CLASE 4.2

FUNCIONES TRASCENDENTES

A continuación, nos dedicaremos a estudiar las mismas características de las funciones algebraicas, pero para esta clase de funciones

1.11. Funciones Trigonométricas

Las funciones trigonométricas son una clase de funciones matemáticas trascendentes, ya que por su misma notación se expresan de manera diferente a las funciones algebraicas. Las funciones trigonométricas son aquellas que están asociadas a una razón trigonométrica.

Las razones trigonométricas de un ángulo son obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo, es decir, son todos los cocientes posibles entre los tres lados de un triángulo rectángulo. A continuación, listamos todas las razones posibles:

$$sen(x) = \frac{b}{c}$$

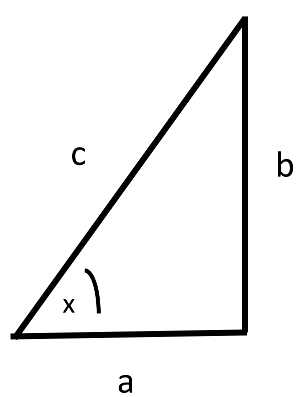
$$\cos(x) = \frac{a}{c}$$

$$tg(x) = \frac{b}{a}$$

$$ctg(x) = \frac{a}{b}$$

$$\sec(x) = \frac{c}{a}$$

$$\csc(x) = \frac{c}{b}$$



Las funciones trigonométricas tienen la siguiente notación: **y = Nombre(argumento)**.

El nombre es el dado por la razón trigonométrica, y el argumento es el valor del ángulo x (en radianes). Así se definen seis funciones trigonométricas básicas, que se notan como relaciones entre la variable dependiente y, con la variable independiente x.

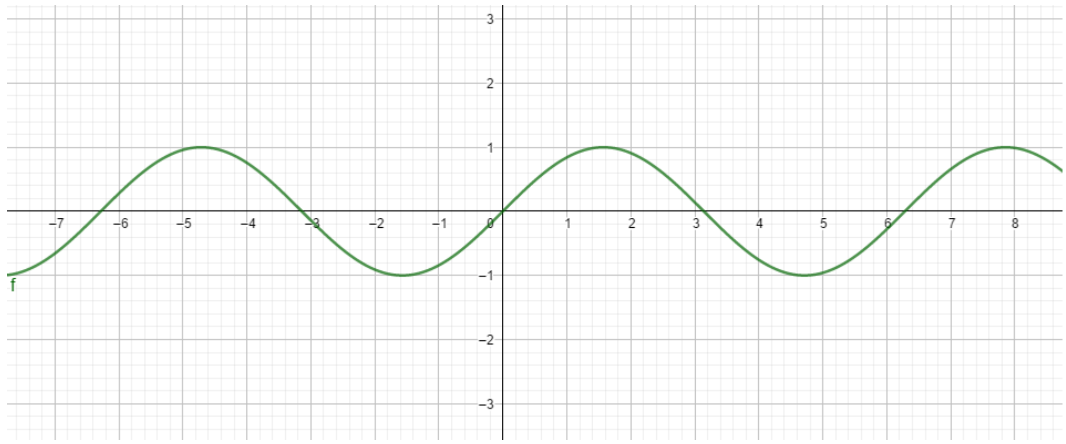
$$y = sen(x) \qquad y = \csc(x)$$

$$y = cos(x) \qquad y = sec(x)$$

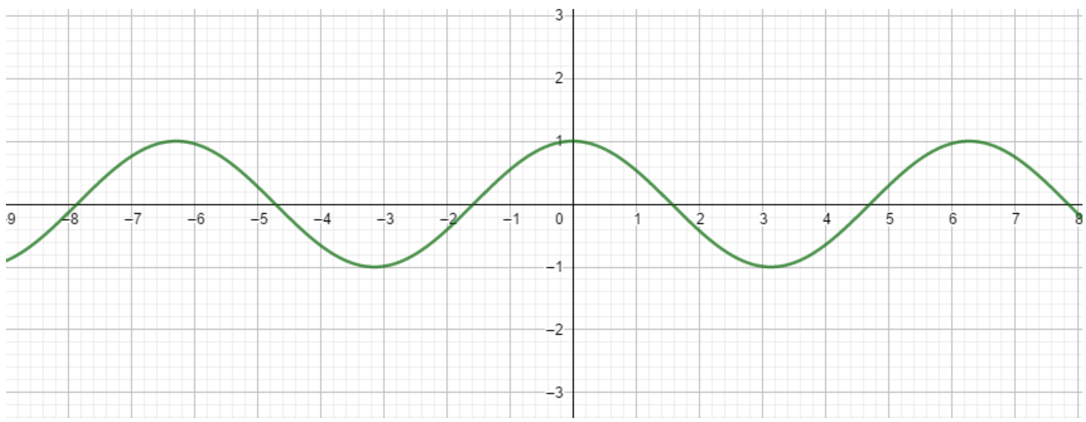
$$y = tg(x) \qquad y = ctg(x)$$

Estas funciones son periódicas como se podrá ver en los siguientes gráficos.

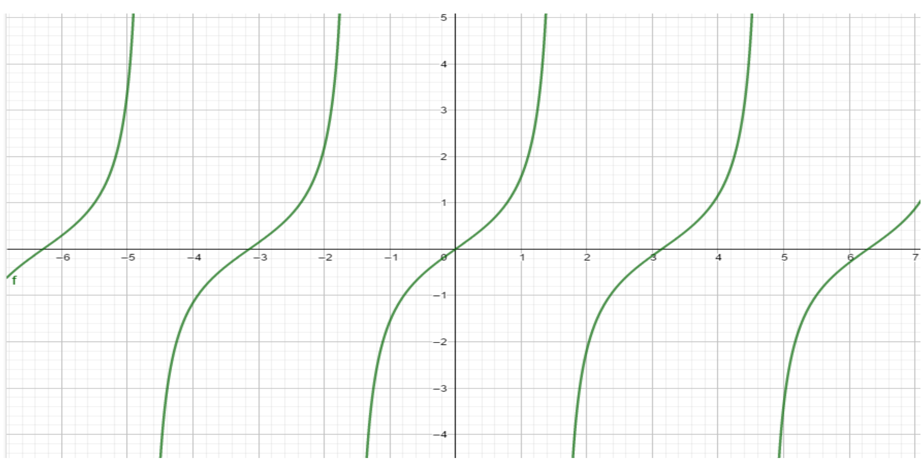
Función Seno (y=sen(x))



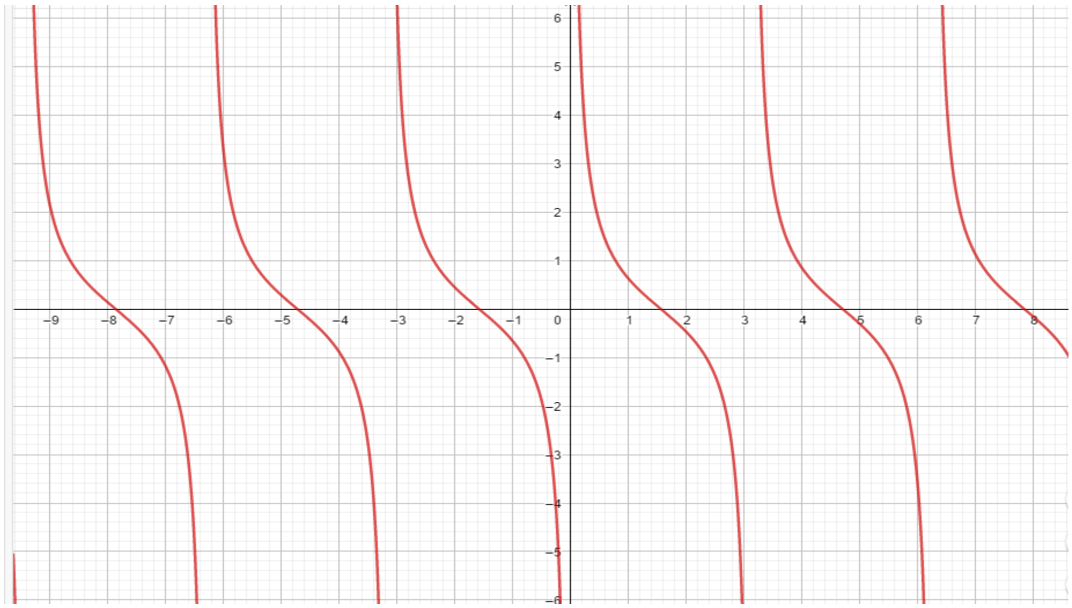
Función Coseno (y=cos(x))



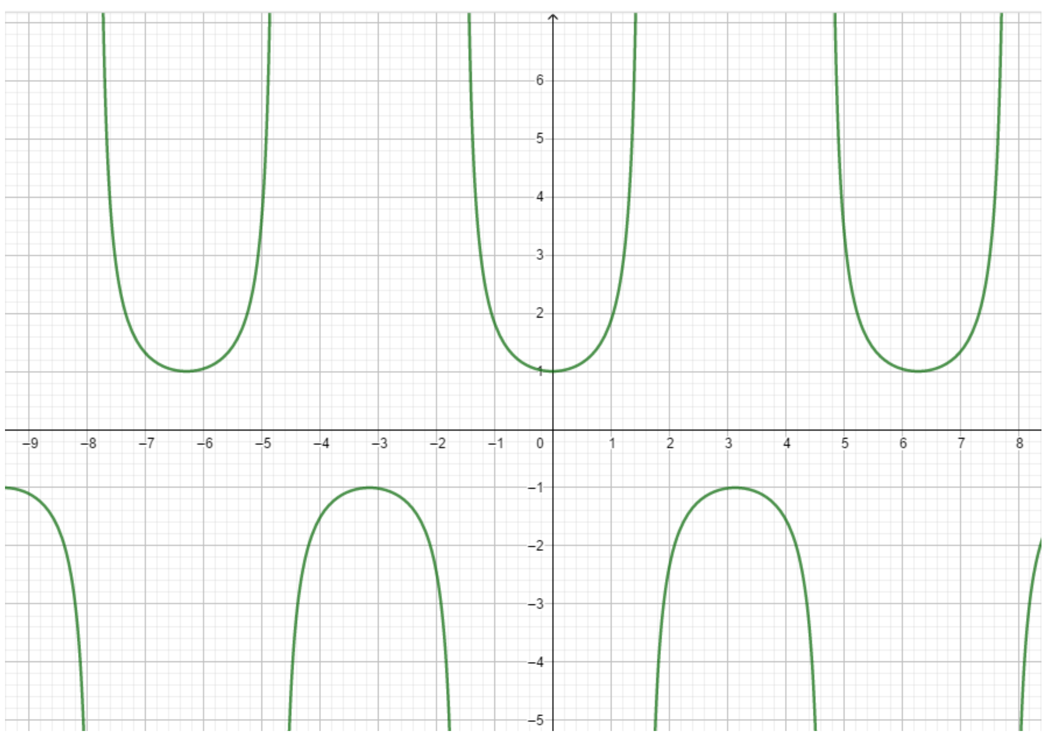
Función Tangente (y=tg(x))



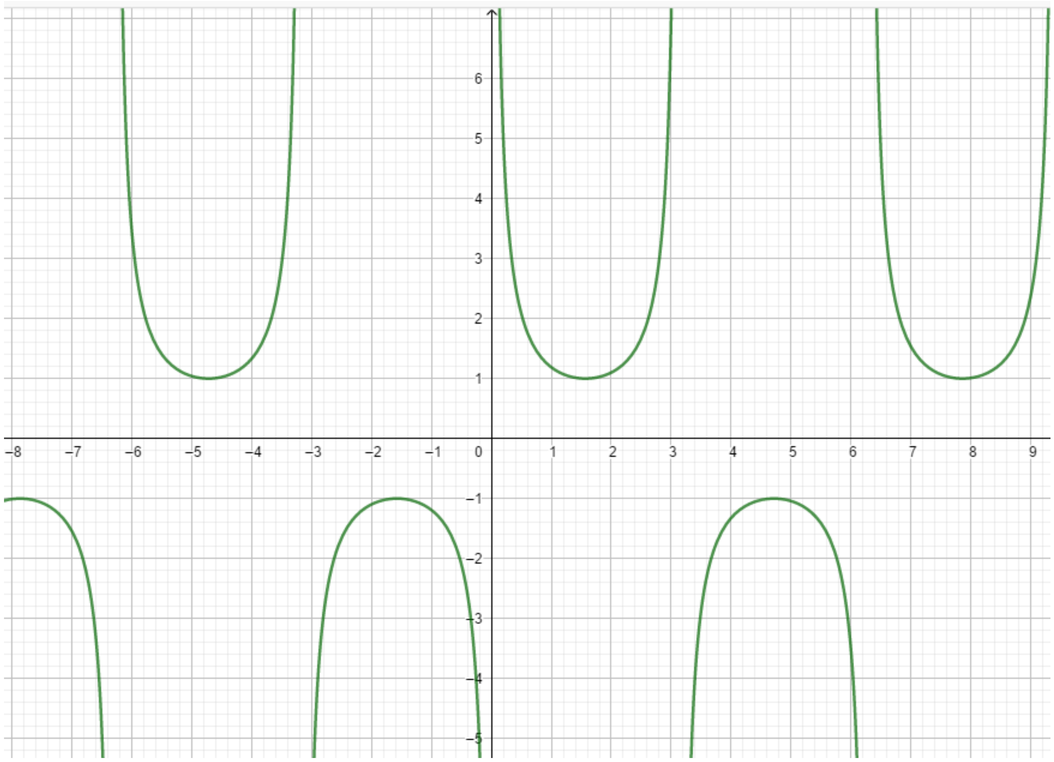
Función Cotangente (y=ctg(x))



Función Secante (y=sec(x))



Función Cosecante (y=csc(x))



Ejemplos

1. Estudiando el gráfico de la función y = sen(x) podemos obtener las siguientes características:

- $D_{sen} = \mathbb{R} \qquad R_{sen} = [-1,1]$
- No es inyectiva en todo su dominio; pero si reducimos su dominio, por ejemplo, únicamente al intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ podemos tener una función inyectiva, y por tanto biyectiva y obtener su inversa, notada como: $y = sen^{-1}(x) = arcsen(x)$
- La función seno es impar, pues es simétrica respecto del origen.
- Los intervalos de crecimiento son: $\left[-\frac{\pi}{2} + 2n\pi; \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right] \ \ con\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots ..$
- Los intervalos de decrecimiento son: $\left[\frac{\pi}{2} + 2n\pi; \frac{3\pi}{2} + 2n\pi\right] \ con\ n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots ..$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Para las funciones y = cos(x) y y = tg(x)
   a. Obtener el dominio y recorrido
   b. Indicar algunos intervalos donde se pueden considerar funciones biyectivas
   c. Estudiar la paridad de las funciones.
   d. Estudiar la monotonía

2. Escribir las funciones inversas de las seis funciones trigonométricas en intervalos adecuados y graficar las funciones.
3. Graficar las siguientes funciones trigonométricas
   a. $y = 2\text{sen}(x)$
   b. $y = 2 + \text{sen}(x)$
   c. $y = \cos(x+2)$
   d. $y = x\cos(x)$