Tema Bonus

Reglarea unui satelit de monitorizare

TSA 2023

Introducere

Prin intermediul acestei teme, ne propunem să extindem aplicaţia prezentată în cadrul problemei R4.1, din îndrumarul de laborator. Obiectivele pe care ni le propunem sunt următoarele:

- prezentarea modelului nominal pentru un satelit de monitorizare şi analiza caracteristicilor sale din punct de vedere sistemic;
- transpunerea cerinţelor de performanţă, referitoare la monitorizarea fenomenelor geofizice în ponderi frecvenţiale folosite la obţinerea unei legi de comandă;
- analiza surselor de incertitudine din cadrul modelului şi a limitărilor pe care le impun acestea în faza de proiectare;
- asigurarea unor indicatori satisfăcători de robusteţe, care să garanteze funcţionarea în siguranţă a satelitului în timpul manevrelor de monitorizare;
- validarea riguroasă a rezultatelor obţinute;
- efectuarea unei discuţii amănunţite, cu privire la compromisul obţinut între toate obiectivele de proiectare enunţate.

Pentru a uşura acest demers, propunem următoarea structură algoritmică de rezolvare a problemei.

Pasul 0 - Parcurgerea problemei rezolvate

Cu toate că acest pas este opţional, el poate fi profund benefic pentru obţinerea bonusului. Având în vedere că problema descrisă în acest document este **puternic** inspirată din problema R4.1, de la pag. 96 a îndrumarului de laborator, se recomandă parcurgerea completă a acesteia înainte de rezolvarea temei.

Nu uitaţi! Pentru orice nelămuriri, vă stăm la dispoziţie oricând pe forumul de întrebări de pe Moodle.

Pasul 1 - Analiza modelului

Modelul de satelit pe care ne propunem să îl reglăm este o formă simplificată a celor din familia de sateliţi utilizaţi de către NASA, în cadrul misiunii GRACE-FO. Similar cu modelul descris în îndrumar (vezi Fig. 4.8 din cadrul problemei R4.1), funcţia de transfer de la tensiunea aplicată roţilor inerţiale prezente pe satelit la unghiul de tangaj al acestuia (ce se doreşte reglat), este:

$$\mathbf{P}(s) = \frac{10}{s(100s+1)(0.1s+1)}.$$

Modelul poate fi descompus multiplicativ astfel:

- Termenul $\frac{1}{s(100s+1)}$ este o alternativă mai realistă a lui $\frac{1}{s^2}$, care ar descrie modelul rotaţional al satelitului în vid datorită conservării momentului. Misiunea GRACE-FO are loc la altitudini foarte joase (aprox. 500 km), iar polul din $s = -0.01$ modelează frecarea cu atmosfera (foarte rarefiată).
- Termenul $\frac{1}{0.1s+1}$ modelează dinamica roţilor inerţiale folosite la ajustarea orientării satelitului. Constantele de timp de aproximativ 100 ms sunt uzuale pentru majoritatea roţilor inerţiale utilizate în industria aerospaţială.
- Constanta $K = 10$ este datorată, în mare parte, configuraţiei geometrice a satelitului (vezi pag. 9 din comunicatul de presă NASA).
- Dinamica senzorilor de la bordul satelitului este neglijabilă în raport cu ceilalţi termeni, deci poate fi ignorată.

Sarcini de lucru

1. Introduceţi sistemul în `MATLAB` şi memoraţi-l într-o variabilă denumită `P`;
2. Este sistemul BIBO stabil în sens strict? Dar în sens nestrict? Calculaţi polii acestuia într-o variabilă denumită `poli_P` şi argumentaţi prin intermediul unui comentariu în cod.
3. Ce ne poate spune modelul nominal al satelitului cu privire la constângerile ce se vor manifesta garantat în buclă închisă? Daţi exemplu de două astfel de constrângeri şi argumentaţi motivul apariţiei lor prin intermediul unui comentariu în cod.

Pasul 2 - Cuantificarea performanţei

Una din misiunile sateliţilor din familia GRACE-FO constă în monitorizarea unor gheţari sau banchize de gheaţă cu risc sporit de topire. Atunci când sateliţii orbitează deasupra zonelor polare, ei trebuie să se poziţioneze cu o precizie de ordinul sutelor de microradiani pentru a achiziţiona măsurători de încredere.

În acelaşi timp, orientarea lor trebuie să ia în calcul şi să compenseze deviaţiile produse de viteza[1] semnificativă cu care sateliţii orbitează Pământul. Se impun, aşadar, următoarele performanţe:

- eroare staţionară nulă la referinţă treaptă unitară;
- eroare sub 0.1% în regim staţionar pentru referinţe armonice în banda $(0, \omega_1)$, unde $\omega_1 = 0.1$ rad/s.

Spre deosebire de aplicaţia prezentată în cadrul problemei R4.1, vom neglija perturbaţiile datorate presiunii solare, mulţumită orbitei joase a satelitului. Această simplificare este datorată faptului că, la altitudini foarte joase, magnetosfera Pământului încă este suficient de puternică pentru a atenua majoritatea efectelor produse de radiaţia solară.

Sarcini de lucru

1. Ce spune Principiul Modelului Intern referitor la urmărirea unei referinţe treaptă unitară? Ce garanţii avem în acest sens dacă închidem procesul nostru în bucla de reacţie cu *orice* regulator stabilizator? Argumentaţi răspunsurile prin intermediul unui comentariu în cod.
2. Proiectaţi un filtru $\mathbf{W_S}(s)$ care, în prezenţa stabilităţii interne a buclei de reacţie şi a satisfacerii condiţiei $\|\mathbf{W_S S}\|_\infty < 1$ (unde $\mathbf{S}(s)$ este funcţia de sensibilitate), să garanteze atingerea nivelului de performanţă nominală dorit. Memoraţi acest filtru într-o variabilă numită `W_S`. Având în vedere polul din $s = 0$ al lui $\mathbf{P}(s)$, putem alege un $\mathbf{W_S}(s)$ stabil? Dacă da, faceţi acest lucru. Argumentaţi motivul pentru care este sau nu posibil prin intermediul unui comentariu în cod.
3. Figuraţi pe acelaşi grafic diagrama Bode de amplitudine a lui $\mathbf{P}(s)$ şi cea a lui $\mathbf{W_S}(s)$. Ce relaţie este între amplificările acestor două sisteme pe intervalul de pulsaţii în care impunem performanţă? Ce ne spune acest lucru despre dificultatea asigurării specificaţiilor impuse? Argumentaţi răspunsurile prin intermediul unui comentariu în cod.

Pasul 3 - Analiza incertitudinii de model

În majoritatea aplicaţiilor orbitale, principala sursă de incertitudine este dată de structura flexibilă a componentelor satelitului, cum ar fi panourile solare ataşate lateral sau antenele de recepţie şi emisie a datelor (vezi problema R4.1 din îndumarul de laborator). Din fericire, sateliţii din familia GRACE-FO nu prezintă flexibilitate structurală semnificativă, deci incertitudinile de modelare sunt datorate, în mare parte, roţilor inerţiale.

[1] Altitudinea tipică misiunilor din familia GRACE-FO este de doar 500 km. La această altitudine joasă, este nevoie de o orbită foarte rapidă, cu o perioadă orbitală de puţin peste 90 de minute, pentru a contracara efectele gravitaţiei.

Pentru eliminarea efectului giroscopic, dat de cuplarea momentului pe cele 3 axe de rotaţie, majoritatea sateliţilor moderni sunt dotaţi cu 4 roţi inerţiale, aranjate într-o structură piramidală. Totuşi, din cauza micilor imperfecţiuni de poziţionare ale roţilor pe feţele laterale ale piramidei, răspunsul la frecvenţe înalte (de obicei la o decadă peste pulsaţia de tăiere a roţilor inerţiale folosite) al elementului de acţionare nu poate fi determinat cu precizie satisfăcătoare. Luând în calcul constanta de timp de 100 ms a ansamblului de roţi, incertitudinea nestructurată multiplicativă a tipului de satelit considerat este caracterizată, în mod uzual, printr-un profil frecvenţial dat de

$$\mathbf{W_T}(s) = \frac{0.01s}{0.001s+1}.$$

Sarcini de lucru

1. Introduceţi ponderea ce caracterizează incertitudinea de model în `MATLAB` şi memoraţi-o într-o variabilă denumită `W_T`;

2. Figuraţi pe acelaşi grafic diagramele de amplitudine ale lui $\mathbf{W_S}(s)$ şi $\mathbf{W_T}(s)$. Se încalcă grafic faptul că $\min\{|\mathbf{W_S}(j\omega)|, |\mathbf{W_T}(j\omega)|\} < 1,\ \forall\omega \in \mathbb{R}$? Dacă da, reproiectaţi ponderea $\mathbf{W_S}(s)$ până la satisfacerea condiţiei. Precizaţi prin intermediul unui comentariu în cod pentru ce anume este necesară satisfacerea respectivei condiţii.

3. Determinaţi pulsaţia ω_2 la care $|\mathbf{W_T}(j\omega)| \geq 1,\ \forall\omega \geq \omega_2$. Se îndeplineşte faptul că $|\mathbf{W_S}(j\omega)| \ll 1,\ \forall\omega \geq \omega_2$? Dacă nu, reproiectaţi ponderea $\mathbf{W_S}(s)$ până la satisfacerea condiţiei. Dacă da, cât de apropiat este ω_1 de ω_2 şi ce ne spune acest lucru despre dificultatea problemei pe care încercăm să o rezolvăm? Argumentaţi prin intermediul unui comentariu în cod.

Pasul 4 - Procedura grafică

Se poate trece, acum, la cea mai dificilă fază din algoritmul de proiectare.

Indicaţie: Procedura pe care urmează să o derulaţi este una fundamental iterativă. Aşadar, şansele unei reuşite din prima încercare sunt relativ mici. Urmăriţi procedura prezentată în cadrul problemei R4.1, din îndrumarul de laborator, şi încercaţi să aplicaţi acelaşi tip de raţionament.

Sarcini de lucru

1. Declaraţi doi vectori de 1000 de eşantioane, ce conţin pulsaţii spaţiate logaritmic în intervalele $[\omega_1 \cdot 10^{-3}, \omega_1]$ rad/s şi $[\omega_2, \omega_2 \cdot 10^3]$ rad/s, apoi memoraţi aceşti vectori în două variabile denumite `omega_jf`, respectiv `omega_if`. Evaluaţi apoi, în punctele din aceşti vectori, cele două restricţii $R_{jf}(\omega) = \frac{|\mathbf{W_S}(j\omega)|}{1-|\mathbf{W_T}(j\omega)|}$ şi $R_{if}(\omega) = \frac{1-|\mathbf{W_S}(j\omega)|}{|\mathbf{W_T}(j\omega)|}$, apoi memoraţi rezultatele calculelor în alte două variabile denumite `R_jf` şi, respectiv, `R_if`.

2. Propuneţi un $\mathbf{L}(s)$ care să satisfacă *simultan* următoarele condiţii:
   - $|\mathbf{L}(j\omega)| > R_{jf}(\omega),\ \forall\omega \in (0, \omega_1)$;
   - $|\mathbf{L}(j\omega)| < R_{if}(\omega),\ \forall\omega \geq \omega_2$;
   - $\mathbf{L}(0) > 0$, iar panta lui $|\mathbf{L}(j\omega)|$ în jurul pulsaţiei ω_t, unde $|\mathbf{L}(j\omega_t)| = 1$, să **nu** fie mai abruptă de -40 dB/dec;
   - $e(\mathbf{L}) \geq e(\mathbf{P})$, unde $e(\cdot)$ reprezintă excesul poli-zerouri (finite);
   - $\mathbf{C}(s) := \frac{\mathbf{L}(s)}{\mathbf{P}(s)}$ să fie stabil şi să aibă zerouri (finite) doar în $\mathbb{C}_-$.
3. În practică, este de dorit să obţinem un regulator care să atenueze semnificativ efectul asupra comenzii dat de zgomotul de măsură de la înaltă frecvenţă şi de şocurile produse de variaţii rapide ale semnalului de referinţă. Ajustaţi, dacă este necesar, funcţia de transfer $\mathbf{L}(s)$ obţinută la punctul anterior (fără a compromite cele 5 condiţii asigurate) pentru a obţine un nou regulator, denumit $\mathbf{C}_1(s)$, ce îndeplineşte specificaţiile suplimentare tocmai enunţate. Memoraţi $\mathbf{C}_1(s)$ într-o variabilă numită `C_1` şi argumentaţi, prin intermediul unui comentariu în cod, motivul pentru care se asigură atenuarea zgomotelor şi a şocurilor pe comandă provocate de referinţă.

Pasul 5 - Acordarea regulatorului

După încheierea cu succes a pasului anterior, compensatorul obţinut poate fi un prim candidat de regulator ce asigură nivelul impus de performanţă robustă. Totuşi, înainte de a trece la faza finală (anume, cea de validare riguroasă a regulatorului obţinut), vom impune câteva cerinţe suplimentare referitoare la marginile de stabilitate în buclă închisă.

Majoritatea misiunilor orbitale, prin însăşi natura lor, trebuie să prezinte o rezilienţă excepţională la avarii şi defecte ce pot altera dinamica nominală a sateliţilor. Din cauza costurilor exorbitante asociate cu misiunile de reparare a acestora din urmă (vezi incidentul survenit la punerea în funcţiune a telescopului Hubble), regulatoarele proiectate pentru aceste misiuni trebuie să asigure un nivel sporit de robusteţe. În cele ce urmează, vom încerca acordarea în acest sens a regulatorului deja obţinut.

Sarcini de lucru

1. Calculaţi marginea de fază şi verificaţi dacă aceasta are o valoare de cel puţin 30°. Dacă nu, proiectaţi un bloc cu avans de fază care, înseriat la $\mathbf{C}_1(s)$, conservă toate condiţiile asigurate la pasul anterior şi asigură o margine de fază. Memoraţi apoi acest bloc într-o variabilă denumită `C_faza` şi formaţi noul regulator, numit $\mathbf{C}_2(s)$, sub forma unei variabile denumite `C_2` care este produsul dintre `C_1` şi `C_faza`. Dacă marginea de fază are deja o valoare de cel puţin 30°, puteţi alege direct $\mathbf{C}_2(s) = \mathbf{C}_1(s)$.

Cum s-au modificat marginile de amplitudine în urma creşterii marginii de fază? Este de dorit această schimbare? Argumentaţi răspunsul prin intermediul unui comentariu în cod.

2. Figuraţi diagramele Bode ale funcţiei de sensibilitate corespunzătoare lui $\mathbf{P}(s)$ şi $\mathbf{C}_2(s)$ în buclă închisă, apoi calculaţi marginea vectorială. Cum este aceasta în raport cu valoarea de referinţă 0.5, utilizată în majoritatea aplicaţiilor de reglare? Cărui fenomen i s-ar putea datora valoarea obţinută? A fost acesta anticipat într-unul din primii paşi ai proiectării? Argumentaţi răspunsurile prin intermediul unui comentariu în cod.

3. Încercaţi să asiguraţi o margine vectorială de cel puţin 0.5 prin reproiectarea regulatorului, deci implicit a funcţiei de transfer $\mathbf{L}_2(s) := \mathbf{P}(s)\mathbf{C}_2(s)$. Memoraţi într-o variabilă denumită `C_3` regulatorul $\mathbf{C}_3(s)$ care, din toate variantele încercate, asigură marginea vectorială cea mai apropiată de 0.5, fără a compromite celelalte condiţii îndeplinite de $\mathbf{C}_2(s)$.

Pasul 6 - Validarea regulatorului

În final, putem valida regulatorul obţinut, anume $\mathbf{C}_3(s)$.

Sarcini de lucru

1. Deoarece $\mathbf{P}(s)$ este strict propriu iar $\mathbf{C}_3(s)$ este propriu, buna definire în sens strict a buclei este automat asigurată. În plus, fiind stabil şi având zerouri (finite) doar în $\mathbb{C}_-$, regulatorul obţinut împiedică orice simplificare poli-zerouri în $\mathbb{C}_0 \cup \mathbb{C}_+$ la formarea produsului $\mathbf{L}_3(s) := \mathbf{P}(s)\mathbf{C}_3(s)$ (amintiţi-va Teorema 2 din Capitolul 4 de la Semnale şi Sisteme).

   Aşadar, stabilitatea nominală a buclei se reduce la a verifica faptul că zerourile lui $1 + \mathbf{L}_3(s)$ sau, echivalent, polii lui $\mathbf{S}_3(s) := \frac{1}{1+\mathbf{L}_3(s)}$ sunt în $\mathbb{C}_-$. Utilizaţi orice metodă învăţată semestrul trecut la Semnale şi Sisteme pentru a verifica acest lucru şi explicaţi, prin intermendiul unui comentariu în cod, maniera în care aţi procedat.

   A avut loc cu succes ultimul punct al validării? Dacă da, atunci se trece la următorul punct. Dacă nu, $\mathbf{L}_3(s)$ descreşte prea abrupt prin zona de medie frecvenţă. Se corectează acest lucru şi se revine la testarea stabilităţii.

2. Verificaţi faptul că se respectă condiţia de performanţă nominală, anume că $\gamma_{prob} := \sup_{\omega\in\mathbb{R}} |\mathbf{W_S}(j\omega)\mathbf{S}(j\omega)| + |\mathbf{W_T}(j\omega)\mathbf{T}(j\omega)| < 1$. Memoraţi această valoare într-o variabilă denumită `gamma_prob` şi discutaţi, prin intermediul unui comentariu în cod, implicaţiile valorii obţinute.

3. Dacă la punctul anterior aţi obţinut $\gamma_{prob} < 1$ şi dacă aţi reuşit să asiguraţi o margine vectorială de cel puţin 0.5, atunci procedura de obţinere a unui regulator se încheie. Dacă $\gamma_{prob} < 1$, dar marginea vectorială este mică, explicaţi prin intermediul unui comentariu în cod motivul pentru care se întâmplă acest lucru.

În final, dacă $\gamma_{prob} \geq 1$, parcurgeţi din nou procedura de sinteză până la obţinerea unei valori subunitare. Dacă vă vedeţi nevoiţi să faceţi vreun compromis cu privire la cerinţele de proiectare, argumentaţi relaxarea acestora într-o manieră riguroasă, prin intermediul unui comentariu la finalul fişierului ce conţine codul `MATLAB`.

Concluzie

În cadrul acestei teme bonus, s-a parcurs procedura de obţinere a unui regulator ce asigură performanţă robustă pentru orientarea unui satelit de monitorizare. În acest moment, se pot încărca pe pagina de curs de pe Moodle, în secţiunea Încărcare Temă Bonus, cele două fişiere ce atestă rezolvarea:

- un script `MATLAB` denumit `Prenume_Nume_Grupa_Serie.m`, ce conţine codul şi comentariile corespunzătoare sarcinilor de lucru din acest document;
- un fişier PDF denumit `Prenume_Nume_Grupa_Serie.pdf`, ce conţine o documentaţie de maxim 2 pagini în care se explică raţionamentul din spatele alegerii blocurilor ce compun regulatorul găsit.

Atenţie: documentul PDF nu trebuie să conţină generalităţi, ci trebuie să facă referire *explicit* la valorile numerice pe care le-aţi ales pentru a obţine regulatoarele. Din moment ce procedura este descrisă pe larg în cerinţe, suntem interesaţi să vedem cum aţi gândit alegerea blocurilor ce vă compun regulatoarele.