

La fluidodinamica: cos'è, a cosa serve e cosa c'entra con la matematica applicata

Simone Zuccher

E-mail: zuccher@sci.univr.it

Web page: <http://profs.sci.univr.it/~zuccher/>

Dipartimento di Informatica
Università di Verona

Seminari divulgativi – 18 Aprile 2007

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

...partiamo dall'abc

Etimologia

Fluidodinamica: composto di *fluido* e *dinamica*.

...partiamo dall'abc

Etimologia

Fluidodinamica: composto di *fluido* e *dinamica*.

Definizione di fluido

Si dice di qualsiasi sostanza che si presenti nello stato liquido o aeriforme. Qualsiasi sostanza allo stato fluido, in cui le molecole non hanno una posizione reciproca fissa.

...partiamo dall'abc

Etimologia

Fluidodinamica: composto di *fluido* e *dinamica*.

Definizione di dinamica

Parte della meccanica che studia il moto dei corpi in relazione alle forze che lo producono.

...partiamo dall'abc

Etimologia

Fluidodinamica: composto di *fluido* e *dinamica*.

Definizione di *fluido-dinamica*

Branca della fisica che studia il movimento dei fluidi.

Ok, ma in pratica?

Dal caffè e i biscotti...

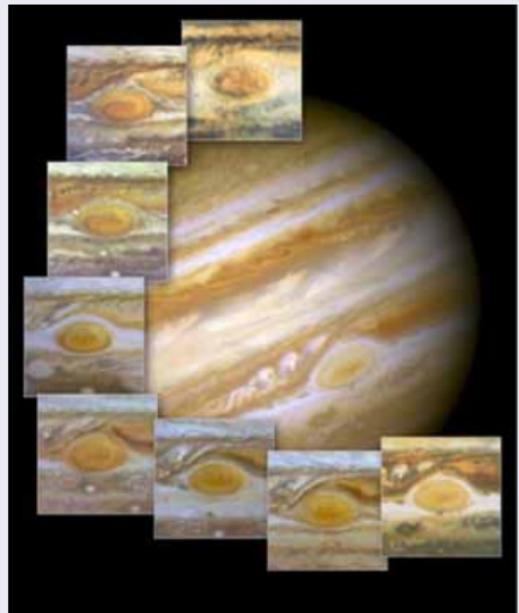


Ok, ma in pratica?

Dal caffè e i biscotti...



...alle tempeste di Giove



Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- **Domande & risposte**
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Domande/risposte (1/2)

D: Perché gli uccelli volano in formazione a "V"?



Domande/risposte (1/2)

D: Perché gli uccelli volano in formazione a "V"?



R: Perché sanno del "vortice di estremità"



Domande/risposte (2/2)

D: Perché la pallina da golf è piena di sfaccettature?

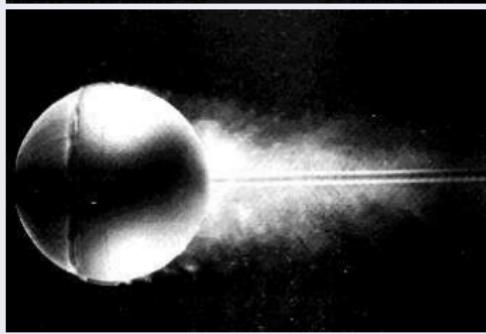
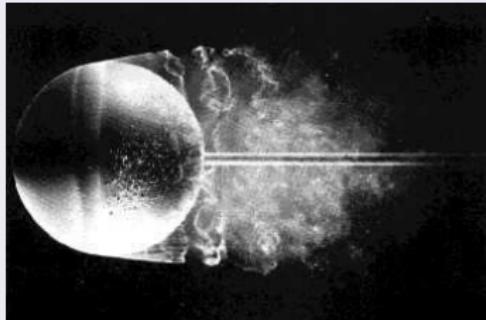


Domande/risposte (2/2)

D: Perché la pallina da golf è piena di sfaccettature?



R: Separazione del flusso
(laminare/turbolento)



Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Meteorologia



Cos'è e a cosa serve?
oooooooo●oooooooo

Il modello
oooooooo

Diversi approcci
oooooooooooo

Considerazioni finali
oooooo

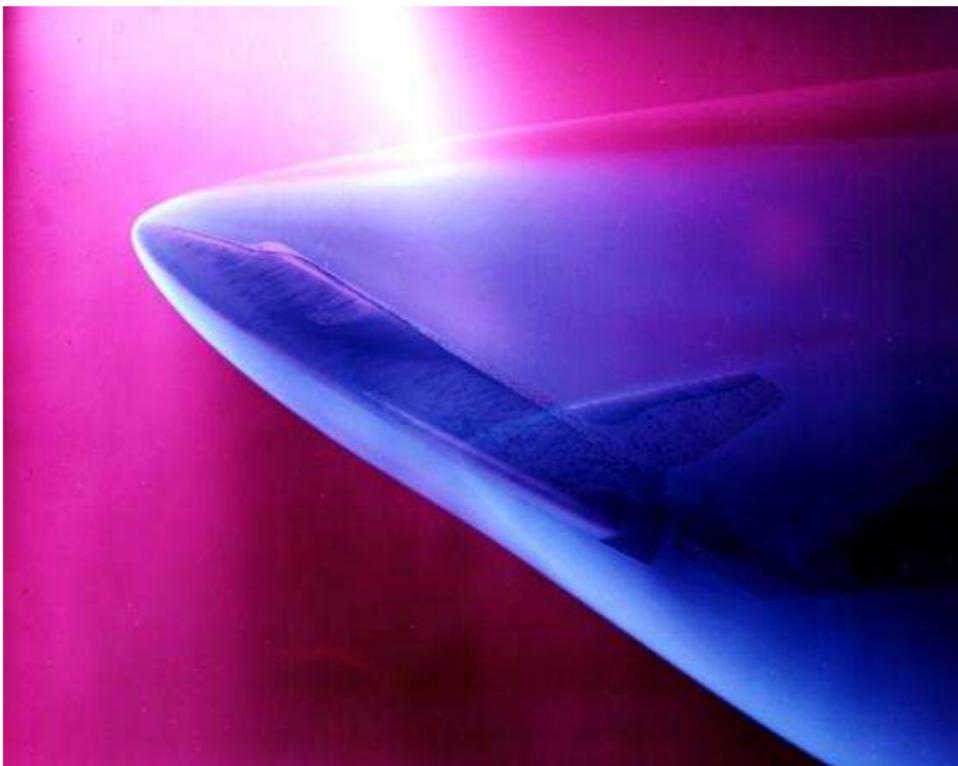
Aerodinamica



Combustione



Aero-termodinamica



Geologia



Cos'è e a cosa serve?
oooooooooooo●ooo

Il modello
ooooooo

Diversi approcci
oooooooooooo

Considerazioni finali
oooooo

Idrodinamica



Cos'è e a cosa serve?



Il modello



Diversi approcci



Considerazioni finali

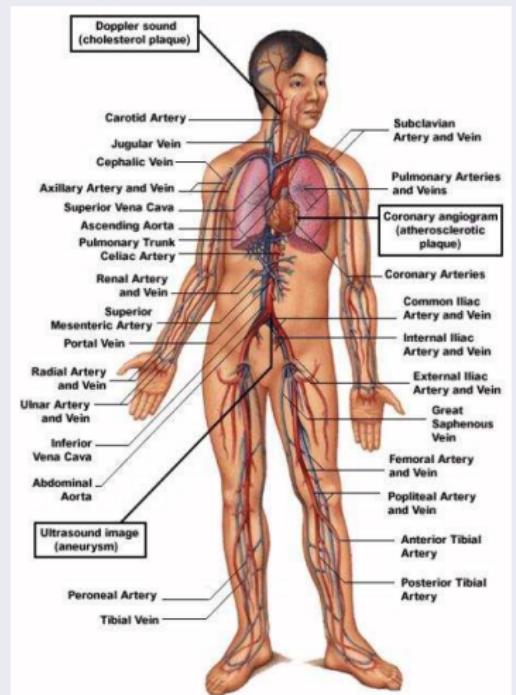


Traffico e dinamica delle folle



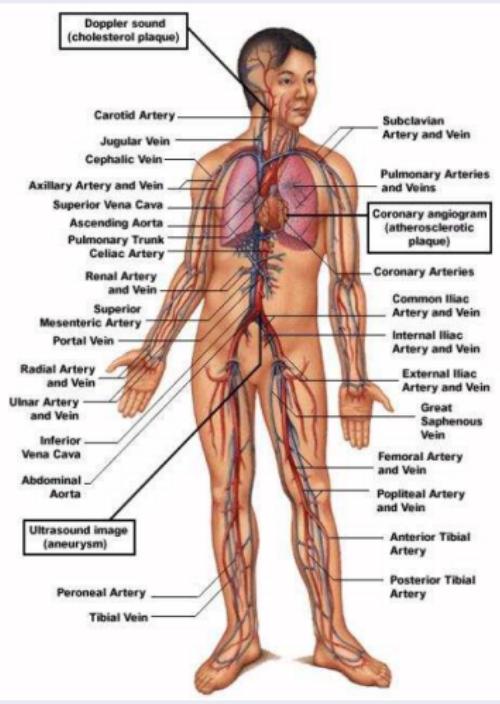
Bio-fluidodinamica

Fluidi umani

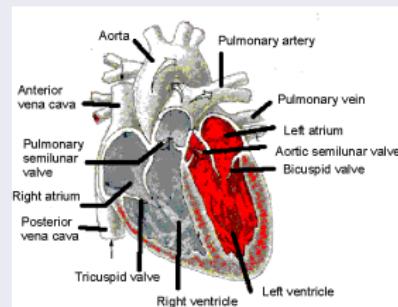


Bio-fluidodinamica

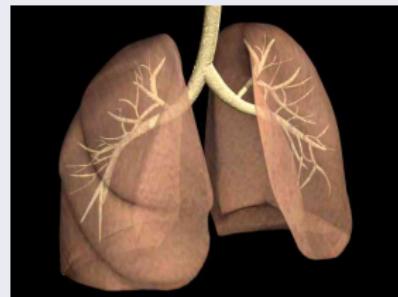
Fluidi umani



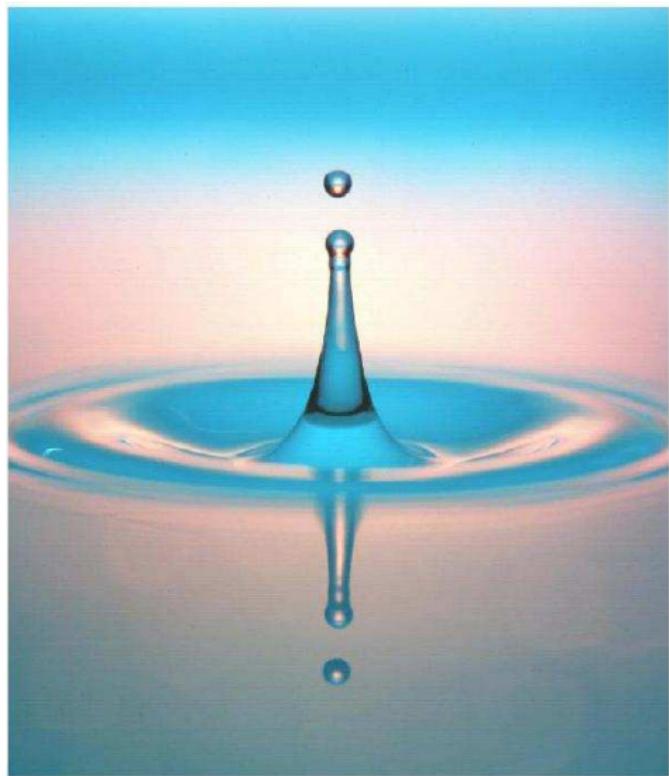
Emodinamica



Polmoni/aerosol



La fluidodinamica è bella!



Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Claude-Louis Navier e Sir George Gabriel Stokes

Claude-Louis Navier

(10 Febbraio 1785 – 21 Agosto 1836)



Claude-Louis Navier e Sir George Gabriel Stokes

Claude-Louis Navier

(10 Febbraio 1785 – 21 Agosto 1836)



Sir George Gabriel Stokes

(13 Agosto 1819 – 1 Febbraio 1903)



Le equazioni di Navier-Stokes (1/2)

Conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Conservazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) + \nabla p = \nabla \cdot \mathbb{S}(\mathbf{V}) + \rho \mathbf{f}$$

Conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{V}) + p \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \mathbb{S}(\mathbf{V}) : \mathbb{E}(\mathbf{V})$$

Equazioni di stato:

$$p = p(e, \rho), \quad T = T(e, \rho)$$

Le equazioni di Navier-Stokes (1/2)

Conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Conservazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) + \nabla p = \nabla \cdot \mathbb{S}(\mathbf{V}) + \rho \mathbf{f}$$

Conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{V}) + p \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \mathbb{S}(\mathbf{V}) : \mathbb{E}(\mathbf{V})$$

Equazioni di stato:

$$p = p(e, \rho), \quad T = T(e, \rho)$$

Le equazioni di Navier-Stokes (1/2)

Conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Conservazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) + \nabla p = \nabla \cdot \mathbb{S}(\mathbf{V}) + \rho \mathbf{f}$$

Conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{V}) + p \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \mathbb{S}(\mathbf{V}) : \mathbb{E}(\mathbf{V})$$

Equazioni di stato:

$$p = p(e, \rho), \quad T = T(e, \rho)$$

Le equazioni di Navier-Stokes (1/2)

Conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Conservazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) + \nabla p = \nabla \cdot \mathbb{S}(\mathbf{V}) + \rho \mathbf{f}$$

Conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{V}) + p \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \mathbb{S}(\mathbf{V}) : \mathbb{E}(\mathbf{V})$$

Equazioni di stato:

$$p = p(e, \rho), \quad T = T(e, \rho)$$

Le equazioni di Navier-Stokes (2/2)

Tensore dei “gradienti della velocità”:

$$\mathbb{E}(\mathbf{V}) \rightarrow \mathbf{e}_{i,j}(\mathbf{V}) = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_i \cdot (\mathbf{e}_j \cdot \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{e}_j \cdot (\mathbf{e}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}], \quad i, j = 1, 2, 3;$$

essendo \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, 3$ i versori delle coordinate ortogonali utilizzate.

Tensore degli “sforzi viscosi” per fluidi *Newtoniani*:

$$\mathbb{S}(\mathbf{V}) = 2\mu \mathbb{E}(\mathbf{V}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbb{I}$$

Attenzione!

Le equazioni di Navier-Stokes da sole non bastano: servono condizioni iniziali e condizioni al contorno.

Le equazioni di Navier-Stokes (2/2)

Tensore dei “gradienti della velocità”:

$$\mathbb{E}(\mathbf{V}) \rightarrow \mathbf{e}_{i,j}(\mathbf{V}) = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_i \cdot (\mathbf{e}_j \cdot \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{e}_j \cdot (\mathbf{e}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}], \quad i, j = 1, 2, 3;$$

essendo \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, 3$ i versori delle coordinate ortogonali utilizzate.

Tensore degli “sforzi viscosi” per fluidi *Newtoniani*:

$$\mathbb{S}(\mathbf{V}) = 2\mu \mathbb{E}(\mathbf{V}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbb{I}$$

Attenzione!

Le equazioni di Navier-Stokes da sole non bastano: servono condizioni iniziali e condizioni al contorno.

Le equazioni di Navier-Stokes (2/2)

Tensore dei “gradienti della velocità”:

$$\mathbb{E}(\mathbf{V}) \rightarrow \mathbf{e}_{i,j}(\mathbf{V}) = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_i \cdot (\mathbf{e}_j \cdot \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{e}_j \cdot (\mathbf{e}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}], \quad i, j = 1, 2, 3;$$

essendo \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, 3$ i versori delle coordinate ortogonali utilizzate.

Tensore degli “sforzi viscosi” per fluidi *Newtoniani*:

$$\mathbb{S}(\mathbf{V}) = 2\mu \mathbb{E}(\mathbf{V}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbb{I}$$

Attenzione!

Le equazioni di Navier-Stokes da sole non bastano: servono
condizioni iniziali e condizioni al contorno.

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- **Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes**

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora una teoria soddisfacente della turbolenza**.
- **Problemi aperti** sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale** (\mathbb{R}^3) si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora una teoria soddisfacente della turbolenza**.
- **Problemi aperti** sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale** (\mathbb{R}^3) si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora una teoria soddisfacente della turbolenza**.
- **Problemi aperti** sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale (\mathbb{R}^3)** si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora** una **teoria soddisfacente della turbolenza**.
- Problemi aperti sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale (\mathbb{R}^3)** si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora** una **teoria soddisfacente della turbolenza**.
- **Problemi aperti** sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale (\mathbb{R}^3)** si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (1/2)

- Sistema di 5 equazioni differenziali alle **derivate parziali non lineari**, accoppiate.
- Descrivono praticamente tutti i **flussi di interesse** pratico, ma sono estremamente **complicate da risolvere**.
- Esistono **soluzioni in forma chiusa** per **problemi semplici** (flussi laminari e geometrie semplificate).
- I **flussi reali** sono tipicamente turbolenti, ma **non esiste ancora** una **teoria soddisfacente della turbolenza**.
- **Problemi aperti** sia su domini finiti che infiniti: **unicità, regolarità e comportamento** sul lungo periodo.
- Per il caso bidimensionale (\mathbb{R}^2) molto è conosciuto, per il **caso tridimensionale** (\mathbb{R}^3) si **brancola nel buio**.

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes va a chi riesce a dimostrare:

- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes va a chi riesce a dimostrare:

- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes** va a chi riesce a dimostrare:

- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
- Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes va a chi riesce a dimostrare:
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes** va a chi riesce a dimostrare:
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes va a chi riesce a dimostrare:
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes (2/2)

- Nel Maggio 2000 il Clay Mathematics Institute (Cambridge, MA, USA) istituisce il *Millennium Prize*: un **milione di dollari** per ognuno dei sette problemi considerati **important classic questions that have resisted solution over the years**.

Tra questi, ci sono le equazioni di Navier-Stokes:

[...] Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

- Il premio per le equazioni di Navier-Stokes** va a chi riesce a dimostrare:
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Existence and smoothness of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on \mathbb{R}^3
 - Breakdown of Navier-Stokes solutions on $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$

Approcci alternativi

...le equazioni di NS sono molto complesse, ma noi vogliamo comunque risolvere dei problemi pratici (aerodinamica, combustione, etc.). Quali alternative?

- **Experimental Fluid Dynamics (EFD)**: risolviamo direttamente le equazioni "in natura". **Problema**: costi, pericolosità, isolare solo ciò che interessa.
- **Analytical Fluid Dynamics (AFD)**: semplifichiamo le equazioni fino a quando siamo in grado di risolverle in modo agevole (o quasi).
Problema: che termini "scarto"? Spesso passaggi elaborati.
- **Computational Fluid Dynamics (CFD)**: risolviamo numericamente con più o meno "forza bruta" le equazioni di Navier-Stokes. **Problema**: per problemi veri costo computazionale elevatissimo, praticamente impossibile.

Approcci alternativi

...le equazioni di NS sono molto complesse, ma noi vogliamo comunque risolvere dei problemi pratici (aerodinamica, combustione, etc.). Quali alternative?

- **Experimental Fluid Dynamics (EFD)**: risolviamo direttamente le equazioni "in natura". **Problema**: costi, pericolosità, isolare solo ciò che interessa.
- **Analytical Fluid Dynamics (AFD)**: semplifichiamo le equazioni fino a quando siamo in grado di risolverle in modo agevole (o quasi).
Problema: che termini "scarto"? Spesso passaggi elaborati.
- **Computational Fluid Dynamics (CFD)**: risolviamo numericamente con più o meno "forza bruta" le equazioni di Navier-Stokes. **Problema**: per problemi veri costo computazionale elevatissimo, praticamente impossibile.

Approcci alternativi

...le equazioni di NS sono molto complesse, ma noi vogliamo comunque risolvere dei problemi pratici (aerodinamica, combustione, etc.). Quali alternative?

- **Experimental Fluid Dynamics** (EFD): risolviamo direttamente le equazioni "in natura". **Problema:** costi, pericolosità, isolare solo ciò che interessa.
- **Analytical Fluid Dynamics** (AFD): semplifichiamo le equazioni fino a quando siamo in grado di risolverle in modo agevole (o quasi).
Problema: che termini "scarto"? Spesso passaggi elaborati.
- **Computational Fluid Dynamics** (CFD): risolviamo numericamente con più o meno "forza bruta" le equazioni di Navier-Stokes. **Problema:** per problemi veri costo computazionale elevatissimo, praticamente impossibile.

Approcci alternativi

...le equazioni di NS sono molto complesse, ma noi vogliamo comunque risolvere dei problemi pratici (aerodinamica, combustione, etc.). Quali alternative?

- **Experimental Fluid Dynamics** (EFD): risolviamo direttamente le equazioni "in natura". **Problema:** costi, pericolosità, isolare solo ciò che interessa.
- **Analytical Fluid Dynamics** (AFD): semplifichiamo le equazioni fino a quando siamo in grado di risolverle in modo agevole (o quasi).
Problema: che termini "scarto"? Spesso passaggi elaborati.
- **Computational Fluid Dynamics** (CFD): risolviamo numericamente con più o meno "forza bruta" le equazioni di Navier-Stokes. **Problema:** per problemi veri costo computazionale elevatissimo, praticamente impossibile.

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- **Experimental Fluid Dynamics**
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

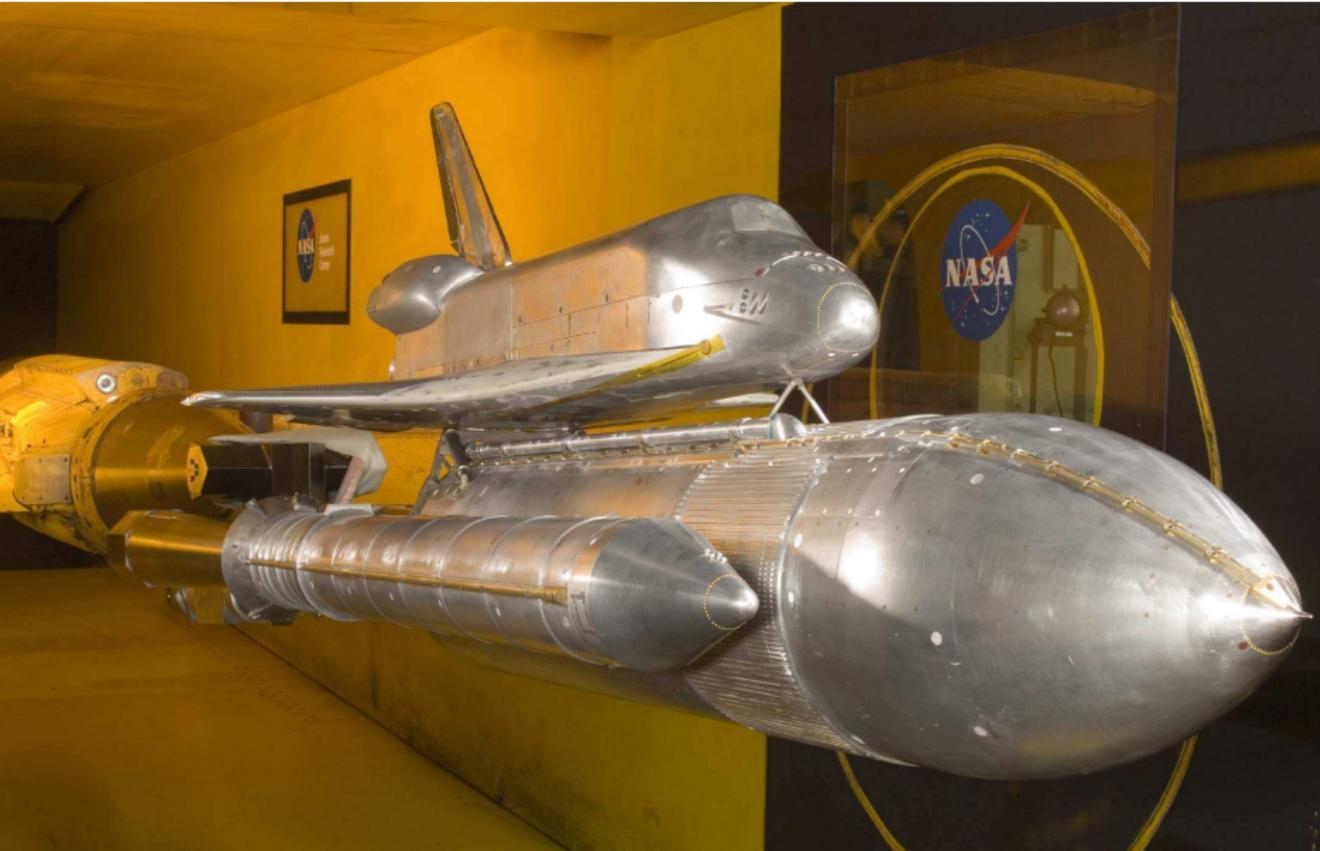
Cos'è e a cosa serve?
oooooooooooooooo

Il modello
ooooooo

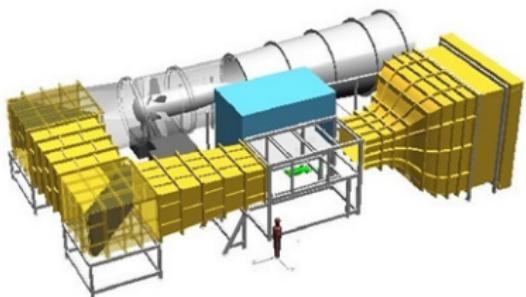
Diversi approcci
○●○○○○○○○○○○

Considerazioni finali
oooooo

Esperimenti e facilities (1/2)

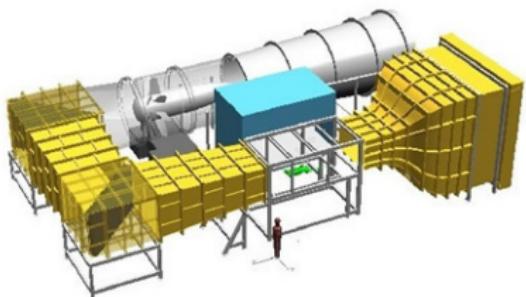


Esperimenti e facilities (2/2)



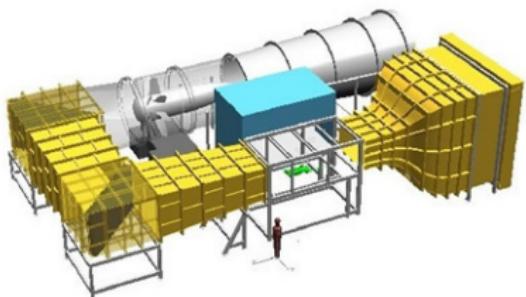
- Obiettivo: costruire un apparato (=facility + modello) per **riprodurre la fisica del problema reale**.
- **Gallerie del vento** a bassa velocità, alta velocità, transoniche, supersoniche, ipersoniche, criogeniche, orizzontali o verticali, di piccole o grandi dimensioni.
- **Gallerie "ad acqua"** (= bassa velocità).
- **Vasche** per problemi di idrodinamica.

Esperimenti e facilities (2/2)



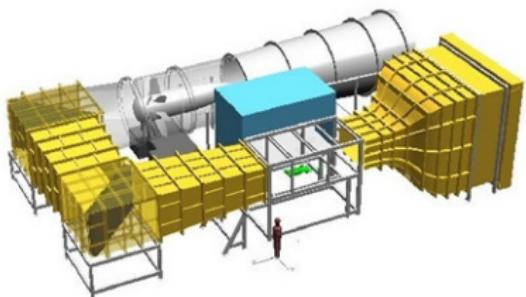
- Obiettivo: costruire un apparato (=facility + modello) per **riprodurre la fisica del problema reale**.
- **Gallerie del vento** a bassa velocità, alta velocità, transoniche, supersoniche, ipersoniche, criogeniche, orizzontali o verticali, di piccole o grandi dimensioni.
- **Gallerie "ad acqua"** (= bassa velocità).
- **Vasche** per problemi di idrodinamica.

Esperimenti e facilities (2/2)



- Obiettivo: costruire un apparato (=facility + modello) per **riprodurre la fisica del problema reale**.
- **Gallerie del vento** a bassa velocità, alta velocità, transoniche, supersoniche, ipersoniche, criogeniche, orizzontali o verticali, di piccole o grandi dimensioni.
- **Gallerie “ad acqua”** (= bassa velocità).
- **Vasche** per problemi di idrodinamica.

Esperimenti e facilities (2/2)



- Obiettivo: costruire un apparato (=facility + modello) per **riprodurre la fisica del problema reale**.
- **Gallerie del vento** a bassa velocità, alta velocità, transoniche, supersoniche, ipersoniche, criogeniche, orizzontali o verticali, di piccole o grandi dimensioni.
- **Gallerie "ad acqua"** (= bassa velocità).
- **Vasche** per problemi di idrodinamica.

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- **Analytical Fluid Dynamics**
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Fluidodinamica analitica



Soluzioni note in forma chiusa

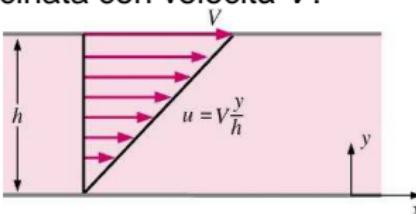
- Per **geometrie semplici** e **flussi laminari** le equazioni di NS si semplificano di molto (parecchi termini nulli, altri trascurabili) e permettono **soluzione in forma chiusa**.
- Esempio: flusso tra **due lastre infinite e parallele**, a distanza h , di cui una è ferma e l'altra trascinata con velocità V .
Le equazioni di NS si riducono a $\frac{d^2u}{dy^2} = 0$ con condizioni al contorno $u = 0$ per $y = 0$ e $u = V$ per $y = h$. Integrando 2 volte si ottiene $u(y) = V\frac{y}{h}$.
- Per **integrare le equazioni semplificate** spesso sono necessari passaggi laboriosi, cambi di variabili, etc. (= **la soluzione non è immediata**).

Soluzioni note in forma chiusa

- Per **geometrie semplici e flussi laminari** le equazioni di NS si semplificano di molto (parecchi termini nulli, altri trascurabili) e permettono **soluzione in forma chiusa**.
- **Esempio:** flusso tra **due lastre infinite e parallele**, a distanza h , di cui una è ferma e l'altra trascinata con velocità V .
Le equazioni di NS si riducono a $\frac{d^2u}{dy^2} = 0$ con condizioni al contorno $u = 0$ per $y = 0$ e $u = V$ per $y = h$. Integrando 2 volte si ottiene $u(y) = V\frac{y}{h}$.
- Per **integrare le equazioni semplificate** spesso sono necessari passaggi laboriosi, cambi di variabili, etc. (= **la soluzione non è immediata**).

Soluzioni note in forma chiusa

- Per **geometrie semplici e flussi laminari** le equazioni di NS si semplificano di molto (parecchi termini nulli, altri trascurabili) e permettono **soluzione in forma chiusa**.
- Esempio:** flusso tra **due lastre infinite e parallele**, a distanza h , di cui una è ferma e l'altra trascinata con velocità V .

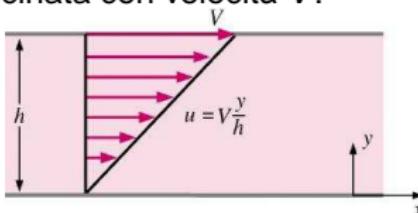


Le equazioni di NS si riducono a $\frac{d^2 u}{dy^2} = 0$ con condizioni al contorno $u = 0$ per $y = 0$ e $u = V$ per $y = h$. Integrando 2 volte si ottiene $u(y) = V \frac{y}{h}$.

- Per **integrale le equazioni semplificate** spesso sono necessari passaggi laboriosi, cambi di variabili, etc. (= la soluzione non è immediata).

Soluzioni note in forma chiusa

- Per **geometrie semplici e flussi laminari** le equazioni di NS si semplificano di molto (parecchi termini nulli, altri trascurabili) e permettono **soluzione in forma chiusa**.
- Esempio:** flusso tra **due lastre infinite e parallele**, a distanza h , di cui una è ferma e l'altra trascinata con velocità V .

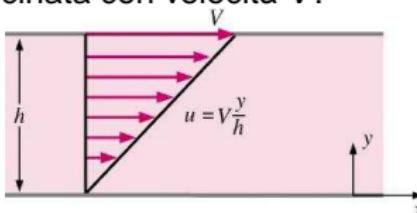


Le equazioni di NS si riducono a $\frac{d^2 u}{dy^2} = 0$ con condizioni al contorno $u = 0$ per $y = 0$ e $u = V$ per $y = h$. Integrando 2 volte si ottiene $u(y) = V \frac{y}{h}$.

- Per **integrale le equazioni semplificate** spesso sono necessari passaggi laboriosi, cambi di variabili, etc. (= la soluzione non è immediata).

Soluzioni note in forma chiusa

- Per **geometrie semplici e flussi laminari** le equazioni di NS si semplificano di molto (parecchi termini nulli, altri trascurabili) e permettono **soluzione in forma chiusa**.
- Esempio:** flusso tra **due lastre infinite e parallele**, a distanza h , di cui una è ferma e l'altra trascinata con velocità V .



Le equazioni di NS si riducono a $\frac{d^2 u}{dy^2} = 0$ con condizioni al contorno $u = 0$ per $y = 0$ e $u = V$ per $y = h$. Integrando 2 volte si ottiene $u(y) = V \frac{y}{h}$.

- Per **integrare le equazioni semplificate** spesso sono necessari passaggi laboriosi, cambi di variabili, etc. (= **la soluzione non è immediata**).

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

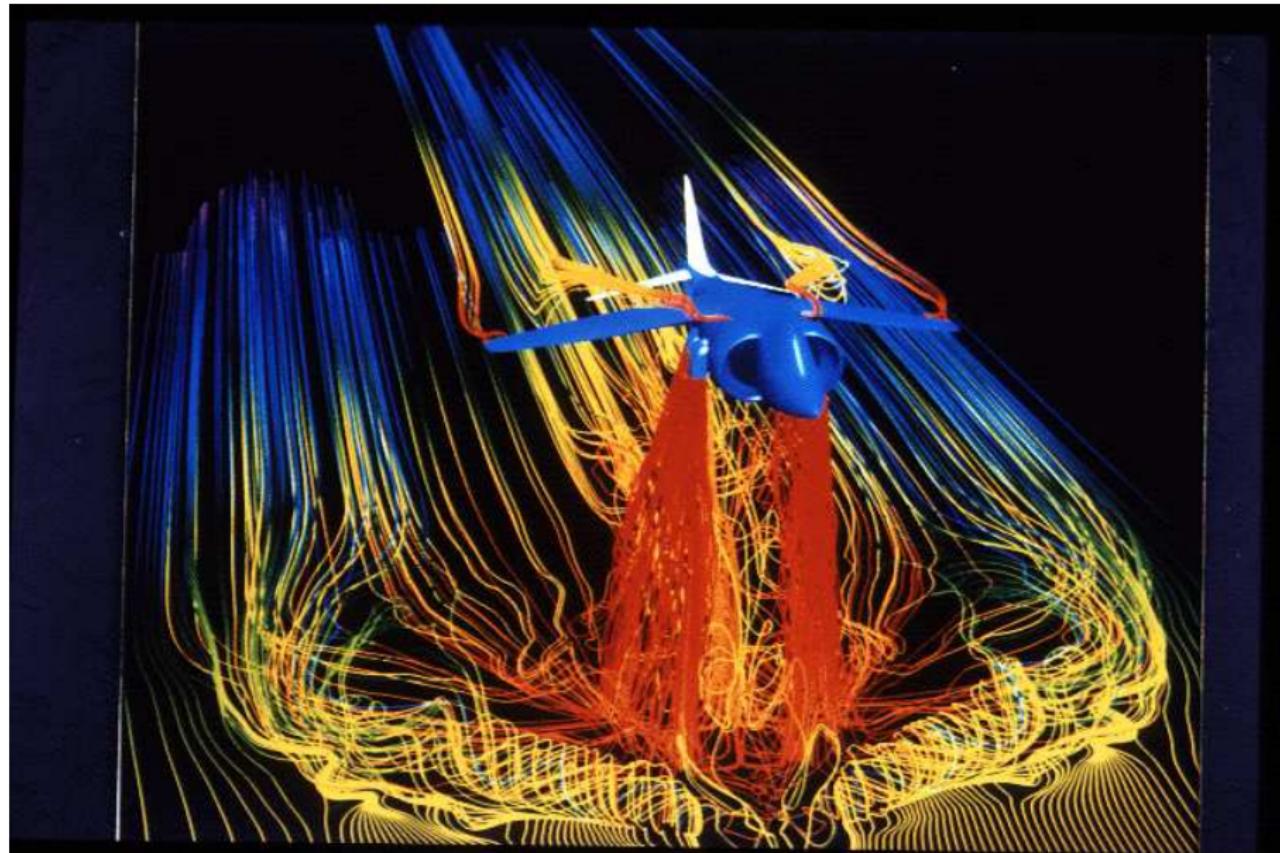
Cos'è e a cosa serve?
oooooooooooooooooooo

Il modello
oooooooo

Diversi approcci
oooooooo●oooo

Considerazioni finali
oooooo

Fluidodinamica numerica (1/2)



Fluidodinamica numerica (2/2)

- Branca della fluidodinamica che utilizza **metodi numerici, potenza di calcolo e algoritmi efficienti** per risolvere ed analizzare **problemi pratici** di interesse ingegneristico.
- Limite: anche con equazioni semplificate e supercomputer ad alta velocità, **solo soluzioni approssimate**. Per geometrie complesse, soluzione dettagliata ancora impossibile (per esempio del flusso completo attorno ad un velivolo). La **validazione** del codice avviene tramite gli **esperimenti**.
- Quando le lunghezze caratteristiche del fenomeno hanno uno spettro molto ampio (turbolenza) la **soluzione numerica** diventa **problematica** perché la **griglia** deve essere sufficientemente **raffinata** da catturare tutti i fenomeni connessi.

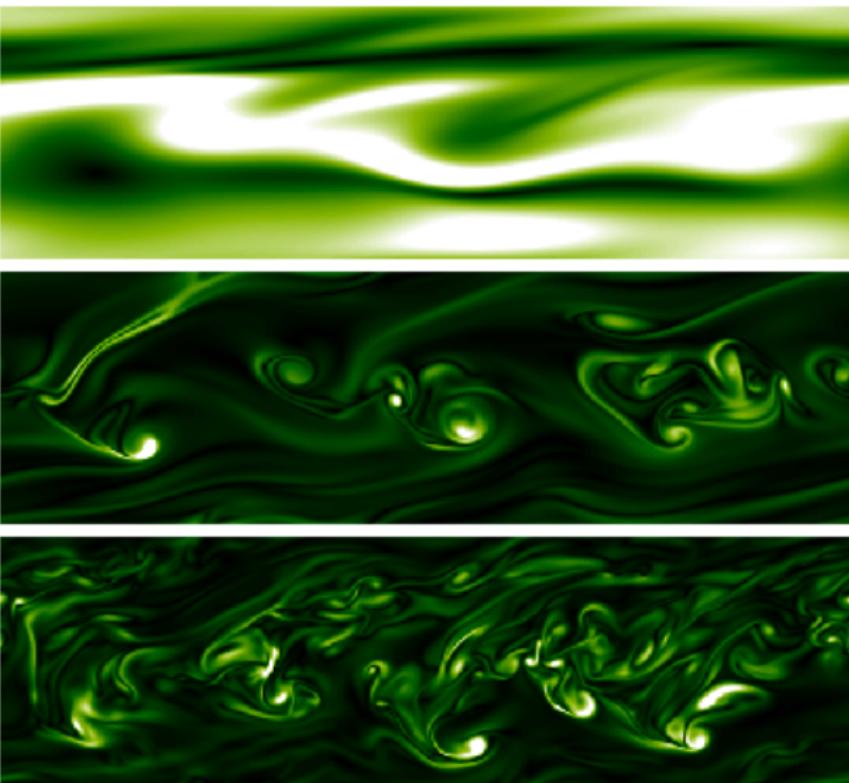
Fluidodinamica numerica (2/2)

- Branca della fluidodinamica che utilizza **metodi numerici, potenza di calcolo e algoritmi efficienti** per risolvere ed analizzare **problemi pratici** di interesse ingegneristico.
- Limite: anche con equazioni semplificate e supercomputer ad alta velocità, **solo soluzioni approssimate**. Per geometrie complesse, soluzione dettagliata ancora impossibile (per esempio del flusso completo attorno ad un velivolo). La **validazione** del codice avviene tramite gli **esperimenti**.
- Quando le lunghezze caratteristiche del fenomeno hanno uno spettro molto ampio (turbolenza) la **soluzione numerica** diventa **problematica** perché la **griglia** deve essere sufficientemente **raffinata** da catturare tutti i fenomeni connessi.

Fluidodinamica numerica (2/2)

- Branca della fluidodinamica che utilizza **metodi numerici, potenza di calcolo e algoritmi efficienti** per risolvere ed analizzare **problemi pratici** di interesse ingegneristico.
- Limite: anche con equazioni semplificate e supercomputer ad alta velocità, **solo soluzioni approssimate**. Per geometrie complesse, soluzione dettagliata ancora impossibile (per esempio del flusso completo attorno ad un velivolo). La **validazione** del codice avviene tramite gli **esperimenti**.
- Quando le lunghezze caratteristiche del fenomeno hanno uno spettro molto ampio (turbolenza) la **soluzione numerica** diventa **problematica** perchè la **griglia** deve essere sufficientemente **raffinata** da catturare tutti i fenomeni connessi.

Turbolenza (1/2)



Turbolenza (2/2)

Per **flussi turbolenti realistici**, anche la **potenza di calcolo** dei moderni supercomputer paralleli è **insufficiente**. Le alternative sono...

- **Direct numerical simulation (DNS)**: ci si accontenta di studiare geometrie semplicissime e si risolvono le equazioni come stanno. **Scopo**: capire la fisica della turbolenza.
- **Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS)**: le variabili vengono viste come somma di una componente media più una "fluttuante" e si fa la media delle equazioni. Dalla parte non-lineare si originano degli sforzi *apparenti* (perché non viscosi) che vanno modellati (Reynolds stresses). **Scopo**: poter risolvere problemi ingegneristici.
- **Large eddy simulations (LES)**: i vortici più piccoli sono filtrati e modellati opportunamente (come nelle RANS), quelli più grandi sono risolti direttamente (come nella DNS). Buon compromesso tra DNS e RANS. **Scopo**: capire la fisica della turbolenza e risolvere problemi ingegneristici.

Turbolenza (2/2)

Per **flussi turbolenti realistici**, anche la **potenza di calcolo** dei moderni supercomputer paralleli è **insufficiente**. Le alternative sono...

- **Direct numerical simulation (DNS)**: ci si accontenta di studiare geometrie semplicissime e si risolvono le equazioni come stanno. **Scopo**: capire la fisica della turbolenza.
- **Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS)**: le variabili vengono viste come somma di una componente media più una "fluttuante" e si fa la media delle equazioni. Dalla parte non-lineare si originano degli sforzi *apparenti* (perché non viscosi) che vanno modellati (Reynolds stresses). **Scopo**: poter risolvere problemi ingegneristici.
- **Large eddy simulations (LES)**: i vortici più piccoli sono filtrati e modellati opportunamente (come nelle RANS), quelli più grandi sono risolti direttamente (come nella DNS). Buon compromesso tra DNS e RANS. **Scopo**: capire la fisica della turbolenza e risolvere problemi ingegneristici.

Turbolenza (2/2)

Per **flussi turbolenti realistici**, anche la **potenza di calcolo** dei moderni supercomputer paralleli è **insufficiente**. Le alternative sono...

- **Direct numerical simulation** (DNS): ci si accontenta di studiare geometrie semplicissime e si risolvono le equazioni come stanno. **Scopo:** capire la fisica della turbolenza.
- **Reynolds-averaged Navier-Stokes equations** (RANS): le variabili vengono viste come somma di una componente media più una "fluttuante" e si fa la media delle equazioni. Dalla parte non-lineare si originano degli sforzi *apparenti* (perché non viscosi) che vanno modellati (Reynolds stresses). **Scopo:** poter risolvere problemi ingegneristici.
- **Large eddy simulations** (LES): i vortici più piccoli sono filtrati e modellati opportunamente (come nelle RANS), quelli più grandi sono risolti direttamente (come nella DNS). Buon compromesso tra DNS e RANS. **Scopo:** capire la fisica della turbolenza e risolvere problemi ingegneristici.

Turbolenza (2/2)

Per **flussi turbolenti realistici**, anche la **potenza di calcolo** dei moderni supercomputer paralleli è **insufficiente**. Le alternative sono...

- **Direct numerical simulation** (DNS): ci si accontenta di studiare geometrie semplicissime e si risolvono le equazioni come stanno. **Scopo:** capire la fisica della turbolenza.
- **Reynolds-averaged Navier-Stokes equations** (RANS): le variabili vengono viste come somma di una componente media più una "fluttuante" e si fa la media delle equazioni. Dalla parte non-lineare si originano degli sforzi *apparenti* (perché non viscosi) che vanno modellati (Reynolds stresses). **Scopo:** poter risolvere problemi ingegneristici.
- **Large eddy simulations** (LES): i vortici più piccoli sono filtrati e modellati opportunamente (come nelle RANS), quelli più grandi sono risolti direttamente (come nella DNS). Buon compromesso tra DNS e RANS. **Scopo:** capire la fisica della turbolenza e risolvere problemi ingegneristici.

Come se non bastasse...

...facciamoci del male:

- In molti casi (e.g. combustione) è necessario risolvere **simultaneamente alle equazioni di Navier-Stokes altre equazioni** (tipicamente di convezione/diffusione). Queste possono descrivere reazioni chimiche, la concentrazione delle specie, scambi di calore complessi, etc.
- Si vorrebbero simulare **flussi multifase** (compresenza di fase liquida/gassosa, solida/gassosa o liquida/solida), **fluidi non-Newtoniani** (sangue), etc.
- Insomma... la questione della soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes nei casi di interesse pratico (ingegneristico) è **piuttosto complessa** e non c'è limite al peggio...

Come se non bastasse...

...facciamoci del male:

- In molti casi (e.g. combustione) è necessario risolvere **simultaneamente alle equazioni di Navier-Stokes altre equazioni** (tipicamente di convezione/diffusione). Queste possono descrivere reazioni chimiche, la concentrazione delle specie, scambi di calore complessi, etc.
- Si vorrebbero simulare **flussi multifase** (compresenza di fase liquida/gassosa, solida/gassosa o liquida/solida), **fluidi non-Newtoniani** (sangue), etc.
- Insomma... la questione della soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes nei casi di interesse pratico (ingegneristico) è **piuttosto complessa** e non c'è limite al peggio...

Come se non bastasse...

...facciamoci del male:

- In molti casi (e.g. combustione) è necessario risolvere **simultaneamente alle equazioni di Navier-Stokes altre equazioni** (tipicamente di convezione/diffusione). Queste possono descrivere reazioni chimiche, la concentrazione delle specie, scambi di calore complessi, etc.
- Si vorrebbero simulare **flussi multifase** (compresenza di fase liquida/gassosa, solida/gassosa o liquida/solida), **fluidi non-Newtoniani** (sangue), etc.
- Insomma... la questione della soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes nei casi di interesse pratico (ingegneristico) è **piuttosto complessa** e non c'è limite al peggio...

Come se non bastasse...

...facciamoci del male:

- In molti casi (e.g. combustione) è necessario risolvere **simultaneamente alle equazioni di Navier-Stokes altre equazioni** (tipicamente di convezione/diffusione). Queste possono descrivere reazioni chimiche, la concentrazione delle specie, scambi di calore complessi, etc.
- Si vorrebbero simulare **flussi multifase** (compresenza di fase liquida/gassosa, solida/gassosa o liquida/solida), **fluidi non-Newtoniani** (sangue), etc.
- Insomma... la questione della soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes nei casi di interesse pratico (ingegneristico) è **piuttosto complessa** e non c'è limite al peggio...

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Fluidodinamica e matematica applicata

Domanda

Bene. Ma in pratica, cosa c'entra tutto questo con la matematica applicata e con noi qui oggi pomeriggio???

Risposta

Maccome... non si è ancora capito???

Fluidodinamica e matematica applicata

Domanda

Bene. Ma in pratica, cosa c'entra tutto questo con la matematica applicata e con noi qui oggi pomeriggio???

Risposta

Maccome... non si è ancora capito???

Per essere più esplicativi...

- ➊ A volte gli **esperimenti** sono **impraticabili** o **tropo costosi**: alternative?
- ➋ Matematicamente le **equazioni di Navier-Stokes** sono una **sfida da un milione di dollari** (quando si dice che i matematici muoiono di fame!): nessuno di voi vuole provarci?
- ➌ Le **equazioni non complete** (=semplificate) possono essere **risolte analiticamente** o quantomeno agevolmente (Octave, Matlab, etc.): i matematici applicati lo sanno fare meglio degli altri.
- ➍ **Fluidodinamica numerica**: oltre a saper programmare e saper sfruttare al meglio la potenza di calcolo, bisogna conoscere il **calcolo numerico** e saper ideare **algoritmi efficienti**... roba da matematici applicati.
- ➎ La **turbolenza**: ad oggi **non esiste una teoria matematica** che la spieghi compiutamente. Heisenberg, sul letto di morte, sembra avesse detto *Quando incontrerò Dio gli chiederò due cose: perché la relatività e perché la turbolenza. Credo proprio che avrà una risposta per la prima. È seduta/o tra di voi colei/ui che darà una risposta alla seconda?*

Per essere più esplicativi...

- ➊ A volte gli **esperimenti** sono **impraticabili o troppo costosi**: alternative?
- ➋ Matematicamente le **equazioni di Navier-Stokes** sono una **sfida da un milione di dollari** (quando si dice che i matematici muoiono di fame!): nessuno di voi vuole provarci?
- ➌ Le **equazioni non complete** (=semplificate) possono essere **risolte analiticamente** o quantomeno agevolmente (Octave, Matlab, etc.): i matematici applicati lo sanno fare meglio degli altri.
- ➍ **Fluidodinamica numerica**: oltre a saper programmare e saper sfruttare al meglio la potenza di calcolo, bisogna conoscere il **calcolo numerico** e saper ideare **algoritmi efficienti**... roba da matematici applicati.
- ➎ La **turbolenza**: ad oggi **non esiste una teoria matematica** che la spieghi compiutamente. Heisenberg, sul letto di morte, sembra avesse detto *Quando incontrerò Dio gli chiederò due cose: perché la relatività e perché la turbolenza. Credo proprio che avrà una risposta per la prima. È seduta/o tra di voi colei/ui che darà una risposta alla seconda?*

Per essere più esplicativi...

- ➊ A volte gli **esperimenti** sono **impraticabili o troppo costosi**: alternative?
- ➋ Matematicamente le **equazioni di Navier-Stokes** sono una **sfida da un milione di dollari** (quando si dice che i matematici muoiono di fame!): nessuno di voi vuole provarci?
- ➌ Le **equazioni non complete** (=semplificate) possono essere **risolte analiticamente** o quantomeno agevolmente (Octave, Matlab, etc.): i matematici applicati lo sanno fare meglio degli altri.
- ➍ Fluidodinamica numerica: oltre a saper programmare e saper sfruttare al meglio la potenza di calcolo, bisogna conoscere il **calcolo numerico** e saper ideare **algoritmi efficienti**... roba da matematici applicati.
- ➎ La **turbolenza**: ad oggi **non esiste una teoria matematica** che la spieghi compiutamente. Heisenberg, sul letto di morte, sembra avesse detto *Quando incontrerò Dio gli chiederò due cose: perché la relatività e perché la turbolenza. Credo proprio che avrà una risposta per la prima. È seduta/o tra di voi colei/ui che darà una risposta alla seconda?*

Per essere più esplicativi...

- 1 A volte gli **esperimenti** sono impraticabili o troppo costosi: alternative?
- 2 Matematicamente le **equazioni di Navier-Stokes** sono una **sfida da un milione di dollari** (quando si dice che i matematici muoiono di fame!): nessuno di voi vuole provarci?
- 3 Le **equazioni non complete** (=semplificate) possono essere **risolte analiticamente** o quantomeno agevolmente (Octave, Matlab, etc.): i matematici applicati lo sanno fare meglio degli altri.
- 4 **Fluidodinamica numerica**: oltre a saper programmare e saper sfruttare al meglio la potenza di calcolo, bisogna conoscere il **calcolo numerico** e saper ideare **algoritmi efficienti**... roba da matematici applicati.
- 5 La **turbolenza**: ad oggi non esiste una teoria matematica che la spieghi compiutamente. Heisenberg, sul letto di morte, sembra avesse detto *Quando incontrerò Dio gli chiederò due cose: perché la relatività e perché la turbolenza. Credo proprio che avrà una risposta per la prima. È seduta/o tra di voi colei/ui che darà una risposta alla seconda?*

Per essere più esplicativi...

- ① A volte gli **esperimenti** sono **impraticabili o troppo costosi**: alternative?
- ② Matematicamente le **equazioni di Navier-Stokes** sono una **sfida da un milione di dollari** (quando si dice che i matematici muoiono di fame!): nessuno di voi vuole provarci?
- ③ Le **equazioni non complete** (=semplificate) possono essere **risolte analiticamente** o quantomeno agevolmente (Octave, Matlab, etc.): i matematici applicati lo sanno fare meglio degli altri.
- ④ **Fluidodinamica numerica**: oltre a saper programmare e saper sfruttare al meglio la potenza di calcolo, bisogna conoscere il **calcolo numerico** e saper ideare **algoritmi efficienti**... roba da matematici applicati.
- ⑤ La **turbolenza**: ad oggi **non esiste una teoria matematica** che la spieghi compiutamente. Heisenberg, sul letto di morte, sembra avesse detto *Quando incontrerò Dio gli chiederò due cose: perché la relatività e perché la turbolenza. Credo proprio che avrà una risposta per la prima. È seduta/o tra di voi colei/ui che darà una risposta alla seconda?*

Outline

1 Cos'è e a cosa serve?

- Alcune definizioni, esempi preliminari
- Domande & risposte
- Dove entra la fluidodinamica

2 Il modello

- Le equazioni di Navier-Stokes
- Difficoltà legate alle equazioni di Navier-Stokes

3 Diversi approcci

- Experimental Fluid Dynamics
- Analytical Fluid Dynamics
- Computational Fluid Dynamics

4 Considerazioni finali

- Fluidodinamica e matematica applicata
- Conclusioni

Conclusioni

La fluidodinamica è:

bella, interessante, intrigante, affascinante, utile e quasi onnipresente.

La ricerca fluidodinamica è:

generalmente fatta da ingegneri (ragioni storiche) ma le risposte ai grossi problemi si trovano in sinergia, quindi:

i matematici applicati sono invitati ad occuparsi di
problemi di fluidodinamica
teorica, analitica e computazionale.

Conclusioni

La fluidodinamica è:

bella, interessante, intrigante, affascinante, utile e quasi onnipresente.

La ricerca fluidodinamica è:

generalmente fatta da ingegneri (ragioni storiche) ma le risposte ai grossi problemi si trovano in sinergia, quindi:

**i matematici applicati sono invitati ad occuparsi di
problemi di fluidodinamica
teorica, analitica e computazionale.**

Domande?

