**Informe de las prácticas de experimentación y aplicación de los aprendizajes**
**(Elaborada por los estudiantes de manera individual o grupal)**

1. **Datos Informativos:**

| Facultad: *CIENCIAS ADMINISTRATIVAS GESTIÓN EMPRESARIAL E INFORMÁTICA* | |
|---|---|
| Carrera: | ***Software*** |
| Asignatura: | ***Cálculo III*** |
| Ciclo: | ***Tercero*** |
| Docente: | ***Fís. Rafael Medina V. MSc.*** |
| Título de la práctica: | ***MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE PROBLEMAS REALES COMO ECUACIONES DIFERENCALES Y TIPOS DE SOLUCIONES*** |
| No. de práctica: | ***1*** |
| Escenario o ambiente de aprendizaje de la practica | ***Internet y solución matemática*** |
| No. de horas: | ***6 horas*** |
| Fecha: | ***11/02/2025*** |
| Estudiantes: | ***Ariel Calderón, Hermelinda Ochoa, Xiomara Punina*** |
| GRUPO No. | |
| Calificación | |

2. **Introducción**:

El objetivo fundamental de la formación del Ingeniero en Software es que sea un profesional con capacidad analítica, la cual se adquiere estudiando herramientas matemáticas desde el punto de vista del análisis y del cálculo, pues es conocido que un ingeniero trabaja con modelos matemáticos de casos reales.
La idea de esta práctica es que los estudiantes se inicien en el modelado de problemas reales como ecuaciones diferenciales, que son las aproximaciones más reales de dichos problemas.

3. **Objetivo de la práctica**:

Resolver un problema real utilizando las leyes físicas correspondientes para modelar un problema como ecuación diferencial.

4. **Descripción del desarrollo de la práctica**:

# Problema 1

Una partícula P se mueve a lo largo del eje x de tal manera que su aceleración en cualquier tiempo $t \geq 0$, está dada por $a = 8 - 12t$.

(a) Encuentre la posición x de la partícula, medida del origen 0 a cualquier tiempo t ¿0, asumiendo que inicialmente está localizada en x = 2 y está viajando a una velocidad $V = -2$.

(b) Resuelva a) si solo se sabe que la partícula está localizada inicialmente en x = 2 y en x = 7, cuando t = 1.

**1. Analizar y comprender el problema presentado**

La partícula $P$ se mueve a lo largo del eje $x$ con una aceleración dependiente del tiempo:

$$a(t) = 8 - 12t$$

**2. Revisar o investigar las leyes físicas que presenta el problema**

Sabemos que la aceleración es la derivada de la velocidad respecto al tiempo:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

Asimismo, la velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Para encontrar la posición $x(t)$, integramos sucesivamente la aceleración.

**3. Modelar el problema como una ecuación diferencial con valores iniciales**

Dado que $a(t) = \frac{dv}{dt}$, la ecuación diferencial a resolver es:

$$\frac{dv}{dt} = 8 - 12t$$

Con la condición inicial $v(0) = -2$.

Luego, como $v(t) = \frac{dx}{dt}$, obtenemos la ecuación:

$$\frac{dx}{dt} = v(t)$$

Con la condición inicial $x(0) = 2$.

**4. Encontrar la solución general de la ecuación diferencial**

Para la ecuación de aceleración:

$$\int dv = \int (8 - 12t)dt$$

$$v(t) = 8t - 6t^2 + C_1$$

Para la ecuación de velocidad:

$$\int dx = \int (8t - 6t^2 + C_1)dt$$

$$x(t) = 4t^2 - 2t^3 + C_1 t + C_2$$

**5. Encontrar la solución específica**

Usamos las condiciones iniciales:

1. $v(0) = -2 \Rightarrow 8(0) - 6(0)^2 + C_1 = -2 \Rightarrow C_1 = -2$

2. $x(0) = 2 \Rightarrow 4(0)^2 - 2(0)^3 - 2(0) + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 2$

Sustituyendo en la ecuación de posición:

$$x(t) = 4t^2 - 2t^3 - 2t + 2$$

**6. Encontrar la solución del problema real**

$$x(t) = 4t^2 - 2t^3 - 2t + 2$$

Para la segunda parte del problema, donde se da que $x(0) = 2$ y $x(1) = 7$:

$$4(1)^2 - 2(1)^3 - 2(1) + C_2 = 7$$

Resolviendo para $C_2$:

$$4 - 2 - 2 + C_2 = 7 \implies C_2 = 7$$

Por lo que la nueva ecuación de posición es:

$$x(t) = 4t^2 - 2t^3 - 2t + 7$$

**Literal b)**: El problema enuncia que "la partícula está localizada inicialmente en x = 2 y en x = 7, cuando t = 1" lo cual es **imposible**, ya que un cuerpo no puede hallarse en dos posiciones distintas a la vez.

# Problema 2

Una partícula se mueve a lo largo del eje x, de tal manera que su velocidad es proporcional al producto de su posición instantánea x (medida de x = 0) y el tiempo t (medido de t = 0). Si la partícula está localizada en $x = 25m$ cuando t = 0 seg. y $x = 12m$ cuando t = 1seg, ¿dónde estará cuando t=2?

**1. Analizar y comprender el problema presentado**

La partícula se mueve a lo largo del eje $x$, y su velocidad $v$ es proporcional al producto de su posición instantánea $x$ y el tiempo $t$:

$$v = kxt$$

donde $k$ es una constante de proporcionalidad.

Las condiciones iniciales son:
- $x(0) = 25$ m
- $x(1) = 12$ m

Nos piden encontrar $x(2)$.

**2. Revisar o investigar las leyes físicas que presenta el problema**

Sabemos que la velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Sustituyendo la relación dada en el problema:

$$\frac{dx}{dt} = kxt$$

Esta es una ecuación diferencial separable.

**3. Modelar el problema como una ecuación diferencial con valores iniciales**

La ecuación diferencial a resolver es:

$$\frac{dx}{dt} = kxt$$

con las condiciones:

$$x(0) = 25, \quad x(1) = 12$$

**4. Encontrar la solución general de la ecuación diferencial**

Reescribimos la ecuación en forma separable:

$$\frac{dx}{x} = ktdt$$

Integramos ambos lados:

$$\int \frac{dx}{x} = \int ktdt$$

Resolviendo:

$$\ln|x| = \frac{kt^2}{2} + C$$

Despejando $x$:

$$x(t) = e^C e^{\frac{kt^2}{2}}$$

Definiendo $e^C = C_1$:

$$x(t) = C_1 e^{\frac{kt^2}{2}}$$

**5. Encontrar la solución específica**

Usamos la condición inicial $x(0) = 25$:

$$25 = C_1 e^{\frac{k(0)^2}{2}} \implies C_1 = 25$$

Entonces,

$$x(t) = 25e^{\frac{kt^2}{2}}$$

Ahora usamos $x(1) = 12$ para encontrar $k$:

$$12 = 25e^{\frac{k(1)^2}{2}}$$

$$\frac{12}{25} = e^{\frac{k}{2}}$$

Tomamos logaritmo natural:

$$\ln\left(\frac{12}{25}\right) = \frac{k}{2}$$

$$k = 2\ln\left(\frac{12}{25}\right)$$

**6. Encontrar la solución del problema real**

Ahora buscamos $x(2)$:

$$x(2) = 25e^{\frac{k(2)^2}{2}}$$

Sustituyendo $k = 2\ln\left(\frac{12}{25}\right)$:

$$x(2) = 25e^{\frac{2\ln(12/25)\cdot 4}{2}}$$

$$x(2) = 25e^{4\ln(12/25)}$$

$$x(2) = 25\left(e^{\ln(12/25)}\right)^4$$

$$x(2) = 25\left(\frac{12}{25}\right)^4$$

Resolviendo:

$$x(2) = 25 \times \left(\frac{20736}{390625}\right)$$

$$x(2) \approx 1{,}33 \text{ m}$$

Por lo tanto, la partícula estará aproximadamente en $x(2) = 1{,}33$ m cuando $t = 2$ segundos.

5. **Metodología**:

   Análisis matemático para modelar un problema real con ecuaciones diferenciales y hallarle solución bajo las condiciones dadas.

6. **Resultados obtenidos:**

   - **Del problema 1:**

     a) La ecuación obtenida describe la posición de la partícula en función del tiempo, considerando la aceleración dada y las condiciones iniciales: $x(t)=4t^2-2t^3-2t+7$

     b) El problema enuncia que "la partícula está localizada inicialmente en x = 2 y en x = 7, cuando t = 1" lo cual es *imposible*, ya que un cuerpo no puede hallarse en dos posiciones distintas a la vez.

   - **Del problema 2:**

     La partícula estará aproximadamente en $x(2)=1.33$ m cuando $t=2$ segundos.

7. **Conclusiones:**

   Las ecuaciones diferenciales son esenciales porque ayudan a resolver los diferentes modelos y comprender los diferentes ejemplos de vida en el mundo.

8. **Recomendaciones**:

   Para estudiantes que empiezan con ecuaciones diferenciales:

   - Tener algunos conocimientos de física o ingeniería (en particular, teoría de circuitos, procesamiento de señales y teoría de control) es honestamente más útil que cualquier conocimiento matemático particular

9. **Bibliografía:**


[1] Apuntes del profesor.