Examen de Física - Campos Eléctricos

Ingeniería Física, Primer Ciclo

1. **Dos esferas de masa 1gr y de igual carga Q se cuelgan de hilos de 20cm y masa despreciable sujetos a un mismo punto. Si el ángulo que forman los hilos en el punto común es de 20°, calcular el valor de Q.**

   El sistema consiste en dos esferas en equilibrio debido a la fuerza eléctrica y la tensión del hilo, equilibrando la gravedad. Descomponemos las fuerzas:

   $$F_g = m \cdot g = 0.001 \cdot 9.8\,\mathrm{N}$$

   La componente horizontal de la tensión es igual a la fuerza eléctrica:

   $$T \cdot \sin(\theta) = F_e = k\frac{Q^2}{r^2}$$

   La componente vertical de la tensión equilibra el peso:

   $$T \cdot \cos(\theta) = m \cdot g$$

   Dividiendo ambas ecuaciones:

   $$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{F_e}{F_g} \quad \Rightarrow \quad \tan(\theta) = \frac{k\frac{Q^2}{r^2}}{m \cdot g}$$

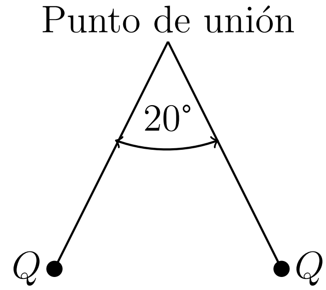
   Resolviendo para Q:

   $$Q = \sqrt{\frac{r^2 \cdot m \cdot g \cdot \tan(\theta)}{k}}$$

   Ahora, calculamos los valores. Para $r = 0.2\,\mathrm{m} \cdot \sin(10^\circ)$ y $\theta = 10^\circ$:

   $$r = 0.2\,\mathrm{m},\ \theta = 10^\circ,\ m = 0.001\,\mathrm{kg},\ k = 9 \times 10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2}$$

   $$Q \approx \sqrt{\frac{(0.2)^2 \cdot 0.001 \cdot 9.8 \cdot \tan(10^\circ)}{9 \times 10^9}}$$



2. **Calcular el campo eléctrico producido por un alambre de 2 m de longitud ubicado en la dirección del eje x, y cargado con una densidad lineal de carga dada por $\lambda = (x^2 + 2)$C/m en un punto a 0.5 m del extremo del alambre sobre el mismo eje x.**

   El elemento diferencial de carga en el alambre es:

   $$dq = \lambda(x)\,dx = (x^2 + 2)\,dx.$$

   La contribución diferencial al campo eléctrico debido a dq en un punto P a 0.5 m del extremo derecho del alambre es:

   $$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2},$$

   donde r es la distancia desde el elemento de carga dq hasta el punto P.

   Ubicamos el alambre en el intervalo $0 \leq x \leq 2$ sobre el eje x. El punto P se encuentra en $x = 2.5$, por lo que la distancia entre un elemento de carga en x y el punto P es:

   $$r = 2.5 - x.$$

   Entonces, el diferencial de campo eléctrico dE es:

   $$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x^2 + 2}{(2.5 - x)^2}\,dx.$$

   El campo total E es la integral de dE a lo largo del alambre:

   $$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^2 \frac{x^2 + 2}{(2.5 - x)^2}\,dx.$$

Evaluamos la integral:

$$\int_0^2 \frac{x^2+2}{(2.5-x)^2}\,dx.$$

Realizando un cambio de variable, sea $u = 2.5 - x$, lo cual implica que $du = -dx$. Los límites cambian así: - Cuando $x = 0$, $u = 2.5$. - Cuando $x = 2$, $u = 0.5$.

Reescribimos la integral en términos de u:

$$\int_0^2 \frac{x^2+2}{(2.5-x)^2}\,dx = \int_{2.5}^{0.5} \frac{(2.5-u)^2+2}{u^2}(-du).$$

Cambiamos el signo y límites de integración:

$$= \int_{0.5}^{2.5} \frac{(2.5-u)^2+2}{u^2}\,du.$$

Expandimos $(2.5-u)^2$ y simplificamos:

$$= \int_{0.5}^{2.5} \left(1 - \frac{1}{u} + \frac{2.25}{u^2}\right)\,du.$$

Resolviendo cada término por separado:

$$\int_{0.5}^{2.5} 1\,du = 2,$$

$$\int_{0.5}^{2.5} -\frac{1}{u}\,du = -\ln 5,$$

$$\int_{0.5}^{2.5} \frac{2.25}{u^2}\,du = 3.6.$$

Así, la integral total es:

$$\int_0^2 \frac{x^2+2}{(2.5-x)^2}\,dx = 5.6 - \ln 5.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en P es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(5.6 - \ln 5\right).$$

3. **¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el interior de una esfera maciza cargada? ¿Y si esta fuera hueca? ¿Y si además la esfera fuera conductora?**

Para una esfera maciza cargada uniformemente, aplicamos la ley de Gauss. El campo eléctrico en un punto dentro de la esfera, a una distancia r del centro, se determina considerando una superficie gaussiana esférica de radio r. Según la ley de Gauss, tenemos:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

El campo eléctrico en el interior de la esfera maciza es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}, \text{ para } r < R$$

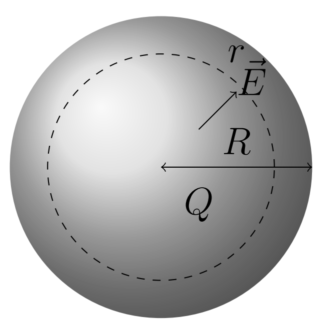
donde Q es la carga total de la esfera, r es la distancia al centro de la esfera y R es el radio de la esfera.

Si la esfera es hueca, no hay carga dentro de la superficie gaussiana, y el campo eléctrico en el interior es cero:

$$E = 0, \text{ para } r < R \text{ (esfera hueca)}$$

Si la esfera es conductora, la carga reside en la superficie exterior y el campo eléctrico en el interior también es cero:

$$E = 0, \text{ para } r < R \text{ (esfera conductora)}$$



4. **Dos cargas puntuales de 5C y -5C ubicadas en los puntos (1,1) m y (5,5) m. Calcular el potencial en el punto (5,0). Sugerencia: aplicar el principio de superposición.**

El potencial eléctrico en un punto debido a una carga puntual q se calcula como:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

Aplicando el principio de superposición, el potencial total en el punto $(5, 0)$ es la suma de los potenciales debidos a las dos cargas $5\,\mathrm{C}$ y $-5\,\mathrm{C}$.

- La distancia desde el punto $(5, 0)$ a la carga $5\,\mathrm{C}$ ubicada en $(1, 1)\,\mathrm{m}$ es:

$$r_1 = \sqrt{(5-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}\,\mathrm{m}$$

- La distancia desde el punto $(5, 0)$ a la carga $-5\,\mathrm{C}$ ubicada en $(5, 5)\,\mathrm{m}$ es:

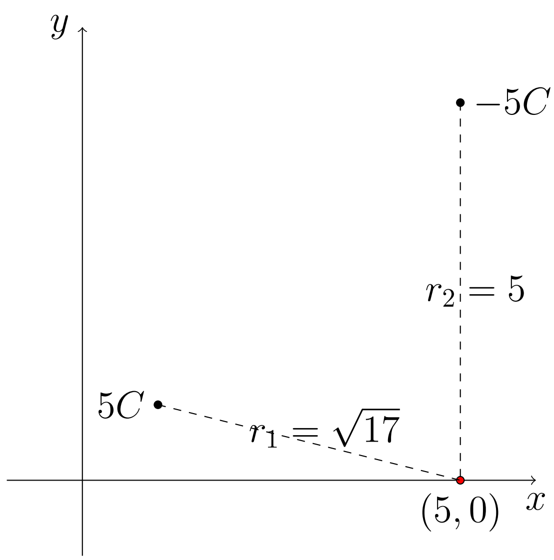
$$r_2 = \sqrt{(5-5)^2 + (0-5)^2} = 5\,\mathrm{m}$$

El potencial total en el punto $(5, 0)$ es:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{5}{\sqrt{17}} + \frac{-5}{5} \right)$$

Resolviendo:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{5}{\sqrt{17}} - 1 \right)$$



5. **¿Cuál es la energía potencial eléctrica que tiene el Sistema del ejercicio anterior?**

La energía potencial eléctrica de un sistema de dos cargas puntuales se calcula como:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

Donde: - $q_1 = 5\,\mathrm{C}$ - $q_2 = -5\,\mathrm{C}$ - r es la distancia entre las dos cargas, que es:

$$r = \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{m}$$

Sustituyendo los valores:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(5)(-5)}{4\sqrt{2}} = \frac{-25}{4\pi\epsilon_0 4\sqrt{2}}\,\mathrm{J}$$

Por lo tanto, la energía potencial del sistema es negativa debido a la interacción de cargas opuestas y tiene un valor de:

$$U = \frac{-25}{4\pi\epsilon_0 4\sqrt{2}}\,\mathrm{J}$$