Informe de las prácticas de experimentación y aplicación de los aprendizajes
(Elaborada por los estudiantes de manera individual o grupal)

1. Datos Informativos:

Facultad:	Ciencias Administrativas, Gestión Empresarial e Informática
Carrera:	*Software*
Asignatura:	*Algebra Lineal*
Ciclo:	*Primero*
Docente:	*Dr. Carlos Taco*
Título de la práctica:	*Operaciones básicas con matrices*
No. de práctica:	*1*
Escenario o ambiente de aprendizaje de la practica	*Biblioteca universitaria*
No. de horas:	*5*
Fecha:	*03/06/2024*
Estudiantes:	*Ariel Alejandro Calderón*
Calificación	

2. Introducción:

Las operaciones con matrices son fundamentales en diversos campos de la matemática, la física, la informática y la ingeniería. Una matriz es una disposición rectangular de números, símbolos o expresiones, organizada en filas y columnas.

3. Objetivo de la práctica:

Proporcionar una comprensión sólida de las manipulaciones básicas y avanzadas de matrices, permitiendo a los estudiantes y profesionales aplicar estas técnicas en la resolución de problemas matemáticos y prácticos en diversas disciplinas como la ingeniería, la informática, la física y la economía.

4. Descripción del desarrollo de la práctica:

Definición de Matriz

Una matriz A de $m \times n$ es un ordenamiento rectangular de escalares dispuestos en m filas y n columnas. Para designar a cada uno de los $m.n$ elementos de la matriz se utiliza un doble subíndice que indica el número de fila y número de columna que le corresponde en el arreglo.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Así, $a34$ es el elemento ubicado en la fila tres y la columna cuatro y en general aij es el elemento de la matriz A que está en la fila i y en la columna j.
Las matrices suelen designarse con letras mayúsculas: se anota $A \in Rmxn$ para indicar que es una matriz con m filas y n columnas cuyos elementos son números reales. Se indican con paréntesis o con corchetes.

Suma de matrices

Sean $A, B \in Rm \times n$ entonces:

$$A + B = C \in \mathbb{R}^{m \times n} \mid c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad \forall i, j$$

Producto de un escalar por una matriz

Sean $A \in Rm \times n$, $k \in R$, entonces:

$$kA = B \in \mathbb{R}^{m \times n} \mid b_{ij} = ka_{ij} \quad \forall i, j$$

Operaciones con matrices

OPERACIONES BÁSICAS CON MATRICES

NOMBRE: Ariel Alejandro Calderón

• Indique tamaño de cada matriz

1. $\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ 2×2

2. $\begin{pmatrix} -9 & -8 \\ 2 & 17 \\ 11 & -6 \end{pmatrix}$ 3×2

3. $\begin{pmatrix} 70 & 12 & 24 & 48 \\ 53 & 62 & 74 & 89 \end{pmatrix}$ 2×4

4. $\begin{pmatrix} -5 & -9 & 4 \\ -7 & 12 & 1 \\ 14 & 6 & -8 \end{pmatrix}$ 3×3

• Encuentre el valor de cada elemento:

	a_{22}	a_{21}	a_{43}	a_{13}	a_{32}	a_{34}
(1)	-2	1	—	—	—	—
(2)	17	2	—	24	—	—
(3)	62	53	—	4	—	—
(4)	12	-7	—	4	6	—

• Resuelva las operaciones de matrices.

$W = \begin{pmatrix} 13 & -6 \\ 2 & -10 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -5 & 9 \\ 12 & 7 \end{pmatrix}$ $Y = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -6 & 14 & 8 \end{pmatrix}$ $Z = \begin{pmatrix} -11 & 3 & 7 \\ 4 & -9 & 16 \end{pmatrix}$

11) $W + X = \begin{pmatrix} 14 & -9 \\ -3 & -1 \\ 8 & 15 \end{pmatrix}$

12) $Z - X =$ NO ES POSIBLE

13) $Z - Y = \begin{pmatrix} -16 & 5 & 6 \\ 10 & -23 & 8 \end{pmatrix}$

14) $X + Y =$ NO ES POSIBLE

15) $W - X = \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ 7 & -14 \\ -16 & 1 \end{pmatrix}$

16) $Y + Z = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 8 \\ -2 & 5 & 24 \end{bmatrix}$

17) Un concesionario de automóviles tiene dos lotes de autos usados. Las siguientes matrices representan la cantidad de automóviles en cada lote por edad i y tipo de vehículo j. Escriba una matriz que muestre la cantidad de automóviles de cada rango de edad.

$A_{ij} = \begin{bmatrix} 42 & 56 & 85 \\ 41 & 57 & 89 \\ 45 & 53 & 84 \end{bmatrix}$ $B_{ij} = \begin{bmatrix} 51 & 45 & 79 \\ 53 & 48 & 81 \\ 56 & 46 & 83 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 93 & 101 & 164 \\ 94 & 105 & 170 \\ 101 & 99 & 167 \end{bmatrix}$

• Encuentre producto:

18. $2\begin{bmatrix} 6 & -18 & 7 \\ 3 & 4 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -36 & 14 \\ 6 & 8 & 22 \end{bmatrix}$

19. $9\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -45 \\ 72 & 36 \end{bmatrix}$

20. $3\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ -7 & 15 \\ 12 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 24 \\ -21 & 45 \\ 36 & -18 \end{bmatrix}$

21. $6\begin{bmatrix} -3 & 10 & -5 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 & 60 & -30 & 45 \end{bmatrix}$

22. $7\begin{bmatrix} 20 & -9 & 4 \\ -1 & 5 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140 & -63 & 28 \\ -7 & 35 & 77 \end{bmatrix}$

23. $4\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -12 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & 24 \\ -48 & 20 \\ 12 & 16 \end{bmatrix}$

24. Escribe una matriz de 1×3 con un múltiplo escalar que represente el costo total de la entrada. ¿Cuál es el costo total?

• costos $= [4.50 \quad 4,50 \quad 6.75]$

• costos totales $= 6 \times [4.50 \quad 4.50, \ 6.75]$

• costo total $= 94.50$

• Realice las siguientes operaciones:

$D = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 9 & -11 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ -5 & 5 \\ 1 & -12 \end{bmatrix}$

$F = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 2 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$

25. $2D + E = \begin{bmatrix} 0 & 20 \\ 13 & -17 \\ 9 & -26 \end{bmatrix}$

26. $3(E - F) = \begin{bmatrix} 9 & 33 \\ -3 & 9 \\ -15 & -66 \end{bmatrix}$

27. $\frac{1}{2}(D + F) = \begin{bmatrix} 3/2 & 2 \\ 5/2 & -9/2 \\ 13/2 & 3/2 \end{bmatrix}$

28. $3D - 2E = \begin{bmatrix} -6-16 & 15-20 \\ 27+10 & -33-10 \\ 10 & -21+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 & -5 \\ 37 & -43 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

29. $D + E - F = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 8 & -8 \\ -1 & -29 \end{bmatrix}$

30. $2(D + F) - E = \begin{bmatrix} 12-5 & 30+1 \\ 8+4 & -12-2 \\ 10-6 & -38-10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 31 \\ 12 & -14 \\ 4 & -48 \end{bmatrix}$

$$J = \begin{bmatrix} 8 & -10 & 3 \\ -4 & 1 & 12 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -4 \\ -6 & 7 & -3 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -8 \\ 11 & -7 & 6 \end{bmatrix}$$

31. $2X = J+K \rightarrow X = \frac{1}{2}(J+K) \Rightarrow X = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 10 & -5 & -6 \\ -10 & 8 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 5 & -5/2 & -3/2 \\ -5 & 4 & 9/2 \end{bmatrix}$

32. $\frac{1}{3}X = L-K \rightarrow X = 3(L-K) \Rightarrow X = 3\begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 17 & -14 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 6 & -12 & 3 \\ 51 & -42 & 27 \end{bmatrix}$

33. $3X = 2J-L \Rightarrow X = \frac{1}{3}(2J-L) \Rightarrow X = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 12 & -21 & 14 \\ -19 & 9 & 18 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 14/3 \\ -19/3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

34. $X = 3K - J \rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & 14 & 35 \\ -29 & 28 & -15 \end{bmatrix}$

35. $X = 3L - 2K \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 12 & 3 & -24 \\ 33 & -21 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 10 & -18 \\ -12 & 14 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -7 & -6 \\ 45 & -35 & 24 \end{bmatrix}$

36. $2(J-X) = -L \Rightarrow 2J - 2X = -L \Rightarrow X = \frac{1}{2}(2J+L) \Rightarrow X = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 16 & -20 & 6 \\ -8 & 2 & 24 \end{bmatrix} + L = \begin{bmatrix} 10 & -19/2 & -1 \\ 3/2 & -5/2 & 15 \end{bmatrix}$

37. Demuestre con inducción matemática la sig. expresión:

$$1\cdot 2 + 2\cdot 2^2 + \ldots + n^2\cdot n = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$$

• PASO INICIAL $\Rightarrow n=1 \longrightarrow (1)^2\cdot(1) = \frac{1(1+1)(1+2)(3(1)+1)}{12} \Rightarrow 1 \neq 2$ — FALSO

• PASO INDUCTIVO : ASUMIR $n = K \rightarrow S_K = \frac{K(K+1)(K+2)(3K+1)}{12}$

• $n = K+1 \longrightarrow \boxed{S_{K+1} = \frac{(K+1)(K+2)(K+3)(3K+4)}{12}}$: $S_{K+1} = S_K + (K+1)$

$$S_{K+1} = \frac{K(K+1)(K+2)(3K+1)}{12} + (K+1)^2(K+1)$$

$\Rightarrow K(K+1)(K+2)(3K+1) + 12(K+1)^2(K+1)$

$\Rightarrow K(K+1)(K+2)(3K+1) + (K(K) + K(2) + 1)(K+1)(12)$

$\Rightarrow (K+1)\left[K(K+2)(3K+1) + 12K(K+2) + 12\right]$

$\Rightarrow (K+1)(K+2)\left[K(3K+1) + 12K\right] + 12$

$\Rightarrow (K+1)(K+2)\left[K(3K) + K + 12K + 12\right]$

$\left[K(3K+4) + 3(3K) + 4\cdot 3\right]$

$\left[K(3K+4) + 3(3K+4)\right]$

$(K+3)(3K+4) = \frac{(K+1)(K+2)(K+3)(3K+4)}{12}$

* Se comprueba veracidad en el paso inductivo pero falla el paso inicial

5. **Metodología:**

Para abordar la temática de las operaciones con matrices, se utilizaron un enfoque teórico-práctico. Inicialmente, se explicaron los conceptos fundamentales y las definiciones clave, como las matrices, sus tipos y dimensiones. También se propusieron ejercicios prácticos para reforzar el aprendizaje y asegurar la comprensión de los conceptos.

6. **Resultados obtenidos:**

Al abordar la temática de las operaciones con matrices, hemos adquirido una comprensión profunda de los conceptos y técnicas fundamentales en álgebra lineal relacionados con matrices. Somos capaces de realizar operaciones básicas y avanzadas con matrices, aplicar estas operaciones en la resolución de problemas prácticos y matemáticos, y utilizar herramientas computacionales para facilitar el cálculo y la visualización de estos conceptos.

7. **Conclusiones:**

La exploración de las operaciones con matrices ha demostrado ser esencial para el dominio del álgebra lineal y sus aplicaciones prácticas. El uso de herramientas computacionales ha facilitado la comprensión y aplicación de estos conceptos en situaciones reales.

8. **Recomendaciones:**

- **Práctica Constante**: Continúe practicando operaciones con matrices mediante la resolución de ejercicios y problemas prácticos para consolidar su comprensión y habilidades.
- **Uso de Herramientas Computacionales:** Utilice software especializado como MATLAB, Python y otras herramientas de álgebra lineal para realizar cálculos complejos y visualizaciones.
- **Profundización en Temas Avanzados:** Investigue temas avanzados relacionados con matrices, como descomposiciones matriciales, álgebra lineal numérica, y teoría de matrices para ampliar su conocimiento y competencias.

9. **Bibliografía:**

[1] Operaciones con matrices: https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/algebralineal/operaciones-matrices.html
[2] Matrices: operaciones y propiedades: https://aga.frba.utn.edu.ar/matrices/
[3] ÁLGEBRA DE MATRICES: https://www.uv.mx/personal/aherrera/files/2014/08/11a.-ALGEBRA-DE-MATRICES-1.pdf
[4] Matrices y operaciones con matrices: https://openstax.org/books/prec%C3%A1lculo-2ed/pages/9-5-matrices-y-operaciones-con-matrices

10. **Anexos:**