

Examen de Física

Ingeniería Física, Segundo Ciclo

1. Dos esferas de masa 1gr y de igual carga Q se cuelgan de hilos de 20cm y masa despreciable sujetos a un mismo punto. Si el ángulo que forman los hilos en el punto común es de 20° , calcular el valor de Q .

El sistema consiste en dos esferas en equilibrio debido a la fuerza eléctrica y la tensión del hilo, equilibrando la gravedad. Descomponemos las fuerzas:

$$F_g = m \cdot g = 0.001 \cdot 9.8 \text{ N}$$

La componente horizontal de la tensión es igual a la fuerza eléctrica:

$$T \cdot \sin(\theta) = F_e = k \frac{Q^2}{r^2}$$

La componente vertical de la tensión equilibra el peso:

$$T \cdot \cos(\theta) = m \cdot g$$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{F_e}{F_g} \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{k \frac{Q^2}{r^2}}{m \cdot g}$$

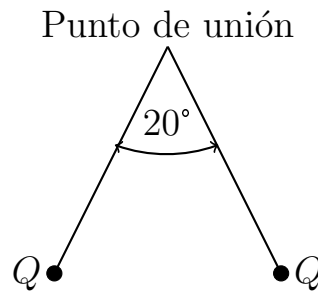
Resolviendo para Q :

$$Q = \sqrt{\frac{r^2 \cdot m \cdot g \cdot \tan(\theta)}{k}}$$

Ahora, calculamos los valores. Para $r = 0.2 \text{ m} \cdot \sin(10^\circ)$ y $\theta = 10^\circ$:

$$r = 0.2 \text{ m}, \theta = 10^\circ, m = 0.001 \text{ kg}, k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$Q \approx \sqrt{\frac{(0.2)^2 \cdot 0.001 \cdot 9.8 \cdot \tan(10^\circ)}{9 \times 10^9}}$$



2. Calcular el campo eléctrico producido por un alambre de 2 m de longitud ubicado en la dirección del eje x , y cargado con una densidad lineal de carga dada por $\lambda = (x^2 + 2)\text{C/m}$ en un punto a 0.5 m del extremo del alambre sobre el mismo eje x .

Para calcular el campo eléctrico en un punto ubicado a 0.5 m del extremo del alambre, utilizamos la ley de Coulomb para un elemento de carga dq sobre el alambre. La densidad lineal de carga es $\lambda = (x^2 + 2)\text{C/m}$, por lo que un elemento infinitesimal de carga es:

$$dq = \lambda dx = (x^2 + 2) dx$$

El campo eléctrico en el punto P a una distancia de 0.5 m del extremo del alambre es la suma de los campos creados por cada elemento de carga. Aplicando la fórmula para el campo eléctrico:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

donde r es la distancia entre el elemento de carga y el punto P . Integramos a lo largo de la longitud del alambre (desde $x = 0$ hasta $x = 2\text{ m}$):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^2 \frac{(x^2 + 2) dx}{(x + 0.5)^2}$$

Calculamos el resultado de la integral numéricamente para obtener el valor del campo eléctrico en P .

3. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el interior de una esfera maciza cargada? ¿Y si esta fuera hueca? ¿Y si además la esfera fuera conductora?

Para una esfera maciza cargada uniformemente, aplicamos la ley de Gauss. El campo eléctrico en un punto dentro de la esfera, a una distancia r del centro, se determina considerando una superficie gaussiana esférica de radio r . Según la ley de Gauss, tenemos:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

El campo eléctrico en el interior de la esfera maciza es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3}, \text{ para } r < R$$

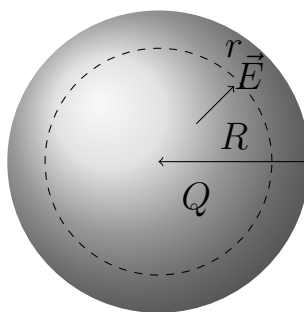
donde Q es la carga total de la esfera, r es la distancia al centro de la esfera y R es el radio de la esfera.

Si la esfera es hueca, no hay carga dentro de la superficie gaussiana, y el campo eléctrico en el interior es cero:

$$E = 0, \text{ para } r < R \text{ (esfera hueca)}$$

Si la esfera es conductora, la carga reside en la superficie exterior y el campo eléctrico en el interior también es cero:

$$E = 0, \text{ para } r < R \text{ (esfera conductora)}$$



4. **Dos cargas puntuales de 5C y -5C ubicadas en los puntos (1,1) m y (5,5) m. Calcular el potencial en el punto (5,0). Sugerencia: aplicar el principio de superposición.**

El potencial eléctrico en un punto debido a una carga puntual q se calcula como:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

Aplicando el principio de superposición, el potencial total en el punto $(5, 0)$ es la suma de los potenciales debidos a las dos cargas 5 C y -5 C .

- La distancia desde el punto $(5, 0)$ a la carga 5 C ubicada en $(1, 1)\text{ m}$ es:

$$r_1 = \sqrt{(5 - 1)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}\text{ m}$$

- La distancia desde el punto $(5, 0)$ a la carga -5 C ubicada en $(5, 5)\text{ m}$ es:

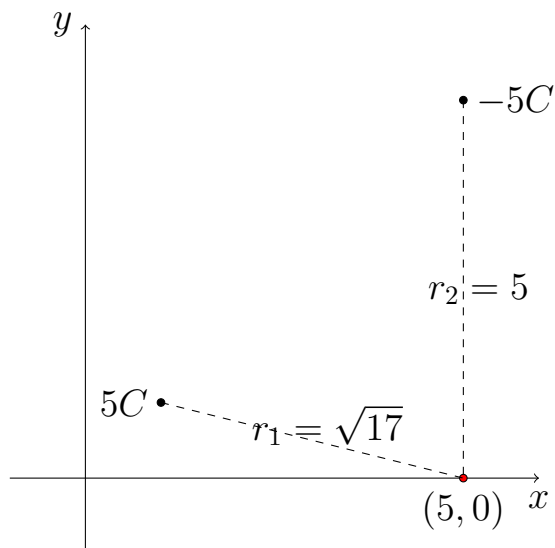
$$r_2 = \sqrt{(5 - 5)^2 + (0 - 5)^2} = 5\text{ m}$$

El potencial total en el punto $(5, 0)$ es:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{5}{\sqrt{17}} + \frac{-5}{5} \right)$$

Resolviendo:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{5}{\sqrt{17}} - 1 \right)$$



5. **¿Cuál es la energía potencial eléctrica que tiene el Sistema del ejercicio anterior?**

La energía potencial eléctrica de un sistema de dos cargas puntuales se calcula como:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

Donde: - $q_1 = 5 \text{ C}$ - $q_2 = -5 \text{ C}$ - r es la distancia entre las dos cargas, que es:

$$r = \sqrt{(5 - 1)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ m}$$

Sustituyendo los valores:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(5)(-5)}{4\sqrt{2}} = \frac{-25}{4\pi\epsilon_0 4\sqrt{2}} \text{ J}$$

Por lo tanto, la energía potencial del sistema es negativa debido a la interacción de cargas opuestas y tiene un valor de:

$$U = \frac{-25}{4\pi\epsilon_0 4\sqrt{2}} \text{ J}$$

