Постановка задачи:

$\min \varphi_0(x) \quad \forall x \in \Omega$, где $\varphi_0(x) = c^T x$

$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \varphi(x) \le 0\}$

└→ непр. выпуклая функция

$\varphi_0(x)$ линейная, иначе вводим $x^{(n+1)}$ и добавляем огр.: $\varphi_{m+1}(x, x^{(n+1)}) = \varphi_0(x) - x^{(n+1)} \le 0$

Ω задаётся одним н-вом, иначе $\varphi(x) = \max\limits_{1 \le i \le m} \varphi_i(x)$

Построим задачу относительно 2ух переменных:

Пусть $\varphi_0(x)$ нелинейная:

$$\min(3x_1^2 + x_2^2 - 1)$$

ограничения:

$$\varphi_1(x) = 3x_1^2 + x_2^2 - 1 \le 0$$

$$\varphi_2(x) = x_1^2 + \left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \le 0$$

тогда введём x_3 и огр:

$$\varphi_3(x) = \varphi_0(x) - x_3 = 3x_1^2 + x_2^2 - 1 - x_3 \le 0$$

тогда задача имеет вид:

$$\min x_3$$

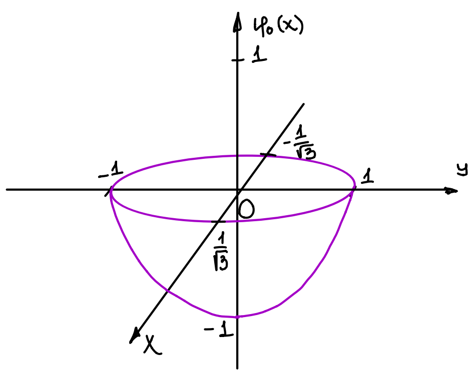
$$\varphi(x) = \max\left\{3x_1^2 + x_2^2 - 1 \le 0,\ x_1^2 + \left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \le 0,\ 3x_1^2 + x_2^2 - 1 - x_3 \le 0\right\} \le 0$$

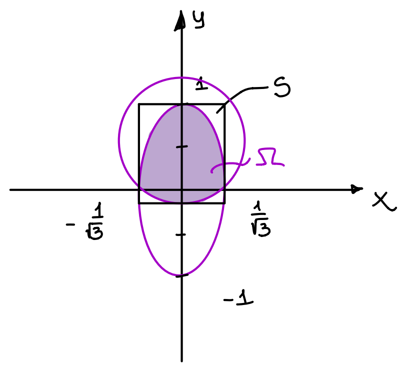
Построим мн-во S, по мн-ву Ω

┌ задано нелинейными огр.

└ задано линейными огр.

Наиболее простой способ – задать ограничивающий параллелепипед





$3x^2 + y^2 - 1 = 0$

$a = 1$; $b = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (полуоси эллипса)

$x_1^2 - \left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \le 0$

$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $(x_0, y_0) = \left(0, \frac{1}{2}\right)$

Построим S:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{3}} \le x_1 \le \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1-\sqrt{2}}{2} \le x_2 \le 1 \\ -1 \le x_3 \le 0 \end{cases}$$

Очевидно, что оптимум будет содержаться внутри построенного параллелепипеда