

Gli spettri a righe

Ogni atomo emette onde elettromagnetiche con determinate lunghezze d'onda caratteristiche di quell'atomo, che forniscono importanti indizi sulla sua struttura. I solidi emettono tipicamente uno **spettro continuo**, mentre i gas a bassa pressione possono emettere solo a determinate lunghezze d'onda, dando origine ad una serie di frange chiare detta **spettro a righe**.

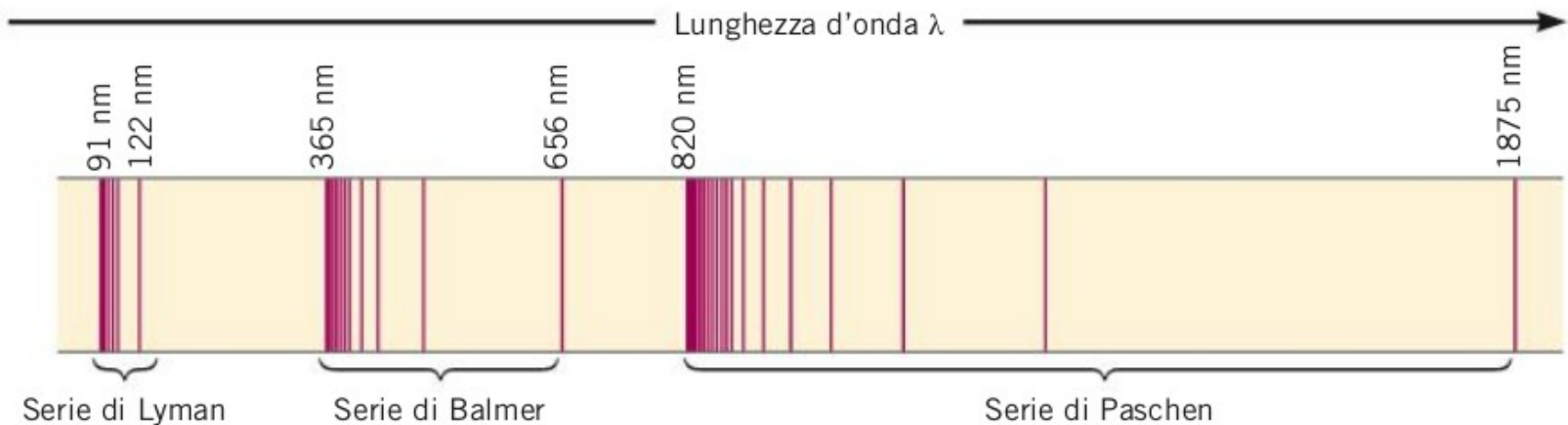


Neon (Ne)



Mercurio (Hg)

Spettro dell'atomo di idrogeno



Serie di Lyman $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{con } n = 2, 3, 4, \dots$

Serie di Balmer $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{con } n = 3, 4, 5, \dots$

Serie di Paschen $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{con } n = 4, 5, 6, \dots$

R è la costante di Rydberg: $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

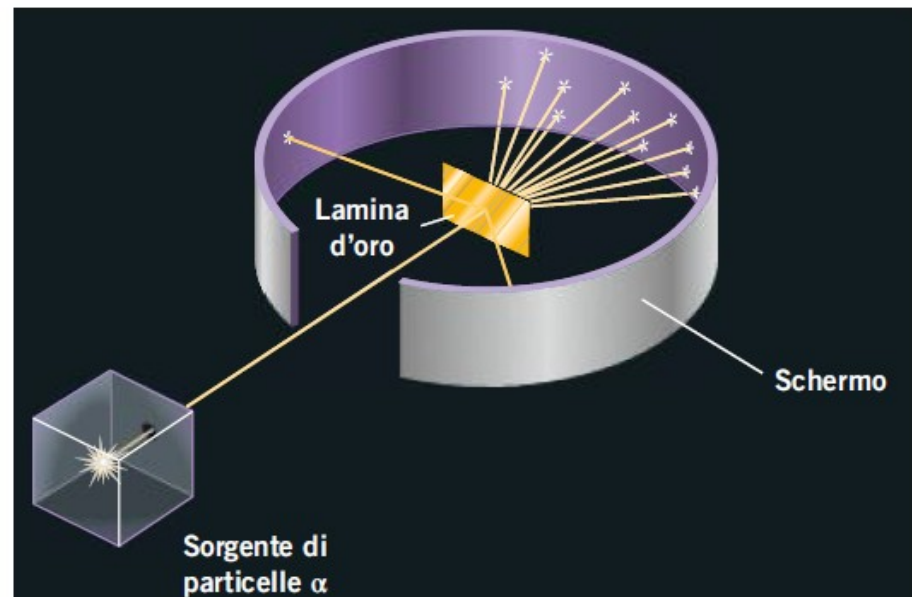
Fine '800: modello atomico di Thomson

Modello atomico “A PANETTONE” di Thomson (1856-1940)

Atomo descritto come una struttura senza nucleo centrale, con:

- la carica positiva uniformemente distribuita (pasta);
- gli elettroni negativi disseminati in essa (canditi).

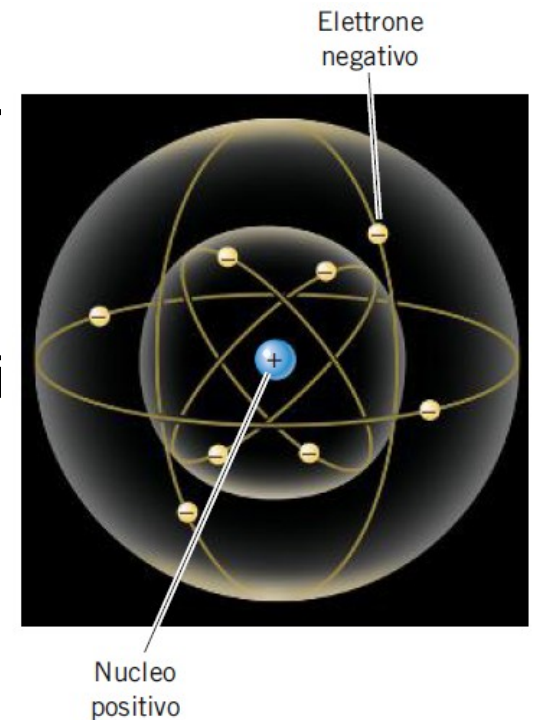
Il modello non spiegava alcuni risultati sperimentali (**esperimento di Rutherford 1911**): alcune particelle α (nuclei di elio senza elettroni, ++)
incidenti su atomi d'oro venivano deflesse ad angoli troppo grandi.



1911: modello atomico di *Rutherford*

Modello atomico di Rutherford (1871-1931)

- La carica positiva, anziché essere uniformemente distribuita, è concentrata in una piccola regione detta **nucleo**;
- gli elettroni ruotano intorno al nucleo, come pianeti intorno al Sole (il modello è detto anche **modello planetario**) altrimenti collasserebbero sul nucleo.



Il modello:

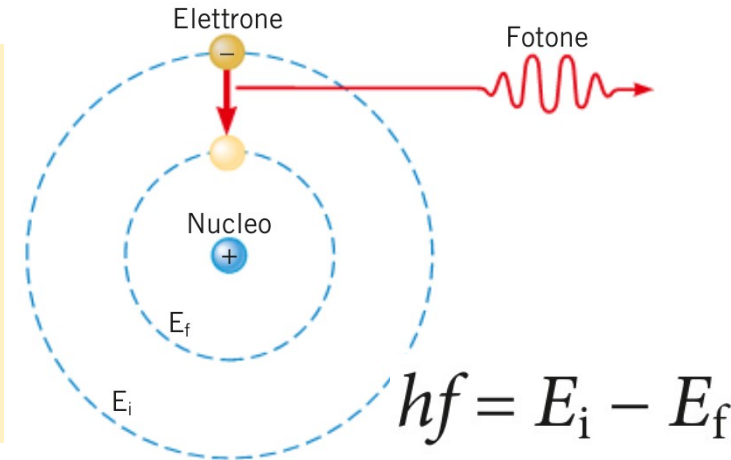
- spiega l'esperimento di Rutherford (deflessioni a grandi angoli dovute alla presenza del nucleo, repulsione elettrica non urti);
- non spiega la **stabilità** della materia: gli elettroni, a causa dell'accelerazione centripeta, dovrebbero irradiare onde elettromagnetiche perdendo energia e cadendo sul nucleo.

1913: modello di *Bohr* per l'atomo di *idrogeno*

Il modello atomico di Bohr (1885-1962) prevede 3 ipotesi:

1. Gli elettroni si muovono su **orbite stabili** dette **stati stazionari**, descrivibili dalla fisica classica, senza irradiare.

2. Un **fotone** è **emesso** solo quando l'elettrone *cambia* il proprio stato, passando da un'orbita con un'energia superiore a un'altra con energia inferiore.



3. Il momento angolare L è **quantizzato** ossia può assumere solo determinati **valori discreti** che sono multipli interi della costante di Planck divisa per 2π :

$$L_n = mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$$

Modello di Bohr: sviluppi matematici

Uguagliando la forza centripeta con quella di attrazione tra l'elettrone dell'Idrogeno ed il protone del nucleo dell'Idrogeno si ha $m \frac{v^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2} \iff mv^2 = k \frac{e^2}{r_n}$. Dalla relazione di quantizzazione si ha $L_n = mvr_n = n \frac{h}{2\pi} \implies v = \frac{nh}{2\pi mr_n}$, sostituendo v nella relazione precedente si ha $m \left(\frac{nh}{2\pi mr_n} \right)^2 = k \frac{e^2}{r_n} \implies r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2}$ per $n = 1, 2, 3, \dots$

L'energia di un elettrone dell'atomo di Idrogeno sull'orbita di raggio r_n è $E_n = K_n + U_n = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{e^2}{r_n}$. Sostituendo $v^2 = \frac{ke^2}{mr_n}$ che si ottiene dall'equivalenza tra forza centripeta e forza di attrazione elettrica, si ha $E_n = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{e^2}{r_n} = \frac{1}{2}m \frac{ke^2}{mr_n} - k \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r_n}$. Sostituendo il raggio dell'orbita precedentemente ricavato si ha $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^2}$ per $n = 1, 2, 3, \dots$

Se prendiamo $n > k$, l'energia $E_{n \rightarrow k} = hf_{n \rightarrow k} = \frac{hc}{\lambda_{n \rightarrow k}}$ può essere espressa come $E_n - E_k$, ossia $\frac{hc}{\lambda_{n \rightarrow k}} = E_n - E_k = \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ per $n > k$. Denotando con $R = \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^3 c}$ (costante di Rydberg) la costante, si ha $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow k}} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ valida per $n > k$.

Modello di Bohr: conclusioni

Da questa relazione si possono ricavare:

- i **raggi** delle orbite di Bohr:

$$r_n = (5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}) \frac{n^2}{Z} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

numero atomico

- i **livelli energetici** delle orbite:

$$E_n = -(2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}) \frac{Z^2}{n^2} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$
$$E_n = -(13,6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

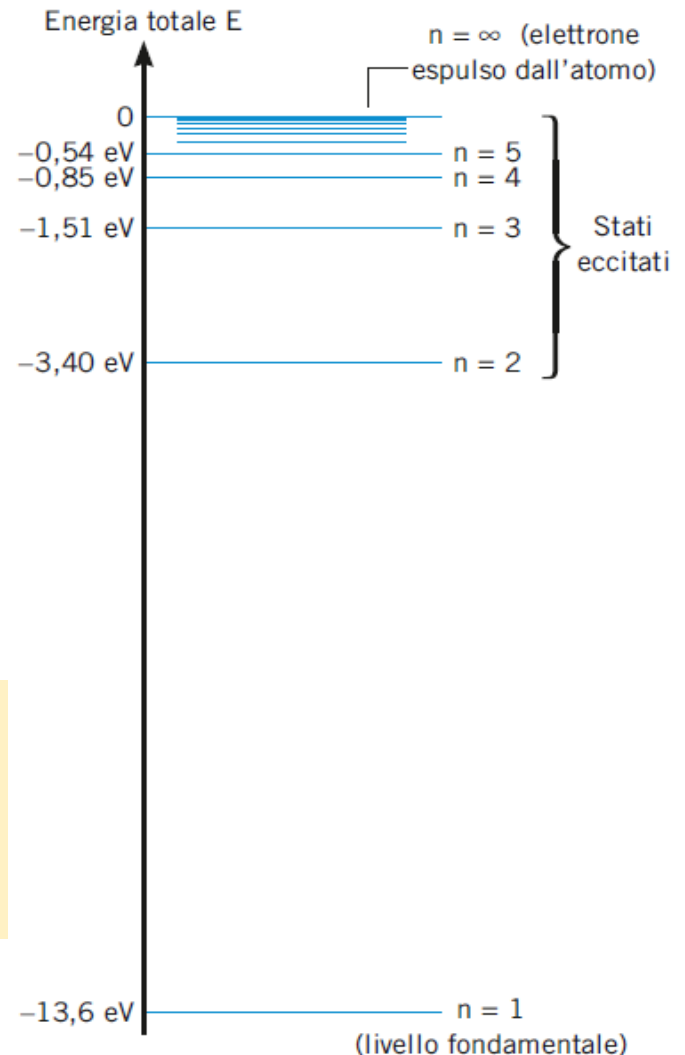
- **Lunghezza** d'onda del **fotone emesso** nella transizione $n \rightarrow k$ con $n > k$:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow k}} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{valida per } n > k$$

Diagrammi dei livelli energetici

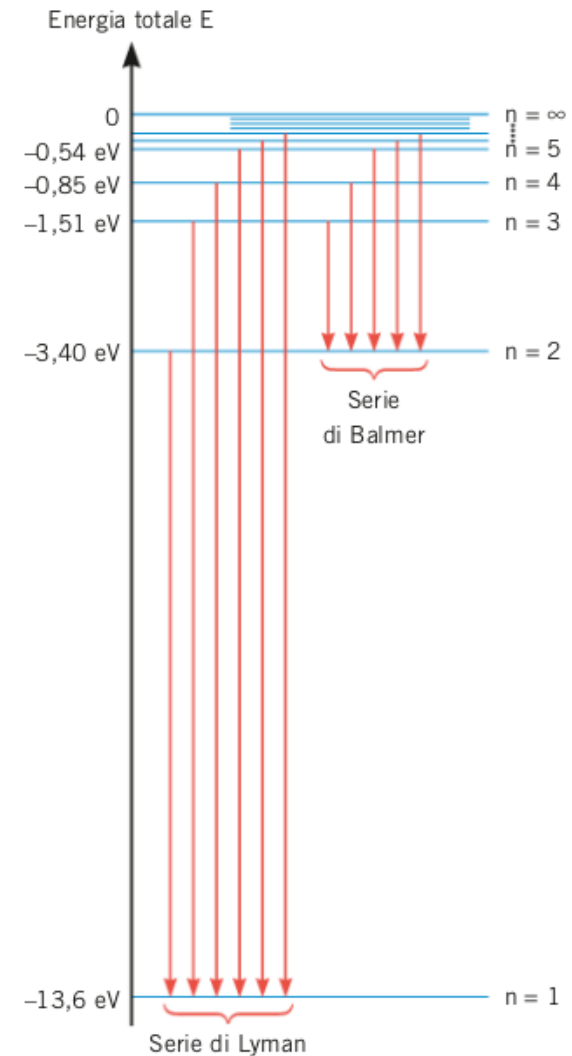
Nell'atomo di idrogeno, per far passare l'elettrone dallo **stato fondamentale** al livello più eccitato occorre fornire 13,6 eV di energia: in questo caso l'elettrone viene espulso dall'atomo e si ottiene uno ione idrogeno positivo H^+ .

La minima energia necessaria per espellere un elettrone viene chiamata **energia di ionizzazione**.



Spettro a righe dell'idrogeno

Le righe delle serie di Lyman e Balmer corrispondono a fotoni emessi in transizioni elettroniche da livelli di energia più elevati a livelli di energia più bassi.



La quantizzazione del momento angolare secondo de Broglie

Secondo de Broglie, l'elettrone nel suo moto intorno al nucleo va visto anche come un'onda.

- Un'onda su un'orbita di raggio r è *stazionaria* se $2\pi r = n\lambda$ (con $n = 1, 2, 3, \dots$).
- La lunghezza d'onda di de Broglie di un elettrone non relativistico è $\lambda = h/(mv)$.

Dal confronto di queste relazioni otteniamo proprio la quantizzazione ipotizzata da Bohr:

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

Gli elettroni assumono solo valori del momento angolare corrispondenti a **onde stazionarie**.

