Обоснование достоверности решения:

$x_*^T[N] = \left(0, -\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{63}{2}\right)$

По теореме о необходимых и достаточных условиях решения задачи:

$\exists\, y^*[M]$

$y_*[M_1] \geqslant 0$

$C^T[N_1] - y_*^T[M]\, A[M, N_1] \geqslant 0$

$C^T[N_2] - y_*^T[M]\, A[M, N_2] = 0$

$y_*^T[M_1] \cdot \left(A[M_1, N] \cdot x_*[N_1] - b[M_1]\right) = 0$

$\left(C^T[N_1] - y_*^T[M] \cdot A[M, N_1]\right) \cdot x_*[N_1] = 0$

Для задачи вида:

$\min C^T[N] \cdot x[N], \quad x[N] \in S$

$S = \{ x[N] \mid A[M_1, N]\, x[N] \geqslant b[M_1],\ A[M_2, N] \cdot x[N] = b[M_2],\ x[N_1] \geqslant 0 \}$

Данная задача:

$8x_1 + 8x_2 - 4x_3 - 2x_4 \longrightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leqslant 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 30 \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_4 \geqslant -6 \\ x_1 \geqslant 0 \end{cases}$$

тогда в наших обозначениях

$A[M_1, N] = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad b[M_1] = (-6, -6)$

$b[M_2] = (24, 30)$

$A[M_2, N] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

$C^T[N_1] = (8) \qquad x_*[N_1] = (0)$

$C^T[N_2] = (8\ {-4}\ {-2}) \qquad x_*[N_2] = \left(-\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{63}{2}\right)$

$A[M, N_1] = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$A[M, N_2] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

теперь будем подставлять:

$y_*^T[M_1]\left(\underbrace{A[M_1, N] \cdot x_*[N_1]}_{=0} - b[M_1]\right) = -y_*^T[M_1] \cdot b[M_1] = -y_1 \cdot (-6) - y_2(-6) = 6y_1 + 6y_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = -y_2$, но $y_*^T[M_1] \geqslant 0$

$-\left[(y_1, y_2)\begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}\right] = 6y_1 + 6y_2 = 0 \qquad \Rightarrow y_1 = y_2 = 0$

$C^T[N_2] - y_*^T[M] \cdot A[M,N_2] = 0$

$y_*^T[M]\, A[M,N_2] = C^T[N_2]$

$$\begin{pmatrix} 8 & -4 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & y_3 & y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 8 & -4 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2y_3+4y_4 & -2y_3 & -2y_4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} 8 = 2y_3 + 4y_4 \\ -4 = -2y_3 \\ -2 = -2y_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} y_3 = 2 \\ y_4 = 1 \end{matrix}$$

$(C^T[N_1] - y_*^T[M] \cdot A[M,N_1]) \cdot x_*[N_1] = 0$

$$\begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} (0) = (0)$$

$0=0$ - верно

$C^T[N_1] - y_*^T[M]\, A[M,N_1] \geq 0$

$$8 - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \geq 0$$

$8+2+1 \geq 0$

$11 \geq 0$ - верно

$\Rightarrow$ все условия соблюдены

$\exists\, y_*(M) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$