

Un vector A de 10 unidades de magnitud y otro vector B de seis unidades de magnitud apuntan en direcciones que forman un ángulo de 60°. Encontrar a) El producto escalar de los dos vectores y b) el producto vectorial de los mismos.

Componentes:

$A_x = 10 \cdot \cos(60) = 5$
 $A_y = 10 \cdot \sin(60) = 8.66$
 $B_x = 6 \cdot \cos(60) = 3$
 $B_y = 6 \cdot \sin(60) = 5.2$

Producto escalar (A · B)

$A \cdot B = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$
 $A \cdot B = 5 \cdot 3 + 8.66 \cdot 5.2$
 $A \cdot B = 60 //$

Producto vectorial (A × B)

$A \times B = (A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x) K$
 $A \times B = 5 \cdot 5.2 - 8.66 \cdot 3$
 $A \times B = 0.02 K //$

Dados dos vectores: A=-1i+3j+4k B=3i-2j-8k C=4i+4j+4k a)Determinar si hay alguna diferencia entre los productos A x (B x C) y (A x B) x C .(b) Encuentre A * (B x C) y (A x B) * C, y determinar si hay alguna diferencia. Calcule (C x A) * B y comparar este resultado con los dos anteriores.

$A \times B = (A_y B_z - A_z B_y) i - (A_x B_z - A_z B_x) j + (A_x B_y - A_y B_x) k$

$A \cdot B = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$

A x (B x C) y (A x B) x C

$\vec{A} = -1i + 3j + 4k$
 $\vec{B} = 3i - 2j - 8k$
 $\vec{C} = 4i + 4j + 4k$

$B \times C = (-2(4) - (-8)(4))i - (3(4) - (-8)(4))j + (3(4) - 4(-2))k$
 $B \times C = (-8 + 32)i - (12 + 32)j + (12 + 8)k$
 $B \times C = 24i - 44j + 20k$

$A \times (B \times C) = (3(20) - 4(-44))i - (-1(20) - 4(24))j + (-1(-44) - 3(24))k$
 $A \times (B \times C) = (60 + 176)i - (-20 - 96)j + (44 - 72)k$
 $A \times (B \times C) = 236i + 116j - 28k //$

$A \times B = (3(-8) - 4(-2))i - (-1(-8) - 3(4))j + (-1(-2) - 3(3))k$
 $A \times B = (-24 + 8)i - (8 - 12)j + (2 - 9)k$
 $A \times B = -16i + 4j - 7k$

$(A \times B) \times C = (-16(4) - (-7)(4))i - (-16(4) - 4(-7))j + (-16(4) - 4(4))k$
 $(A \times B) \times C = (-64 + 28)i - (-64 + 28)j + (-64 - 16)k$
 $(A \times B) \times C = -36i - 36j - 80k //$

Se demuestra que $A \times (B \times C)$ y $(A \times B) \times C$ dan resultados DISTINTOS.

A · (B x C) y (A x B) · C

$A \cdot (B \times C) = -1(24)i + 3(-44)j + 4(20)k$
 $\rightarrow A \cdot (B \times C) = -24i - 132j + 80k //$

$(A \times B) \cdot C = -16(4)i + 4(4)j - 7(4)k$
 $\rightarrow (A \times B) \cdot C = -64i + 16j - 28k //$

Se demuestra que $A \cdot (B \times C)$ y $(A \times B) \cdot C$ nos dan resultados DISTINTOS.

(C x A) · B

$C \times A = (4(4) - 4(3))i - (4(4) - 4(-1))j + (4(3) - 4(-1))k$
 $C \times A = (16 - 12)i - (16 + 4)j + (12 + 4)k$
 $C \times A = 4i - 20j + 16k //$

$(C \times A) \cdot B = 4(3)i + (-20)(-2) + 16(-8)k$
 $\rightarrow (C \times A) \cdot B = 12i + 40j - 128k //$

Hallar el ángulo entre los vectores A= 2i+ 3j - k y B= - i + j + 2k

Ángulo entre dos vectores A y B

$\cos \theta = \frac{A \cdot B}{|A| \cdot |B|}$

Producto escalar A · B

$A \cdot B = 2(-1) + 3(1) - 1(2)$
 $A \cdot B = -1 //$

Magnitudes (A y B)

$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = 3.74$
 $|B| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = 2.45$

Ángulo entre A y B

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-1}{3.74 \cdot 2.45} \right)$
 $\theta = 96.27^\circ //$

Un vector C de 20 unidades de magnitud y otro vector D pde 12 unidades de magnitud apuntan en direcciones que forman un ángulo de 30o. Encontrar a) el producto escalar de los dos vectores y b) el producto vectorial de los mismos.

Componentes

$C_x = 20 \cdot \cos(30^\circ) = 17.32$
 $C_y = 20 \cdot \sin(30^\circ) = 10$
 $D_x = 12 \cdot \cos(90^\circ) = 10.4$
 $D_y = 12 \cdot \sin(90^\circ) = 6$

Producto vectorial A · B

$A \cdot B = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$
 $A \cdot B = 17.32 \cdot 10.4 + 10 \cdot 6$
 $A \cdot B = 240.18 //$

Producto escalar A × B

$A \times B = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x$
 $A \times B = (17.32 \cdot 6 - 10 \cdot 10.4) K$
 $A \times B = -0.08 K //$

Dados los vectores A= 3i+4j-5k y B=-i+j+2k. a) Encontrar la magnitud y dirección de su resultante y b) el ángulo entre A y B

Magnitud de la Resultante

$R = A + B$
 $R_x = A_x + B_x$
 $R_y = A_y + B_y$
 $R_z = A_z + B_z$
 $R_x = 3 + (-1) = 2$
 $R_y = 4 + 1 = 5$
 $R_z = -5 + 2 = -3$

Dirección de la Resultante

$\cos(\alpha) = \frac{R_x}{|R|}$
 $\cos(\beta) = \frac{R_y}{|R|}$
 $\cos(\gamma) = \frac{R_z}{|R|}$
 $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2}{6.16} \right) = 71^\circ //$
 $\beta = \cos^{-1} \left(\frac{5}{6.16} \right) = 35.74^\circ //$
 $\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{3}{6.16} \right) = 60.86^\circ //$

Magnitudes (A y B)

$|A| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 7$
 $|B| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = 2.45$

Ángulo entre A y B

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{A \cdot B}{|A| \cdot |B|} \right)$
 $\theta = 121.65^\circ //$

Producto escalar (A · B)

$A \cdot B = 3(-1) + 4(1) - 5(2)$
 $A \cdot B = -9$

Si A= 4i+ 3j y B= -i+ 5j, calcular su producto escalar, vectorial y el ángulo que forman los vectores. Dibujar los vectores

Producto escalar (A · B)

$A \cdot B = 4(-1) + (3)(5)$
 $A \cdot B = 11$

Producto vectorial (A × B)

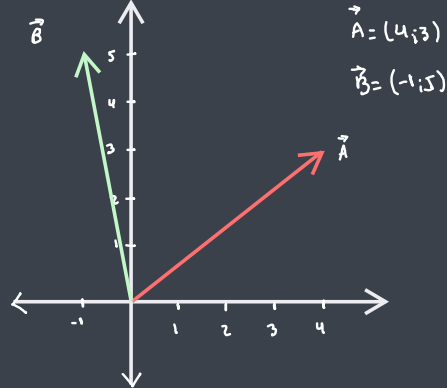
$A \times B = (4(5) - 3(-1)) K$
 $A \times B = 23 K //$

Magnitudes (A y B)

$|A| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 $|B| = \sqrt{1^2 + 5^2} = 5$

Ángulo entre A y B

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{A \cdot B}{|A| \cdot |B|} \right)$
 $\theta = 63.89^\circ //$



El vector A se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (8, 60°) y el vector B se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (3; 340°). Calcular su producto escalar, vectorial y el ángulo que forman los vectores

Componentes:

$A_x = 8 \cdot \cos(60^\circ) = 4$
 $A_y = 8 \cdot \sin(60^\circ) = 6.93$
 $B_x = 3 \cdot \cos(340^\circ) = 2.82$
 $B_y = 3 \cdot \sin(340^\circ) = -1.02$

Producto escalar (A · B)

$A \cdot B = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$
 $A \cdot B = 4(2.82) + 6.93(-1.02)$
 $A \cdot B = 4.21 //$

Producto vectorial (A × B)

$A \times B = (4(-1.02) - 6.93(2.82)) K$
 $A \times B = -23.62 K //$

Magnitudes (A y B)

$|A| = \sqrt{4^2 + 6.93^2} = 8$
 $|B| = \sqrt{2.82^2 + 1^2} = 3$

Ángulo entre A y B

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{A \cdot B}{|A| \cdot |B|} \right)$
 $\theta = 79.9^\circ //$