrow t = 181.9 \text{ s}$

$t = \frac{2}{\cos\alpha_2} \Rightarrow t = 2.16 \text{ s}$ — Este es el tiempo más lógico

* Altura cuando impacto

$\boxed{y = V_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$ ← Reemplazo t

$y = V_0 \cdot \sin\alpha \left(\frac{2}{\cos\alpha}\right) + \frac{1}{2}(-10) \cdot \left(\frac{2}{\cos\alpha}\right)^2$

$y = \frac{2000 \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{10(2)^2}{2\cos\alpha^2}$

$800 = 2000 \cdot \tan\alpha - \frac{20}{\cos\alpha^2}$

$2000 \cdot \tan\alpha = 800 + \frac{20}{\cos\alpha^2}$

$2000 \cdot \tan\alpha = 800 + 20 \sec\alpha^2$

$2000 \cdot \tan\alpha = 800 + 20(\tan\alpha^2 + 1)$

$2000 \cdot \tan\alpha = 800 + 20 \tan\alpha^2 + 20$

* IDENTIDADES

- $\tan\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$
- $\frac{1}{\cos\alpha^2} = \sec\alpha^2$
- $\sec\alpha^2 = \tan\alpha^2 + 1$

RESPUESTA: 24.7°