

Trabajo Autónomo 1.2 - Fundamentos de Física para Ingeniería

Segundo Ciclo "A" - Ingeniería de Software

Estudiante: Ariel Alejandro Calderón

1. Encontrar la fórmula que determina la carga total de un cubo de lado α , cuya carga se encuentra distribuida uniformemente solo en las caras superficiales con densidad superficial σ . Determinar el valor para el caso $\alpha = 0,2\text{m}$ $\sigma = 10^6\text{C/m}^2$.

La carga total Q distribuida uniformemente

$$Q = \sigma \cdot A_{\text{total}}$$

donde A_{total} es el área total de las superficies del cubo. Para un cubo de lado α , el área total es:

$$A_{\text{total}} = 6\alpha^2$$

Entonces, la carga total es:

$$Q = \sigma \cdot 6\alpha^2$$

Sustituyendo los valores dados, con $\alpha = 0,2\text{m}$ y $\sigma = 10^6\text{C/m}^2$:

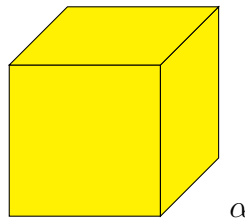
$$Q = 10^6\text{C/m}^2 \cdot 6 \cdot (0,2\text{m})^2$$

Calculamos $(0,2)^2 = 0,04$:

$$Q = 10^6 \cdot 6 \cdot 0,04 = 10^6 \cdot 0,24 = 2,4 \times 10^5\text{C}$$

Por lo tanto, la carga total Q es:

$$Q = 2,4 \times 10^5\text{C}$$



2. Encuentre la carga total de un alambre delgado de 2 m de longitud paralelo al eje x que se encuentra cargado con densidad lineal de carga $\lambda = (e^x + x)\text{C/m}$

La densidad lineal de carga es:

$$\lambda(x) = e^x + x\text{C/m}$$

y el alambre tiene una longitud de $L = 2\text{m}$.

La carga total Q se obtiene integrando la densidad lineal de carga a lo largo de la longitud del alambre:

$$Q = \int_0^2 \lambda(x) dx = \int_0^2 (e^x + x) dx$$

Calculamos la integral:

$$Q = \int_0^2 e^x dx + \int_0^2 x dx$$

Primera integral:

$$\int_0^2 e^x dx = e^2 - e^0 = e^2 - 1$$

Segunda integral:

$$\int_0^2 x dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^2 = \frac{2^2}{2} = 2$$

Entonces, la carga total es:

$$Q = (e^2 - 1) + 2$$

Obtenemos:

$$Q = (7,389 - 1) + 2 = 6,389 + 2 = 8,389\text{C}$$

3. Dos esferas de masa 1gr y de igual carga Q se cuelgan de hilos de 20cm y masa despreciable sujetos a un mismo punto. Si el ángulo que forman los hilos en el punto común es de 20° , calcular el valor de Q .

La fuerza de repulsión electrostática entre las esferas F_e es responsable de mantener el ángulo 20° . Por otro lado, el peso de cada esfera W actúa hacia abajo, y la tensión en los hilos tiene una componente vertical que equilibra el peso y una componente horizontal que equilibra la fuerza electrostática.

La fórmula de la fuerza electrostática entre dos cargas es:

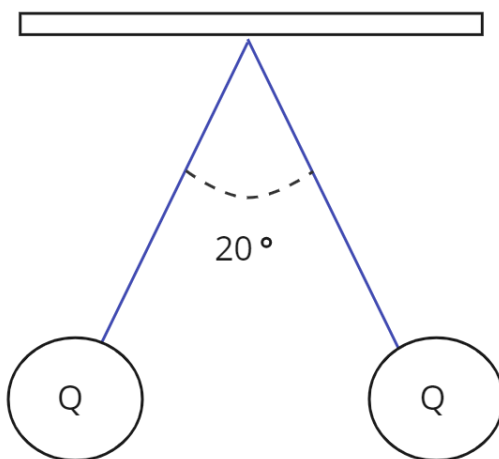
$$F_e = k_e \frac{Q^2}{r^2}$$

donde k_e es la constante de Coulomb ($9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$) y r es la distancia entre las esferas. La distancia r entre las esferas se puede calcular en función del ángulo $\theta = 20^\circ$ y la longitud del hilo $L = 20 \text{ cm}$:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{r/2}{L} \Rightarrow r = 2L \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Sustituyendo $L = 0,2 \text{ m}$ y $\theta = 20^\circ$:

$$r = 2(0,2) \sin(10^\circ) \approx 0,0698 \text{ m}$$



Ahora, igualamos la componente horizontal de la tensión T con la fuerza electrostática:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T \sin(10^\circ) = F_e$$

También, la componente vertical de la tensión equilibra el peso $W = mg$, donde $m = 1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos(10^\circ) = W$$

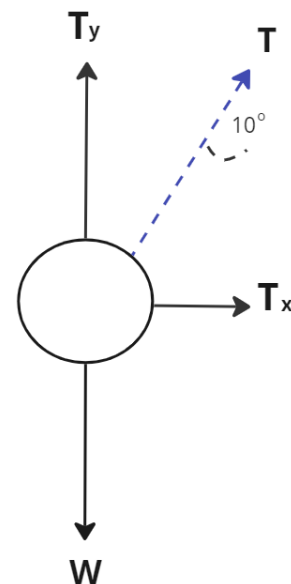
$$T = \frac{mg}{\cos(10^\circ)} \Rightarrow F_e = mg \cdot \tan(10^\circ)$$

Resolviendo ambas ecuaciones para Q , obtenemos:

$$Q = \sqrt{\frac{r^2 \cdot F_e}{k_e}} = \sqrt{\frac{(0,0698)^2 (0,001)(9,8) \tan(10^\circ)}{9 \times 10^9}}$$

Aproximando los valores:

$$Q \approx 1,21 \times 10^{-8} \text{ C}$$



miro

4. Tres cargas puntuales se ubican a lo largo del eje x . $Q_1 = 1 \text{ mC}$ está en $x = 1 \text{ m}$, $Q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ en $x = 2 \text{ m}$. Dónde debe ubicarse la tercera carga Q_3 positiva de modo que ésta última carga se mantenga estática.

Para resolver este problema, debemos aplicar la ley de Coulomb y el principio de superposición de fuerzas. La idea es encontrar la posición de Q_3 donde las fuerzas eléctricas de Q_1 y Q_2 sobre Q_3 se cancelen mutuamente, manteniendo Q_3 en equilibrio.

Las fuerzas que actúan sobre Q_3 están dadas por las cargas Q_1 y Q_2 , ambas situadas en posiciones fijas en el eje x .

La fuerza eléctrica entre dos cargas está dada por:

$$F = k_e \frac{|Q_i Q_j|}{r^2}$$

donde $k_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ es la constante de Coulomb, y r es la distancia entre las cargas.

Supongamos que Q_3 está situada en algún punto x_3 en el eje x . La distancia entre Q_3 y Q_1 será $|x_3 - 1|$ y entre Q_3 y Q_2 será $|x_3 - 2|$. La condición de equi-

librio para Q_3 es que las fuerzas ejercidas por Q_1 y Q_2 sobre Q_3 sean iguales y opuestas:

$$k_e \frac{Q_1 Q_3}{(x_3 - 1)^2} = k_e \frac{Q_2 Q_3}{(x_3 - 2)^2}$$

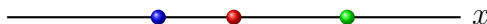
Cancelamos k_e y Q_3 en ambos lados de la ecuación:

$$\frac{Q_1}{(x_3 - 1)^2} = \frac{Q_2}{(x_3 - 2)^2}$$

Sustituyendo los valores de $Q_1 = 1 \text{ mC} = 1 \times 10^{-3} \text{ C}$ y $Q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$, obtenemos:

$$\frac{1 \times 10^{-3}}{(x_3 - 1)^2} = \frac{2 \times 10^{-6}}{(x_3 - 2)^2}$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática para x_3 , obtenemos la posición de Q_3 .



5. Calcular la fuerza electrostática que produce un anillo de radio a , cargado con densidad lineal λ , sobre una carga ubicada a una distancia b del centro del anillo sobre su eje.

La configuración es un triángulo equilátero, por lo que las tres distancias entre las cargas son iguales: $r = 0,5 \text{ m}$.

Para encontrar la fuerza neta sobre Q_1 , debemos calcular las fuerzas ejercidas sobre Q_1 por Q_2 y Q_3 , y luego sumarlas vectorialmente.

La fuerza electrostática entre dos cargas está dada por la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|Q_i Q_j|}{r^2}$$

donde $k_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

****Fuerza de Q_2 sobre Q_1 **:**

$$F_{21} = k_e \frac{|2 \times 10^{-6} \times (-3 \times 10^{-6})|}{(0,5)^2}$$

$$F_{21} = 9 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-12}}{0,25} = 0,216 \text{ N}$$

La dirección de esta fuerza es hacia Q_2 .

****Fuerza de Q_3 sobre Q_1 **:**

$$F_{31} = k_e \frac{|2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}|}{(0,5)^2}$$

$$F_{31} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-12}}{0,25} = 0,072 \text{ N}$$

La dirección de esta fuerza es hacia Q_3 .

****Suma vectorial de fuerzas**:** Dado que el triángulo es equilátero, las fuerzas están separadas por ángulos de 60° . Utilizamos descomposición en componentes para obtener la fuerza neta.

La fuerza neta sobre Q_1 es:

$$F_{\text{net}} = F_{21} + F_{31}$$

