

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 23/02/2022
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi này có 04 trang)

TỔNG QUAN

Bài	Bài 1	Bài 2	Bài 3	Bài 4
Tệp chương trình	che.*	rab.*	gcd.*	new.*
Tệp dữ liệu vào	che.inp	rab.inp	gcd.inp	new.inp
Tệp dữ liệu ra	che.out	rab.out	gcd.out	new.out
Giới hạn thời gian	1 giây/test	1 giây/test	1 giây/test	1 giây/test
Giới hạn bộ nhớ	1024 MB	1024 MB	1024 MB	1024 MB
Điểm	6	6	5	3
	20			

Dấu * được thay thế bởi pas hoặc cpp hoặc py của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++ hoặc Python.

Bài 1. Chơi cờ vua (tệp chương trình: che.pas nếu ngôn ngữ lập trình là Pascal, che.cpp nếu ngôn ngữ lập trình là C++, che.py nếu ngôn ngữ lập trình là Python)

An thích chơi cờ vua và bạn của anh ấy là Bình cũng vậy. Họ đã chơi với nhau n ván đấu liên tiếp. Với mỗi ván đấu, ta biết ai là người chiến thắng và không có ván đấu nào kết thúc với kết quả hòa.

Bây giờ An tự hỏi, ai thắng nhiều trận hơn, anh ấy hay Bình? Bạn hãy giúp anh ta xác định điều này.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản che.inp:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$) là số ván đấu đã chơi;
- Dòng thứ hai chứa một chuỗi s bao gồm n kí tự viết hoa 'A' và 'B' là kết quả của mỗi ván đấu. Kí tự thứ i của chuỗi bằng 'A' nếu An thắng ván thứ i và 'B' nếu Bình thắng ván thứ i .

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản che.out. Nếu An thắng nhiều ván hơn Bình thì ghi ra ">". Nếu An thắng ít ván hơn Bình thì ghi ra "<". Nếu An và Bình có số ván thắng bằng nhau thì ghi ra "=".

Ví dụ:

che.inp	che.out
6 ABAAAA	>
7 BBBAABA	<
6 BABABA	=

Trong ví dụ đầu tiên, An thắng 5 ván và Bình thắng 1 ván, do đó câu trả lời là ">".

Trong ví dụ thứ hai, An thắng 3 ván và Bình thắng 4 ván, do đó câu trả lời là "<".

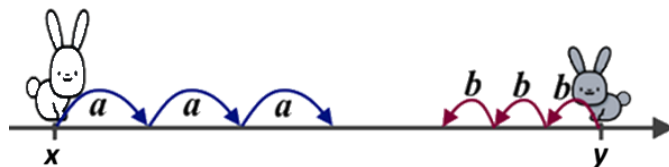
Trong ví dụ thứ ba, cả An và Bình đều thắng 3 ván, do đó câu trả lời là "=".

Ràng buộc:

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài thỏa mãn: $1 \leq n \leq 100$;
- 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

Bài 2. Hai con thỏ (tệp chương trình: rab.pas nếu ngôn ngữ lập trình là Pascal, rab.cpp nếu ngôn ngữ lập trình là C++, rab.py nếu ngôn ngữ lập trình là Python)

An đang chơi trong công viên nhìn thấy hai con thỏ trắng và xám đang nhảy về phía nhau. Vị trí của hai con thỏ có thể được biểu diễn dưới dạng tọa độ nguyên trên một trục số. Con thỏ trắng hiện đang ở vị trí x và con thỏ xám hiện đang ở vị trí y ($x < y$). Cứ sau mỗi giây, hai con thỏ lại cùng nhảy đến một vị trí khác. Con thỏ trắng nhảy theo hướng dương và độ dài mỗi bước nhảy bằng a , tức là nếu vị trí hiện tại là x_0 thì sau khi nhảy nó sẽ đến vị trí $x_0 + a$. Con thỏ xám nhảy theo hướng âm và độ dài mỗi bước nhảy bằng b , tức là nếu vị trí hiện tại là y_0 thì sau khi nhảy nó sẽ đến vị trí $y_0 - b$.



Ví dụ, giả sử $x = 0$, $y = 10$, $a = 3$ và $b = 2$. Sau giây thứ nhất, mỗi con thỏ sẽ ở vị trí 3 và 8. Sau giây thứ hai, cả hai con thỏ sẽ ở cùng vị trí 6.

Bây giờ An tự hỏi: Liệu hai con thỏ có ở cùng một vị trí vào cùng một thời điểm không? Nếu có thì sẽ mất bao lâu? Bạn hãy giúp An nhé.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản `rab.inp` gồm một dòng chứa 4 số nguyên x , y , a và b ($0 \leq x < y \leq 10^{15}$; $1 \leq a, b \leq 10^{15}$) tương ứng là vị trí hiện tại của con thỏ trắng, vị trí hiện tại của con thỏ xám, độ dài mỗi bước nhảy của con thỏ trắng và độ dài mỗi bước nhảy của con thỏ xám.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản `rab.out`. Nếu hai con thỏ không bao giờ đồng thời ở cùng một vị trí thì ghi ra -1 . Ngược lại ghi ra một số nguyên duy nhất là số giây mà hai con thỏ sẽ cần để đồng thời ở cùng một vị trí.

Ví dụ:

<code>rab.inp</code>	<code>rab.out</code>
0 10 3 2	2
0 10 3 3	-1

Ví dụ đầu tiên đã được giải thích ở trên.

Ví dụ thứ hai:

- Sau giây thứ nhất, con thỏ trắng ở vị trí 3 và con thỏ xám ở vị trí 7;
- Sau giây thứ hai, con thỏ trắng ở vị trí 6 và con thỏ xám ở vị trí 4;
- Từ giây thứ ba trở đi các con thỏ sẽ không bao giờ ở cùng một vị trí, vì khoảng cách giữa hai con thỏ sau đó sẽ chỉ tăng.

Ràng buộc:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm của bài thỏa mãn: $0 \leq x < y \leq 10^7$ và $1 \leq a, b \leq 10^7$;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $a = b$;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

Bài 3. Thư giãn (tệp chương trình: `gcd.pas` nếu ngôn ngữ lập trình là Pascal, `gcd.cpp` nếu ngôn ngữ lập trình là C++, `gcd.py` nếu ngôn ngữ lập trình là Python)

An đã nghĩ ra một nhiệm vụ cho bản thân để thư giãn một chút. Anh ta chọn hai số nguyên dương a và b , rồi tính ước số chung lớn nhất của các số nguyên “ a giai thừa” và “ b giai thừa”, tức là An muốn tìm $UCLN(a!, b!)$.

Ta biết rằng giai thừa của số nguyên dương n , kí hiệu là $n!$, là tích của tất cả các số nguyên dương nhỏ hơn hoặc bằng n . Như vậy $n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$. Ví dụ: $1! = 1$, $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

Nhắc lại rằng ước số chung lớn nhất của hai số nguyên dương x và y , kí hiệu là $UCLN(x, y)$, là số nguyên dương q lớn nhất sao cho q là ước của cả x và y .

Bạn có thể giải quyết được nhiệm vụ của An không?

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản `gcd.inp` gồm một dòng chứa hai số nguyên a và b ($1 \leq a, b \leq 10^9$; $\min(a, b) \leq 20$, ở đó $\min(a, b)$ là số nhỏ nhất trong hai số a, b).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản `gcd.out` gồm một dòng chứa một số nguyên là ước số chung lớn nhất của các số nguyên $a!$ và $b!$.

Ví dụ:

<code>gcd.inp</code>	<code>gcd.out</code>
4 3	6
17 15	1307674368000
16 763121621	20922789888000

Trong ví dụ đầu tiên, $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ và $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$, vì vậy ước chung lớn nhất của các số nguyên 24 và 6 bằng 6.

Ràng buộc:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm của bài thỏa mãn: $1 \leq a, b \leq 12$;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $1 \leq a, b \leq 20$;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

Bài 4. Tết ở trường (tệp chương trình: `new.pas` nếu ngôn ngữ lập trình là Pascal, `new.cpp` nếu ngôn ngữ lập trình là C++, `new.py` nếu ngôn ngữ lập trình là Python)

Nhà trường đã chuẩn bị sẵn sàng cho năm mới và cô giáo quyết định tổ chức cho các học sinh làm các đồ trang trí và gửi chúng đến ông già Noel để trang trí cho các chú tuần lộc.

Các học sinh thích thú với ý tưởng và làm ra a ngôi sao và b bông tuyết từ giấy. Bây giờ họ đang có kế hoạch gửi cho ông già Noel. Các học sinh thích những đồ trang trí của mình đến nỗi họ muốn giữ lại một vài đồ trang trí, nếu có thể. Do đó, các học sinh có thể gửi x ngôi sao và y bông tuyết cho ông già Noel, trong đó $0 \leq x \leq a$ và $0 \leq y \leq b$. Để tránh ông già Noel buồn, các học sinh phải gửi cho ông ít nhất một đồ trang trí, tức là điều kiện $x + y > 0$ phải được thỏa mãn.

Để tất cả các con tuần lộc trông đẹp mắt, mỗi con phải có số lượng đồ trang trí như nhau. Được biết, ông già Noel có n con tuần lộc nên nếu gửi x ngôi sao và y bông tuyết thì $x + y$ cần phải chia hết cho n .

Cô giáo bắt đầu quan tâm: có bao nhiêu cách khác nhau để soạn một bưu kiện cho ông già Noel. Hai cách được coi là khác nhau nếu chúng khác nhau về số lượng ngôi sao hoặc số lượng bông tuyết.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản `new.inp` gồm một dòng chứa ba số nguyên n , a và b tương ứng là số tuần lộc mà ông già Noel có, số ngôi sao và số bông tuyết mà học sinh làm được ($4 \leq n \leq 10^9$; $0 \leq a, b \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản `new.out` trên một dòng chứa một số nguyên là số cách làm một gói bưu kiện cho ông già Noel.

Ví dụ:

<code>new.inp</code>	<code>new.out</code>
4 2 2	1
4 4 4	6
6 5 5	5
8 13 17	30

Trong ví dụ đầu tiên, ông già Noel có 4 con tuần lộc, các học sinh làm được 2 ngôi sao và 2 bông tuyết. Chỉ có một bưu kiện phù hợp ở đây là bạn cần gửi tất cả các đồ trang trí đã làm được.

Ở ví dụ thứ hai, ông già Noel cũng có 4 con tuần lộc, nhưng các học sinh đã làm được 4 ngôi sao và 4 bông tuyết. Có 6 bưu kiện phù hợp là: 0 ngôi sao và 4 bông tuyết, 1 ngôi sao và 3 bông tuyết, 2 ngôi sao và 2 bông tuyết, 3 ngôi sao và 1 bông tuyết, 4 ngôi sao và 0 bông tuyết, 4 ngôi sao và 4 bông tuyết.

Ràng buộc:

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn: $a, b \leq 10^3$;
- 10% số test khác ứng với 10% số điểm của bài thỏa mãn: $a = 0$;
- 10% số test khác ứng với 10% số điểm của bài thỏa mãn: $a, b < n \leq 10^6$;
- 10% số test khác ứng với 10% số điểm của bài thỏa mãn: $a, b \leq 10^6$;
- 15% số test khác ứng với 15% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 10^3$;
- 15% số test khác ứng với 15% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 10^6$;
- 15% số test còn lại ứng với 15% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

.....Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1:..... Chữ kí của giám thị 2:.....