

1 5. İŞ VE ENERJİ

- 5.1 İş
- 5.2 Güç
- 5.3 Kinetik Enerji
- 5.4 Potansiyel Enerji
- 5.5 Enerji Korunum Yasası



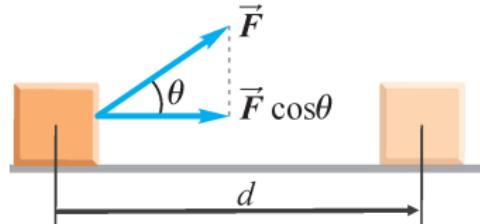
Daha iyi sonuç almak için, Adobe Reader programını **Tam Ekran** modunda çalıştırınız.
Sayfa çevirmek/Aşağısını görmek için, farenin sol/sağ tuşlarını veya PageUp/PageDown tuşlarını kullanınız.

5.1 İŞ

Sabit Kuvvetin Yaptığı İş

Bir F kuvvetinin d kadar yerdeğiştirmeye sırasında cisim üzerinde yaptığı iş

$$W = Fd \cos \theta$$

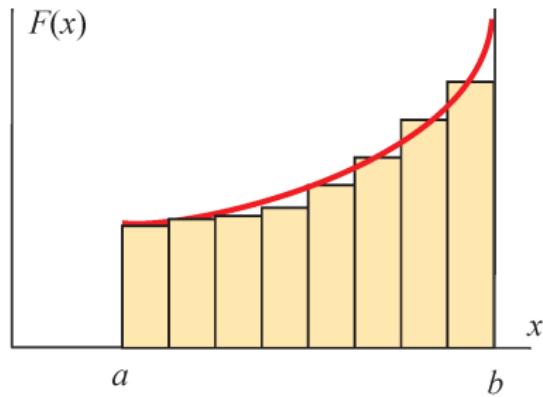
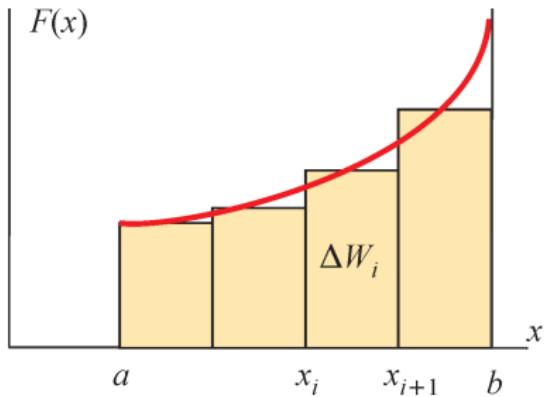


- Birimi: newton \times metre = Joule (J) ▾
- Kuvvet var ama cisim yerdeğiştirmiyorsa ($d = 0$), yapılan iş sıfırdır. ▾
- Kuvvet yerdeğiştirmeye dik ise ($\cos 90^\circ = 0$), yaptığı iş sıfırdır. ▾
- Kuvvet gidilen yönle geniş açı yapıyorsa, yani kuvvetin izdüşümü ters yönde ise, yapılan iş negatif olur. ▾

● **İşin Skaler Çarpım olarak ifadesi:** $W = Fd \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{d}$

Değişken Kuvvetin Yaptığı İş ▾

x -ekseni boyunca a dan b ye giden bir cisim, yol boyunca değişen bir $F(x)$ kuvveti etkiyor olsun. ▾



$[a, b]$ yolu, N sayıda küçük Δx aralıklarına bölünür. ▾

Bu aralıkların birinde yapılan küçük iş (şekildeki dikdörtgenin alanı):

$$\Delta W_i \approx F(x_i) \Delta x \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

Toplam iş, bu küçük ΔW lerin toplamı olur:

$$W \approx \sum_{i=1}^N \Delta W_i \approx \sum_{i=1}^N F(x_i) \Delta x$$

$\Delta x \rightarrow 0$ limitine gidildiğinde, bu toplam $F(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki **belirli integrali** olur:

$$W = \int_a^b F(x) dx \quad (\text{Değişken kuvvetin yaptığı iş})$$

Kısa İntegral Bilgisi: ▾

Belirsiz integral: $\Phi(x) = \int F(x) dx$ veya $\frac{d\Phi}{dx} = F(x)$ ▾

Bazı fonksiyonların belirsiz integralleri (c bir sabit).

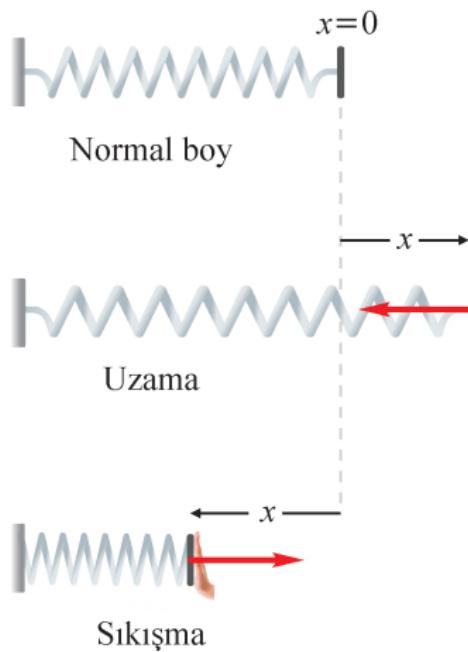
fonksiyon (F)	$\Phi(x)$	fonksiyon (F)	$\Phi(x)$
1	$x + c$	$\cos x$	$\sin x + c$
x	$\frac{1}{2}x^2 + c$	$\sin x$	$-\cos x + c$
x^2	$\frac{1}{3}x^3 + c$	e^x	$e^x + c$
$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$\frac{2}{3}x^{3/2} + c$	$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\ln x$	$x \ln x - x + c$ ▾

Belirli integral hesabı:

$$\int_a^b F(x) dx = \Phi(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = \Phi(b) - \Phi(a)$$

Yay Kuvvetinin Yaptığı İş ▾

Normal uzunluğu L_0 olan bir yayı L boyuna kadar uzatalım (veya, sıkıştıralım). ▾



Yay daima bir F kuvvetiyle karşı koyar.

Yayın uzama miktarı: $x = L - L_0$

(Uzama için $x > 0$, sıkışma için $x < 0$.) ▾

Hooke yasası: Bir yayda oluşan kuvvet, uzamaya orantılı ve karşı koyacak yönde oluşur.

$$F = -kx$$

(Eksi işaretti kuvvetin uzamaya ters yönde olduğunu belirtir.)

k : Yay sabiti

Yay kuvvetinin $x = 0$ dan $x = d$ ye kadar yaptığı iş:

$$W_{\text{yay}} = \int_0^d F(x) dx = \int_0^d (-kx) dx = -k \int_0^d x dx = -k \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^d$$
$$W_{\text{yay}} = -\frac{1}{2} k d^2 \quad \blacktriangleright$$

Yay kuvveti uzamaya ters yönde olduğu için, yaptığı iş negatif olur.

Bizim yayı uzatabilmek için buna karşı pozitif bir iş yapmamız gereklidir.

5.2 GÜÇ

Birim zamanda yapılan iş. ▼

Δt zaman aralığında ΔW kadar iş yapılyorsa, **ortalama güç**,

$$P_{\text{ort}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (\text{ortalama güç})$$

Ve herhangi bir t anındaki **ani güç**,

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (\text{ani güç})$$

Ani güç işin türevidir. ▼

- Birimi : SI sisteminde joule/saniye = watt (kısaca W).
- Sanayide kullanılan birimler:

$$\text{kilowatt (kW)} = 1000 \text{ W}$$

$$\text{Beygir gücü (HP)} : 1 \text{ HP} = 746 \text{ watt} = 0.746 \text{ kW}$$

5.3 KİNETİK ENERJİ

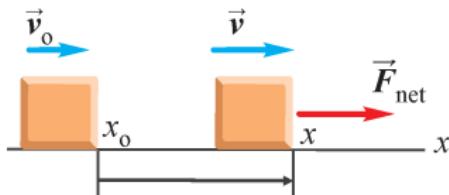
Tanım: m hızıyla giden m kütleli cismin kinetik enerjisi:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

- Daima pozitif. Duran cismin kinetik enerjisi sıfır.
- Birimi:

$$\text{kg} \times (\text{m/s})^2 = \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \text{newton} \times \text{m} = \text{joule} \quad \rightarrow \quad \text{İş birimi!}$$

İş-Enerji Teoremi: Kinetik enerji ile iş arasında ilişki.



m küteli cisim başlangıçta x_0 konumlu yerde v_0 hızına sahipken, sabit F_{net} kuvvetinin etkisiyle x konumuna vardığında hızı v olsun. ▼

Sabit kuvvetin yaptığı net işi yazalım:

$$W_{\text{net}} = F_{\text{net}} d = F_{\text{net}} (x - x_0)$$
 ▼

Kuvveti ikinci yasadan ($F_{\text{net}} = ma$) ve hızları zamansız hız formülünden [$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$] olarak alırız:

$$W_{\text{net}} = ma(x - x_0) = \frac{1}{2}m \underbrace{a(x - x_0)}_{(v^2 - v_0^2)/2}$$

$$W_{\text{net}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = K - K_0 \quad (\text{İş-Enerji teoremi})$$

İş-Enerji teoremi: Bir cisme etkiyen net kuvvetin yaptığı iş, cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir. ▾

Bu sonuç 3-boyutlu hareket ve değişken kuvvet için de geçerlidir:

$$W_{\text{net}} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1$$

$d\vec{r}$: bileşenleri (dx, dy, dz) olan küçük yerdeğiştirme vektörü. ▾

- İş-Enerji Teoremi 2. Newton yasasının değişik bir ifadesidir.
- Skaler bir ifade olduğu için çok kullanışlı. Bazı problemler bu teoremle çok kestirme yoldan çözülebilirler.

5.4 POTANSİYEL ENERJİ

Korunumlu kuvvet kavramı ▾

Havaya atılan bir cismin kinetik enerjisi azalır ve üst noktada sıfır olur.

Fakat, daha sonra düşerken kinetik enerjisini geri kazanır. ▾

Burada etkiyen **yerçekimi kuvveti korunumludur.** ▾

Sürtünmeli bir masada yavaşlayıp duran cismin kinetik enerjisi geri gelmez (ısıya dönüşür). ▾

Burada etkiyen **sürtünme kuvveti korunumsuzdur.** ▾

- Potansiyel enerji, yapılan işi depolayabilen ve geri verebilen enerji türüdür.
- Sadece korunumlu kuvvetler (yerçekimi, yay kuvveti ...) için potansiyel enerji tanımlanabilir.

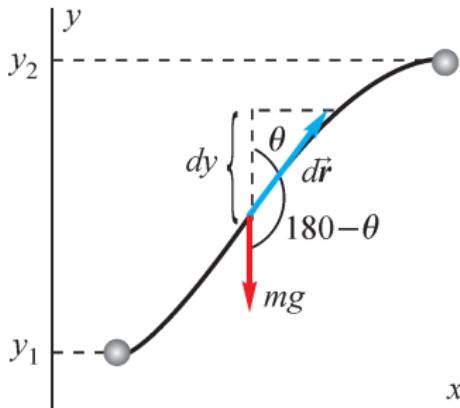
Potansiyel Enerjinin Genel Tanımı ▾

Korunumlu kuvvete karşı yapılan iş gidilen yoldan bağımsız olup, potansiyel enerjideki artışa eşittir.

$$-\int_1^2 \vec{F}_{\text{kor}} \cdot d\vec{r} = U_2 - U_1 \quad (\text{potansiyel enerji tanımı})$$

- Korunumlu kuvvet \vec{F}_{kor} ise, buna karşı iş yapan kuvvet $-\vec{F}_{\text{kor}}$ dir.
- Potansiyel enerjideki artışın negatif iş olarak tanımlanması akla uygundur. Çünkü, negatif iş kinetik enerjiyi azaltır, dolayısıyla potansiyel enerjiyi artırır.
- Şimdi bu tanımla, önemli potansiyel enerji türlerini çıkartacağız.

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi



m kütleli bir cisim Dünya üzerinde (x_1, y_1) konumlu bir noktadan (x_2, y_2) konumlu bir noktaya eğrisel bir yol üzerinden gidiyor. ▾

Yerçekimi kuvvetine karşı $(-m\vec{g})$ yapılan iş skaler çarpım olarak yazılır:

$$-W = \int_A^B (-m\vec{g}) \cdot d\vec{r} = \int_A^B (-mg) dr \cos(180^\circ - \theta)$$

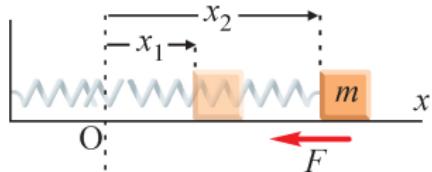
Şekilde: $dr \cos(180^\circ - \theta) = -dr \cos \theta = -dy$

$$-W = \int_A^B mg dy = mg(y_2 - y_1) = U_2 - U_1$$

$$U(y) = mgy + C \quad (\text{yerçekimi potansiyel enerjisi})$$

(C sabitinin seçimi keyfidir. $y = 0$ da $C = 0$ seçilirse $U = mgy$ olur.)

Esneklik Potansiyel Enerjisi ▾



Bir x_1 değerinden x_2 son değerine kadar olan uzama sırasında $F = -kx$ yay kuvvetine karşı yapılan iş,

$$-W = \int_{x_1}^{x_2} (-F) dx = \int_{x_1}^{x_2} (+kx) dx = k \int_{x_1}^{x_2} x dx = \underbrace{\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2}_{U_2 - U_1}$$

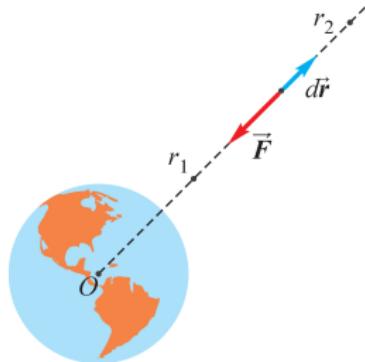
$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

Potansiyelin sıfır olduğu yer keyfi olarak seçilebilir.

Yayın normal uzunluğunda ($x = 0$) da $U = 0$ seçilirse $C = 0$ olur:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{esneklik potansiyel enerjisi})$$

Kütleçekim Potansiyel Enerjisi



Dünya (M_D) ve merkezden r uzaklıkta bir m kütlesi için kütleçekim yasası:

$$F = G \frac{m M_D}{r^2}$$

Kütle çekim kuvvetine karşı yapılan iş:

$$-W = - \int_{r_1}^{r_2} F dr \cos 180^\circ = GmM_D \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \underbrace{-GmM_D \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)}_{U_2 - U_1}$$
$$U(r) = -\frac{GmM_D}{r} + C$$

$r \rightarrow \infty$ için $U = 0$ seçilirse $C = 0$ olur:

$$U(r) = -\frac{GmM_D}{r} \quad (\text{kütleçekim potansiyel enerjisi})$$

5.5 ENERJİ KORUNUMU YASASI

İş-Enerji teoremini hatırlayalım:

$$\int_1^2 \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1 \quad \blacktriangleright$$

Kuvvetleri korunumlu ve korunumsuz olarak ayıralım: $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_{\text{kor}} + \vec{F}_{\text{korsz}}$

$$\int_1^2 (\vec{F}_{\text{kor}} + \vec{F}_{\text{korsz}}) \cdot d\vec{r} = K_2 - K_1 \quad \blacktriangleright$$

Korunumlu kuvvetlere karşı yapılan işi potansiyel enerji olarak yazalım:

$$\underbrace{\int_1^2 \vec{F}_{\text{kor}} \cdot d\vec{r}}_{-(U_2 - U_1)} + \underbrace{\int_1^2 \vec{F}_{\text{korsz}} \cdot d\vec{r}}_{W_{\text{korsz}}} = K_2 - K_1$$

$$(K_1 + U_1) + W_{\text{korsz}} = K_2 + U_2 \quad (\text{Enerji Korunum Yasası})$$

Bir cismin başlangıçtaki (kinetik+potansiyel) enerjileri toplamı, bir kısmı korunumsuz kuvvetlerin (sürtünmenin) yapacağı işe harcandıktan sonra, geriye kalanı sondaki (kinetik+potansiyel) enerjileri toplamına eşittir. ▼

Özel Hal: Korunumsuz kuvvetlerin yaptığı iş $W_{\text{korsz}} = 0$ ise,

$$W_{\text{korsz}} = 0 \implies K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (\text{Sürtünmesiz Enerji Korunumu})$$

▼

Toplam Mekanik Enerji: $E = K + U$

* * * 5. Bölümün Sonu * * *