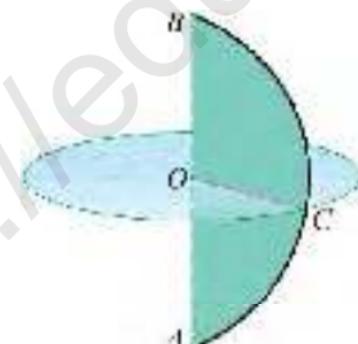


ALGEBRA

*Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan Davlat unuonta'lim muktabalarining
7-sinfi uchun darslik*

Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2- nashri

*O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligi
nashrga tavsiya etgan*



„O'QITUVCHI“ NASHRIYOT-MATBAA JIODIY UYI
TOSHKENT – 2019

Mualliflar:

M. A. Mirzaahmedov, G. Nasritdinov, Sh. N. Ismailov, M. M. Shoniyozova,
F. R. Usmonov, F. S. Rahimova, Sh. R. Aripova

Taqrlizchilar:

- A. Akmalov** – Nizomiy nomidagi TDPU matematika va uni o‘qitish kafedrasi mudiri, pedagogika fanlari nomzodi;
- J. Saparboyev** – Nizomiy nomidagi TDPU matematika va uni o‘qitish kafedrasi katta o‘qituvchisi;
- M. Sanayeva,**
Y. Jumaniyazova – Toshkent shahri, Sergeli tumani dagi 300-maktabning matematika fani o‘qituvchilari.
- L. Soibova** – Toshkent shahri, Yashnobod tumanidagi 307-maktabning oliv toifali matematika fani o‘qituvchisi.

Darslikdagi shartli belgilari:

- – masalani yechish boshlandi;
- – masalani yechish tugadi;
-  – faollashtiruvchi savol va topshiriqlar;
-  – bilish muhim va yodda saqlash foydali bo‘lgan matn;
- 16, 20...** – murakkabroq masalalar;
-  – chuqurlashtirishga oid mavzular.

Respublika maqsadli kitob jamg‘armasi mablag‘lari hisobidan chop etildi.

5 – 6- SINFLARDA O'TILGAN MAVZULARNI TAKRORLASH

1. Amallarni bajaring:

$$1) 7\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} - 4\frac{4}{5} \cdot \left(13\frac{1}{8} - 2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2}\right);$$

$$3) 1\frac{13}{22} \cdot 8\frac{4}{5} + 3\frac{2}{3} : \left(9\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{2}\right);$$

$$2) \left(3\frac{8}{27} + 4\frac{19}{27}\right) : 6\frac{2}{5} + 14\frac{6}{7} : 4\frac{4}{7} \cdot 3\frac{1}{5};$$

$$4) 6\frac{3}{8} : 2\frac{1}{8} \cdot 5\frac{2}{3} - \left(8\frac{10}{19} + 5\frac{9}{19}\right) : \left(8\frac{1}{9} - 3\frac{2}{3}\right).$$

2. Amallarni bajaring:

$$1) \frac{40,54(3,38+10,62)}{22,38(424,6-422,1)} \cdot \frac{(47,45+65,85)0,4}{62,5 \cdot 22,75 \cdot 2,5};$$

$$2) \frac{12,12 \cdot 15,58(6,38-4,48)}{292,4 \cdot 2,3 \cdot 6,61 \cdot 60 \cdot 1,5} - 313,4.$$

3. Tenglamani yeching:

$$1) 6\frac{1}{8} \cdot \left(2x - \frac{7}{15}\right) = 3\frac{4}{15};$$

$$2) 3\frac{2}{3} \cdot \left(3x - \frac{1}{3}\right) = 8\frac{4}{5};$$

$$3) 5\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{7}x - \frac{4}{21}\right) - 6\frac{2}{3};$$

$$4) 7\frac{1}{3} - 4\frac{7}{10} \cdot 5 = 2\frac{2}{5}x - 11\frac{1}{6}.$$

4. Karim velosipedda soatiga $8\frac{2}{3}$ km tezlik bilan $3\frac{3}{4}$ soat yurdi. Shu masofani $3\frac{1}{4}$ soatda bosib o'tishi uchun u tezlikni qanchaga orttirishi kerak?
5. To'g'ri to'rtburchakning bo'yи 9,5 cm. U enidan 1,9 marta uzun. To'g'ri to'rtburchakning perimetri va yuzini toping.
6. To'g'ri to'rtburchakning perimetri 20,4 cm. Bir tomoni ikkinchi tomonining 0,2 qismini tashkil qiladi. To'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.
7. A qishloqdan B qishloqqa qarab 5,4 km/h tezlik bilan birinchi piyoda, B qishloqdan A qishloqqa qarab 6,1 km/h tezlik bilan ikkinchi piyoda yo'lga chiqdi. Ular A qishloqdan 16,2 km masofada uchrashdilar. Agar qishloqlar orasidagi masofa 28,4 km bo'ssa, birinchi piyoda necha soat avval yo'lga chiqqan?
8. Damin yo'lning $\frac{3}{8}$ qismini o'tdi. Yana 8 km yurib, yo'lning yarmiga yetdi. Damin jami necha kilometr yo'l yurishi kerak?

9. Toshkent va Samarqand shaharlari orasidagi masofa temiryo'l orqali 380 km. „Sharq“ poyezdi bu masofani 3,5 soatda, „Afrosiyob“ poyezdi esa 2 soat-u 10 minutda bosib o'tadi. Toshkentdan soat 8 da „Afrosiyob“, 8.30 da „Sharq“ poyezdlari yo'lga chiqsa, soat nechada ular orasidagi masofa 100 km bo'ladi?
10. 1) Mahsulotning narxi 15% ga pasaydi. Ma'lum bir vaqt o'tgach, mahsulotga ehtiyoj ortgani sababli pasaygan narx 20% ga oshdi. Dastlabki narxi a so'mdan bo'lgan mahsulot hozir necha so'mdan sotilyapti?
2) Mahsulotning narxi 25% ga ortdi. Ma'lum bir vaqt o'tgach, mahsulotga ehtiyoj kamaygani sababli narx 10% ga kamaydi. Dastlabki narx qanday o'zgargan?
11. 7-sinf o'quvchilarining hammasi sport to'garaklariga qatnashadilar. Ayrimlari futbol, ayimlari tennis, ayimlari esa ham futbol, ham tennisga qatnashadilar. 65% o'quvchi futbol, 72% o'quvchi tennis bilan shug'ullansa, o'quvchilarning necha foizi ham futbol, ham tennisga qatnashadi?
12. a son b sonning 25% ini, b son esa c sonning 25% ini tashkil qiladi. $\frac{a}{c}$ nisbatni aniqlang.
13. To'g'ri to'rtburchak asosining uzunligi 15% ga orttirildi. Balandligi esa 20% ga kamaytirildi. Uning yuzi qanday o'zgaradi?
14. Amallarni bajaring:
1) $(-680):((-13)\cdot(-3)+25\cdot(-5)) - (-54):(-18)$;
2) $(-85)\cdot 6 - 216:(-12) + (-310):5$;
3) $-60,375:(-3,75) - 80,934:(-4,2) - (-6,5):(-2,6)$.
15. Tenglamani yeching:
1) $-3 \cdot (2x+3,2) = 4 - 2 \cdot (4x-1,9)$;
2) $-2,5x+10,136 = 3,2 - 4,1 \cdot (-7,2+5,2x)$.
16. 1) 7 ta sonning o'rta arifmetigi 21,7 ga teng. Bu sonlarga yana bitta son qo'shib, o'rta arifmetik hisoblangan edi, u 23 ga teng chiqdi. Qo'shilgan sonni toping.
2) Bir necha sonning o'rta arifmetigi 45,3 ga teng. Bu sonlarga yana bitta 24,1 soni qo'shilganidan so'ng o'rta arifmetik qiymat 40 ga teng bo'ldi. Dastlab sonlar nechta bo'lgan?

17. Otaning yoshi 85 da. Farzandlarining o'rtacha yoshi 60 da. Farzandlari yoshiga otaning yoshi qo'shilsa, o'rtacha yosh 65 ga teng chiqdi. Otaning nechta farzandi bor?
18. Shahar va qishloq orasidagi masofa 32 km. Velosipedchi shahardan qishloqqa borishda 12,5 km/h, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Velosipedchining o'rtacha tezligini toping.
19. Proporsiyani yeching (x ni toping):
- $$1) 4\frac{1}{7} : 2,5 = 3\frac{5}{8} : x; \quad 2) \frac{5\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} - \frac{3x+2}{2x-5}; \quad 3) (\frac{3}{5} + 2x) : 1,5 = (1\frac{2}{5} - \frac{x}{3}) : 5.$$
20. a) 540 sonini shunday 4 ta qismga ajratingki, bunda to'rtinchi son: birinchi sondan $1\frac{5}{6}$ marta, ikkinchi sondan $4\frac{1}{3}$ marta, uchinchi sondan $1\frac{1}{2}$ marta kichik bo'lsin.
- b) 900 sonini $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}$ sonlariga: 1) to'g'ri proporsional;
2) teskari proporsional qilib qismlarga ajrating.
21. Birinchi idishda 30 litr, ikkinchi idishda 40 litr sut bor. Ikkinci idishdan birinchi idishga qaraganda 2 marta ko'p sut olin-gach, birinchisida ikkinchi siga qaraganda 5 litr ko'p sut qoldi. Har bir idishdan necha litrdan sut olingan?
22. Sayyoh 5 km/h tezlik bilan 3 soat-u 12 minut yo'l bosdi. Keyin tezligini 1,5 km/h ga kamaytirib, 2 soat-u 40 minut yo'l yurdi. Sayyoh jami necha kilometr yo'l bosgan?
23. A va B shaharlardan bir vaqtida bir-biriga qarab „Lasetti“ va „Spark“ mashinalari yo'nga chiqdi. „Lasetti“ ning tezligi soatiga 84 km, „Spark“ ning tezligi bu tezlikning oltidan besh qismiga teng. Agar ular uch soatdan keyin uchrashgan bo'lsa, shaharlar orasidagi masofani toping.

I BOB. ALGEBRAIK IFODALAR

Siz 5-va 6-sinflarda butun sonlar va kasr sonlar ustida amallar bajarishni, tenglamalar yechishni o'rgandingiz. Geometrik shakllar, koordinata to'g'ri chizig'i bilan tanishdingiz. Bularning hammasi bitta fan – „Matematika“ fanining kichik bir qismini tashkil qiladi, xolos. Aslida esa matematika alohida-alohida mustaqil fanlarga bo'linadi: algebra, geometriya, matematik analiz, ehtimolliklar nazariyasi, matematik mantiq va hokazo. Har bir fanning o'z o'rganish obyekti, hayotga tatbiqlari bor.

Aziz o'quvchi! Sizlar bilan *yangi o'quv fani* – „Algebra“ fanini o'rganishni boshlaymiz. Bu fan juda qiziqarli va keng tatbiqlarga ega. Biz o'rganadigan „Algebra“ har xil amallarni, hisoblashlarni bajarish imkoniyatini beribgina qolmay, ularni iloji boricha tezroq bajarishni o'rgatadi.

„Algebra“ so'zi buyuk o'zbek matematigi va astronomi, vatando-shimiz Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiyning „Kitob muxtasar min hisob al-jabr val-muqobala“ (qisqa: Al-jabr val-muqobala) asaridagi „aljabr“ so'zidan olingan. Bu asari bilan al-Xorazmiy algebra faniga asos solgan, uni izchil bayon qilgan. Algebra fanining asosiy masalasi algebraik ifodalar ustidagi matematik amallarni o'rganishdir. „Algebra“ olamiga marhamat!

1- §. Sonli ifodalar

„Sonli ifodalar“, „ifodaning son qiymati“ tushunchalari bilan 5-6-sinflardan tanishsiz. Eng sodda sonli ifodalarga ikkita son va bitta amaldan tuzilgan ifodalar misol bo'la oladi.

$$3,5+7,2; \quad (1) \quad | \quad 8,5-\frac{1}{4}; \quad (2) \quad | \quad (-6,2)\cdot\frac{1}{5}; \quad (3) \quad | \quad -4,2:(-3); \quad (4).$$

Bu yerda 3,5 va 7,2 lar (1) ifodaning hadlari; 8,5 va $(-\frac{1}{4})$ lar esa (2) ifodaning hadlari ekanligini eslatib o'tamiz. (1) ifodaning qiymati 10,7; (2) ifodaning qiymati 8,25; (3) ifodaning qiymati (-1,24); (4) ifodaning qiymati 1,4 ekan ravshan.

Bir necha son va ikki yoki undan ortiq amallardan hamda qavslardan tuzilgan ifoda murakkabroq sonli ifodaga misol bo'la oladi:

$$3,2 : 0,2 + \frac{1}{6}; \quad 8,7 \cdot 1,7 + 1,3 \cdot 1,7; \quad 4,8 : (1,2 + 0,4).$$

Bo'lish amali o'rniغا kasr chizig'i ishlatalishini bilasiz. Masalan, $3,2 : 0,2 + \frac{1}{6}$ ifodani $\frac{3,2}{0,2} + \frac{1}{6}$; $4,8 : (1,2 + 0,4)$ ifodani $\frac{4,8}{1,2 + 0,4}$ kabi yozish mumkin. Bu ifodalarning qiymati, mos ravishda, $16\frac{1}{6}$ va 3 dan iborat. $\frac{9 - 2,1}{75 : 3 - 5^2}$ ifoda esa ma'noga ega emas, chunki maxrajdagi ifodaning qiymati 0 ga teng. 0 ga bo'lish esa mumkin emas!

Sonli ifodaning qiymatini to'g'ri aniqlashda amallar tartibi katta ahamiyatga ega. Qo'shish va ayirish 1-bosqich amallari, ko'paytirish va bo'lish 2-bosqich amallari, darajaga ko'tarish esa 3-bosqich amallari ekanligini eslatib o'tamiz. Bularni e'tiborga olgan holda quyidagi savollarga javob berishga harakat qiling.

- 1) Agar ifodada qavs bo'lmasa, ifodaning qiymati qanday topiladi?
- 2) Agar ifodada qavslar bo'lsa, uning qiymati qanday topiladi?
- 3) Agar ifoda kasr ko'rinishida bo'lsa, ifodaning qiymati qanday topiladi?
- 4) Agar ifodada qavslar ichida boshqa qavslar bo'lsa, uning qiymati qanday topiladi?

Javobingizni sonli ifoda qiymatini topishning quyidagi qoidalari bilan taqqoslang:

1. Agar ifodada qavslar bo'lmasa, u holda avval uchinchi bosqich amallar, keyin ikkinchi bosqich amallar va nihoyat birinchi bosqich amallar bajariladi. Shu bilan birga, bir bosqich amallar ular qanday tartibda yozilgan bo'lsa, xuddi shu tartibda bajariladi.
2. Agar ifodada qavslar bo'lsa, u holda avval qavslar ichidagi sonlar ustida amallar, so'ngra esa qolgan barcha amallar bajariladi, bunda qavs ichidagi va undan tashqaridagi barcha amallar birinchi bandda ko'rsatilgan tartibda bajariladi.
3. Agar kasrning qiymati hisoblanadigan bo'lsa, u holda kasrning suratidagi va maxrajidagi amallar bajariladi, so'ngra birinchi natija ikkinchisiga bo'linadi.
4. Agar ifodada qavslar ichida boshqa qavslar bo'lsa, u holda avval eng ichkaridagi qavslar ichidagi amallar bajariladi.

1- misol. Amallarni bajaring: $20\frac{1}{4}:4,5 + \left(8\frac{1}{3} \cdot 4,2 - 7,56 : 3,6\right)$

□ 1) $8\frac{1}{3} \cdot 4,2 = \frac{25}{3} \cdot 4\frac{1}{5} = \frac{25}{3} \cdot \frac{21}{5} = 35$; 2) $7,56 : 3,6 = 2,1$; 3) $35 - 2,1 = 32,9$;

4) $20\frac{1}{4} : 4,5 = \frac{81}{4} : \frac{9}{2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{1} = 4,5$; 5) $32,9 + 4,5 = 37,4$. ■

2- misol. Amallarni bajaring: $\frac{2,14 - 0,4 \cdot 2,2}{3,45 - 3\frac{3}{20}}$.

□ 1) $\frac{2,2}{0,4}$; 2) $\frac{-2,14}{0,88}$;

3) $3,45 - 3\frac{3}{20} = 3,45 - 3,15 = 0,3$; 4) $1,26 : 0,3 = 12,6 : 3 = 4,2$.

Javob: 4,2. ■

Sonli ifoda bitta sondan iborat bo'lishi ham mumkin, u holda uning qiymati shu sonning o'zi bo'ladı.

Ko'p masalalarni yechishda sonli ifodalarning qiymatlarini taqoslashga to'g'ri keladi. Taqqoslash natijasi to'g'ri tenglik yoki tengsizlik ko'rinishida yoziladi. Masalan, $\frac{75+2}{7} = 11$ – to'g'ri tenglik, $\frac{5+1}{6} < 1\frac{1}{6}$ – to'g'ri tengsizlik.

Agar ikkita sonli ifoda „–“ belgisi bilan birlashtirilgan bo'lsa, hosil bo'lgan yozuv sonli tenglik deyiladi. Agar tenglikning chap va o'ng qismlarining qiymatlari bir xil bo'lsa, bu tenglik to'g'ri tenglik deyiladi. Masalan, $\frac{75+2}{7} = 8+3$ – to'g'ri tenglik, chunki uning ikkala qismining ham qiymati 11 ga teng.

1. Savollarga javob bering va topshiriqni bajaring:

- 1) Sonli ifoda deb nimaga aytildi?
2) Sonli ifodaning qiymati deganda nimani tushunasiz?
3) Sonli ifodaning qiymatini hisoblashdagi amallar tartibini aytiting.
4) Sonli tenglik deb nimaga aytildi?
5) To'g'ri tenglik deb qanday tenglikka aytildi?

2. Amallarni bajaring:

$$1) \frac{(8-7,35):0,65-29,6}{(10,83611,2:0,25-2\frac{1}{4})} : \frac{13}{24};$$

$$2) \left(\left(\frac{7}{8}-\frac{47}{64} \right) : 1,5 + \left(\frac{8}{9}-\frac{17}{27} \right) \cdot (0,475-0,205) \right) \cdot 1,6 - \frac{1}{125};$$

$$3) \left(1\frac{11}{24}+\frac{13}{36} \right) \cdot 1,44 - \left(\frac{8}{15} \right)^2 \cdot 0,5625 - \left(10\frac{1}{8}-2\frac{9}{16} \right) \cdot 3\frac{1}{5};$$

$$4) \left(7-8\frac{4}{5} \right) \cdot 2\frac{7}{9}-15:\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{4} \right)^2 + \left(9-3\frac{2}{5} \right)^2 : 3\frac{3}{5}.$$

3. Sonli ifodaning qiymatini toping.

$$1) 32\,678 \cdot 32\,676 - 32\,675 \cdot 32\,679;$$

$$2) 150\,014 \cdot 150\,011 - 150\,012 \cdot 150\,013;$$

$$3) \frac{65,3 \cdot 78,6 - 13,3}{65,3 - 78,6 \cdot 64,3}; \quad 4) \frac{317,5 \cdot 360,6 - 43,1}{635 + 721,2 \cdot 316,5}.$$

4. Qiymati: 1) $15\frac{1}{2}$; 2) $-13\frac{1}{7}$; 3) 8,75; 4) -14,8 ga teng ifoda tuzing.

5. Tenglik to‘g‘rimi:

$$1) \left(-2,46\frac{3}{4} \mid 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8} \right) \cdot 5^2 : \left(-5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7} \right) = 14,32;$$

$$2) (-7,2) : \left(68,1 : 7\frac{1}{2} - 8\frac{17}{20} + 2\frac{1}{50} \right) + 2\frac{7}{11} \cdot \frac{33}{58} - -1,7?$$

6. Quyidagi sonli ifodalarda qavslami shunday qo‘yingki, javoblar to‘g‘ri bo‘lsin:

$$1) 5\,096 + 650 : 13 - 30 \cdot 4 = 5\,026; \quad 2) 5\,096 + 650 : 13 - 30 \cdot 4 = 20\,464.$$

7. Sonli ifoda tuzing va hisoblang:

1) 30% i 120 ga teng bo‘lgan son bilan 120 ning 30% ining: ayirmasi, yig‘indisi, ko‘paytmasi, bo‘linmasi;

2) 15% i 600 ga teng bo‘lgan son bilan 600 sonining 35% ining: yig‘indisi, ayirmasi, ko‘paytmasi, bo‘linmasi;

3) 576 ning $\frac{5}{16}$ qismi bilan 720 ning $\frac{2}{15}$ qismining yig‘indisi;

4) 930 ning $\frac{17}{31}$ qismi bilan 620 ning $\frac{7}{20}$ qismining yig‘indisi;

- 5) 60 167 va 617 sonlari yig'indisi bilan shu sonlar ayirmasining nisbati;
- 6) 2 999 va 2 009 sonlar ayirmasi bilan shu sonlar yig'indisining nisbati;
- 7) 5 ning kvadrati bilan 6 ning kvadrati yig'indisidan shu sonlar ko'paytmasi uchlanganining ayirmasi;
- 8) $\frac{7}{15}$ va $\frac{7}{30}$ sonlar ayirmasi bilan shu sonlar yig'indisining ko'paytmasi.

8. Sonli ifodaning qiymatini hisoblang:

$$1) \frac{777\ldots7}{10\text{ta}} - \frac{999\ldots9}{9\text{ta}}$$

$$2) \frac{1000\ldots01}{12\text{ta}} - \frac{1000\ldots01}{11\text{ta}}$$

2- §. Algebraik ifodalar

Sizlarga quyi sinflardan tanish bo'lgan „harfiy ifodalar“ tushunchasi algebraik ifodalarga misol bo'la oladi. Masalan,

1) $(a + 325) + 2a$; 2) $15a(7a)$; 3) $4x + 2(x - 2)$ ifodalar algebraik ifodalardir.

 Sonlardan va harflardan tuzilib, amallar belgilari va qavslar bilan birlashtirilgan yozuv **algebraik ifoda** deyiladi.

Algebraik ifodada qatrushayotgan harfning biror qiymatida unda ko'rsatilgan amallar hajarilishi natijasida hosil bo'lgan son **algebraik ifodaning son qiymati** deyiladi.

1-masala. $\frac{(8a+9b)\cdot7}{2b-a}$ ifodaning $a=2$; $b=1,5$ bo'lgandagi qiymatini toping.

$$\square \quad \frac{(8\cdot2+9\cdot1,5)\cdot7}{2\cdot1,5-2} - \frac{(16+13,5)\cdot7}{3-2} - \frac{29,5\cdot7}{1} = 206,5. \blacksquare$$

2-masala. To'g'ri to'rtburchakning yuzi S dm^2 , eni a dm ga teng. Shu to'g'ri to'rtburchakning perimetrini topish uchun algebraik ifoda tuzing. Perimetрning $a=50$ dm , $S=300$ dm^2 bo'lgandagi qiymatini toping.

To'g'ri to'rtburchakning bo'yisi $b=\frac{S}{a}$ (dm) ga teng bo'ladi. U holda $P=2\cdot\left(a+\frac{S}{a}\right)$ (dm).

$$P = 2 \cdot \left(50 + \frac{300}{50} \right) = 2 \cdot 56 = 112 \text{ (dm)}.$$

Javob: 112 dm. ■

3-masala. a) $\frac{4a+5}{4(2a-5)}$; b) $\frac{3(a+7)}{8a+2(2a-9)}$ ifodalar a ning qanday qiymatlarida ma'noga ega?

a) $4(2a-5) \neq 0, 2a-5 \neq 0, 2a \neq 5, a \neq 2,5;$

b) $8a+2(2a-9) \neq 0, 8a+4a-18 \neq 0, 12a \neq 18, a \neq \frac{18}{12}, a \neq 1,5.$

Demak, a) ifodada a harf 2,5 dan boshqa barcha son qiymatlari ni qabul qilishi mumkin; b) ifodada esa a harf 1,5 dan boshqa barcha qiymatlarni qabul qila oladi. ■

9. Savollarga javob bering:

- 1) Algebraik ifoda deb qanday ifodaga aytildi?
2) Algebraik ifodaning son qiymati deb nimaga aytildi?
3) 1-masalada harflar qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin?
4) 2-masalada harflar qanday qiymatlarni qabul qilmaydi?

10. Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $5\frac{1}{6} : a - 1\frac{2}{3}b + 15,5$, bunda $a = 5\frac{1}{15}$; $b = -\frac{9}{25}$;

2) $9a^2 - 3\frac{2}{3}b + 16,2$; bunda $a = 1\frac{1}{3}$; $b = -7\frac{1}{3}$;

11. Algebraik ifoda tuzing:

- 1) c va d sonlar kvadratlari yig'indisining shu sonlar kvadratlari ko'paytmasiga nisbati;
2) c va d sonlar kvadratlari ayirmsining shu sonlar ko'paytmasining ikkilanganiga nisbati;
3) m va n sonlar kublari ayirmasi bilan shu sonlar kvadratlari ko'paytmasining ikkilanganini yig'indisi;
4) m va n sonlar kublari yig'indisi bilan shu sonlar kublari ayirmsasining ko'paytmasi.

12. Quyidagi algebraik ifodalarga olib keluvchi matnli masalalar tuzing:

- 1) a^2 ; 2) $2(a+b)$; 3) ah ; 4) $6a^2$;
5) abc ; 6) $2(ab+bc+ac)$; 7) $S:a$; 8) $V:(ab)$.

13. Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $(108a^2 + 225b + 729) : 9 - (12a^2 + 25b)$, bunda: a) $a=1; b=2$;

b) $a=2; b=3$;

2) $\frac{2}{19} \cdot (76 - 19a) + 55 \frac{1}{19} - 2a$, bunda: a) $a = 1$; b) $a = 2$.

1) va 2) hol uchun ifodaning son qiymatiga e'tibor bering. Xu'losa chiqaring.

14. Kilogrammlarda ifodalang:

1) m sentner; 2) m sentner n kilogramm; 3) m kg n gramm;

4) m sentner n kilogramm k gramm; 5) m tonna; 6) m tonna n sentner; 7) a tonna b sentner c kilogramm; 8) d gramm;

9) c tonna d sentner t kilogramm p gramm; 10) a tonna b gramm; 11) c sentner n gramm.

15. Kvadrat metrlarda ifodalang:

1) a cm^2 ; 2) b cm^2 d mm^2 ; 3) a m^2 b cm^2 ;

4) a m^2 b cm^2 c mm^2 ; 5) x km^2 y m^2 ;

6) t km^2 x m^2 y cm^2 ; 7) a ga b m^2 ; 8) n ar p m^2 l dm^2 .

16. Kub metrlarda ifodalang:

1) a dm^3 ; 2) b m^3 a dm^3 ; 3) c cm^3 ; 4) k litr; 5) a km^3 ;

6) a km^3 b m^2 .

17. a) Eni a ga, b bo'yisi b ga teng to'g'ri to'rtburchakning eni k % ga kamaytirildi, bo'yisi esa t % ga uzaytirildi. Hosil bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yuzini hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing.

b) Tomoni a ga teng bo'lgan kvadratining bir tomoni p % ga uzaytirilib, ikkinchi tomoni q % ga kamaytirilib, to'g'ri lo'riburchak hosil qilindi. Bu to'g'ri to'rtburchakning yuzini hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing.

18. Mahsulotning narxi b so'm. Bu narx c % ga ortirildi. Ma'lum vaqt o'tgach yangi narx d % ga kamaytirildi. Mahsulotning oxirgi narxini ifodalovchi algebraik ifoda tuzing.

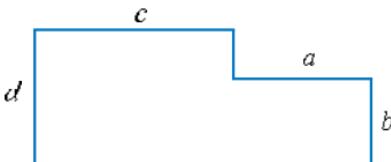
19. Algebraik ifoda shakli da yozing.

1) kichigi m ga teng bo'lgan 4 ta ketma-ket kelgan natural sonning o'rta arifmetigi;

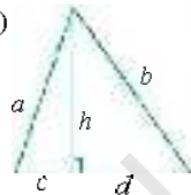
2) kattasi a ga teng bo'lgan uchta ketma-ket kelgan natural sonning ko'paytmasi.

20. Shakllarning perimetri va yuzini hisoblash uchun ifoda tuzing:

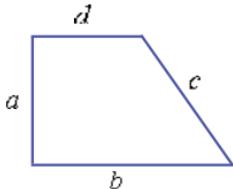
1)



2)



3)



4)



21. Avtomobil avval v km/h tezlik bilan t soat yurdi. So'ng tezligini 15 km ga oshirdi va avvalgiga qaraganda 15 minut ko'proq yurdi. 1) Avtomobil necha kilometr yo'l yurgan? 2) Uning o'rtaча tezligini aniqlang.

22. 1) A va B shaharlari orasidagi masofa s km. Bu shaharlardan bir vaqtida bir xil yo'nalishda ikki avtomobil yo'lga chiqdi. Birinchi avtomobil oldinda, ikkinchisi orqada. Ikkinci avtomobil birinchi avtomobiliga t soatda va birinchi (A) shahardan 40 km uzoqlikda yetib oldi. Ulaming tezligini aniqlang.

2) Bir shahardan ikki avtomobil qarama-qarshi yo'nalishda bir vaqtida yo'lga chiqdi. Avtomobillardan birining tezligi v km/h bo'lib, u ikkinchisidan 15 km/h ortiq. t soatdan so'ng ular orasidagi masofa qancha bo'ladi?

3) Oralaridagi masofa s bo'lgan A va B shaharlardan bir-biriga qarab bir vaqtida ikki avtomobil yo'lga chiqdi. Avtomobillardan birining tezligi v km/h bo'lib, u ikkinchisidan 5 km/h kam. t soatdan keyin ular orasidagi masofa qancha bo'ladi?

23. Xalqaro tennis musobaqalarini ko'rish uchun har biri 1500 so'mdan n ta chiplu va har biri 2000 so'mindan m ta chipta sotildi. Bundan tushgan pulni hisoblash uchun algebraik ifoda tuzing. $n=1\,925$; $m=2\,314$ bo'lganda, uning son qiymati qancha bo'ladi?

24. 1) Bitta umumiy daftar a so'm, bitta rasm daftari c so'm, bitta ruchka b so'm turadi. 19 ta umumiy daftar, 30 ta rasm daftari va 15 ta ruchka qancha turadi?
 2) Bitta umumiy daftar a so'm, bitta rasm daftari c so'm, bitta ruchka b so'm bo'lsa, k ta umumiy daftar, p ta rasm daftari va n ta ruchka qancha turadi?
25. a) Avtomobil t soat v km/h tezlik bilan yurdi. Shu yo'lga 2 soat kam vaqt sarflashi uchun avtomobil qanday tezlik bilan yurishi kerak?
 b) Ikki shahar orasidagi masofani bosib o'tishga avtomobil b soat, avtobus unga qaraganda 2 soat ko'proq vaqt sarflaydi. Agar ular bu shahardan bir-biriga qarab bir vaqtida yo'lga chiqsa, qancha vaqtidan so'ng uchrashadilar?
26. Agar $x+y=3$; $z=-9$ bo'lsa, $\frac{z}{x+y+z}$ ifodaning son qiymatini toping.
27. Quyidagi algebraik ifodalarda a qanday qiymatlarni qabul qiladi:
- a) $\frac{a}{a-2}$; b) $\frac{5}{2a+1}$; d) $\frac{a+7}{3a+12}$; e) $\frac{3-a}{5a-4}$?

3- §. Algebraik tengliklar, formulalar

Ikki algebraik ifoda „-“ belgisi bilan birlashtirilgan bo'lsa, u algebraik tenglik deyiladi.

Amallar bo'y sunadigan qonunlar, turli xossa, munosabatlarning algebraik tenglik ko'rinishida yozilishi formuladir.

Quyidagi algebraik tengliklarni ko'rib o'taylik:

- | | |
|--------------------|--|
| 1) $a+b=b+a$ | 2) $a \cdot b = b \cdot a$ |
| 3) $a(b+c)-ab+ac$ | 4) $a(b-c)-ab-ac$ |
| 5) $a-(b+a)=a-b-c$ | 6) $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ |

Bu algebraik tengliklar nimani ifodalaydi? Ularni izohlang. Siz $P=2(a+b)$; $S=ab$ kabi tengliklarni bilasiz. Bu ikki tengliklar nimani anglatishini eslab ko'ring. Bu yerda tomonlari a va b bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning perimetri va yuzini topish formulalari berilgan.

$(y+7,25) \cdot 7=56,7$ tenglik ham algebraik tenglikka misol bo'la oladi.

Demak, ko‘pgina amaliy masalalarni yechishda sonlar o‘rniga harflar ishlatalish natijasida algebraik tengliklar va formulalar hosil bo‘lar ekan.

a son 3 ga karrali bo‘lsa, uni formula ko‘rinishida $a=3n$ kabi yozish mumkin. b sonni 3 ga bo‘lganda 1 qoldiq qolsa, buni formula ko‘rinishida $b=3n+1$ kabi yozish mumkin.

1-masala. Bog‘ to‘g‘ri to‘rburchak shaklida bo‘lib, uning bo‘yi a km, eni esa undan 1 km kam. Yangi yer o‘zlashtirilgandan keyin bog‘ning yuzi c km^2 ga ortdi. Bog‘ maydonining yuzi endi qancha bo‘ldi?

□ Dastlab bog‘ning yuzi $S=a(a-1)$ bo‘lgan. Yangi yer ochilganidan keyin bog‘ning yuzi $S_1=S+c=a(a-1)+c$ (km^2) ga teng bo‘ldi. ■

2-masala. Ikki qishloq orasidagi masofa s km. Har bir qishloqdan bir-biriga qarab bir vaqtida ikki yo‘lovchi yo‘lga chiqdi. Ular t soatdan keyin birinchi qishloqdan 6 km masofada uchrashdilar. Yo‘lovchilarning tezligini toping. $s=15$ km; $t=3$ soat bo‘lgandagi yaqinlashish tezligini toping.

□ Birinchi yo‘lovchi 6 km yo‘l yurgan, uning tezligi $v_1=\frac{6}{t}$ km/h.

2-yo‘lovchi $(s-6)$ km yo‘l yurgan, uning tezligi $v_2=\frac{s-6}{t}$ km/h. s va t ning berilgan qiymatlarida $v_1=\frac{6}{3}=2$ (km/h), $v_2=\frac{15-6}{3}=\frac{9}{3}=3$ (km/h). ■

28. Savottarga javob bering va topshiriqni bajaring:



- 1) Algebraik tenglik deb qanday tenglikka aytildi?
- 2) Formula nima?
- 3) Qanday algebraik tengliklarni bilasiz?

29. Algebraik tenglik ko‘rinishiда yozing:

- m va n sonlari yig‘indisining yarmi, shu sonlar yarimlarining yig‘indisiga teng;
- a va b sonlar ayirmasining ikkilangani, shu sonlar ikkilanganining ayirmasiga teng.

30. Masala shartiga mos algebraik tengliklar tuzing:

- ikki son yig‘indisi 96 ga teng bo‘lib, ulardan biri a ga teng.

Birinchi sonning 0,6 qismi ikkinchisining $\frac{3}{4}$ qismiga teng;

b) ikki son ayirmasi 35 ga teng. Ulardan kattasi a ga teng. Katta sonning 0,4 qismi kichik sonning $\frac{5}{9}$ qismiga teng.

31. a) $0,4a - \frac{4}{9}b = \left(\frac{2}{5}a - \frac{1}{9}b\right)$ va $0,8a - \frac{5}{9}b = \left(\frac{4}{5}a - \frac{1}{6}b\right)$ algebraik ifodalarni soddalashiring. $a = 2\frac{1}{2}$; $b = -3$ bo'lganda ularning son qiymatini taqqoslang.

b) $0,6y - \frac{5}{7}x = \left(\frac{3}{5}y - \frac{3}{14}x\right)$ va $0,24x - \frac{5}{11}y = \left(\frac{6}{25}x - \frac{21}{22}y\right)$ algebraik ifodalarni soddalashiring. $x = -6$; $y = 2\frac{1}{2}$ bo'lganda ularning son qiymatini taqqoslang.

32. „Captiva“ avtomobili 100 km yo'lda b litr yonilg'i sarf qiladi. Bosib o'tilgan masofa s bo'lsa, sarf qilingan yonilg'inining miqdorini aniqlang.

Jadvalni to'ldiring:

Bosib o'tilgan yo'l, km	50	75	150	300			
Yonilg'i sarfi, I (litr)					8b	9,5b	10,25b

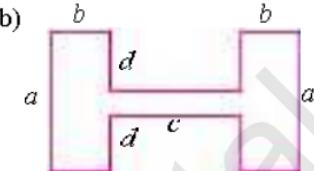
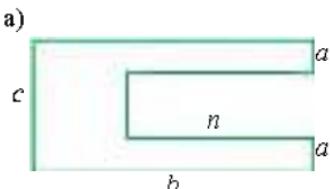
33. Birinchi qopda x kg, ikkinchi qopda undan y kg ko'p guruch bor. Ikkala qopdagagi guruch massasi m ni aniqlash formulasini yozing. Formuladan foydalanib, 1) $x = 60$ va $y = 11$; 2) $x = 55$ va $y = 13$ hollar uchun masalani yeching.

Amaliy-tatbiqiy masalalar

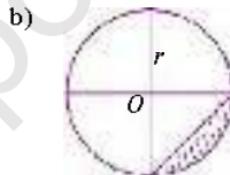
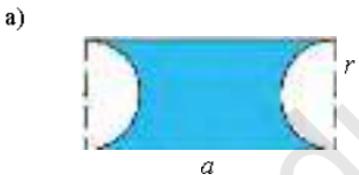
34. Do'konga har birida 50 kg dan un bo'lgan a ta qop va har birida 60 kg dan un bo'lgan b ta qop keltirildi. Do'konga keltirilgan barcha un massasini hisoblash formulasini tuzing.
35. Dehqonlar a kun 15 getkardan va b kun 20 getkardan yerga ishlov berishdi. Ular 1 kunda o'rtacha necha getkar yerga ishlov berishgan?
36. Tomoni 10 cm bo'lgan kvadratdan diametrлari yig'indisi 5 metr dan katta bo'lgan qancha doiralar qirqib olish mumkin?
Ko'rsatma: Berilgan kvadratni n'n dona o'zaro teng kvadratchalarga ajrating. Har bir kichik kvadratga ichki aylana chizing.

Aylananing diametri $\frac{1}{10 \cdot n}$ metrga teng bo'ldi. Diametrlar yig'indisi $n^2 \cdot \frac{1}{10 \cdot n} = 0,1 \cdot n$ metrga teng, bundan $0,1 \cdot n > 5$, $n > 50$.

37. Quyidagi shakllar yuzini va perimetrini hisoblash uchun formulalar tuzing:



38. 1) Bo'yalgan va shtrixlangan shaklning yuzini toping.
2) a) shaklning perimetri (chegarasi uzunligi) formulasini yozing.



39. Quyidagi masalalarni yechish formulasini yozing:
- 1 kilogrami a so'm bo'lgan b kilogramm choy, 1 kilogramining narxi $(a-1)$ so'm bo'lgan $(b-c)$ kg choy bilan aralashtirildi. Aralashma choyning 1 kilogrami necha so'm turadi?
 - Hovuzga 1-quvurdan k soatda p litr suv, 2-quvurdan $(2k+1)$ soatda $(p-1)$ litr, 3-quvurdan $(k-1)$ soatda $(p+1)$ litr suv tushadi. Uchala quvur baravar ochib qo'yilsa, t soatda hovuzga qancha suv tushadi?
 - Temperaturasi $t^{\circ}\text{C}$ bo'lgan a litr suv bilan temperaturasi $(t-5)^{\circ}\text{C}$ bo'lgan $(a-2)$ litr suv aralashdirildi. Aralashmaning temperaturasini aniqlang.
 - Shahardan bir vaqtida bir xil yo'nalishda ikki mototsiklchi yo'lga chiqdi. Birinchi mototsiklchining tezligi a km/h ga teng bo'lib, ikkinchisining tezligidan katta. 25 minutdan keyin mototsiklchilar orasidagi masofa d km bo'ldi. Ikkinci mototsiklchining tezligini toping.

40. Savdogar k ta ko'ylakning har birini p so'mdan sotib oldi va ularning har birini bir xil narxda sotdi. Natijada u t so'm foyda qildi. Savdogar ko'ylakni necha so'mdan sotgan?
41. Bitta aerodromdan D shaharga ikkita samolyot bir vaqtda uchdi. Birinchi samolyotning tezligi v km/h, ikkinchisi esa undan b km/h kam. Agar birinchi samolyot D shaharga ikkinchi samolyotdan d soat oldin uchib kelgan bo'lsa, aerodromdan D shahargacha bo'lgan masofani toping.
42. Pallali tarozining massalari har xil bo'lgan 3 ta toshi bor. Ular yordamida 1 kg, 2 kg, ..., 10 kg massalarini o'chish mumkin bo'lsa, toshlarning har biri necha kilogrammdan bo'lishi mumkin? Zarur bo'lsa, toshlarni tarozining ikkala pallasiga qo'yish mumkin.
Javob: masalan, 1 kg, 3 kg va 6 kg. Chindan ham, $10 = 6 + 1$; $9 = 6 - 3$; $8 = 6 + 3 - 1$; $6 = 6$, $5 = 6 - 1$; $4 = 3 - 1$; $3 = 3$; $2 = 3 - 1$; $1 = 1$. Tortilayotgan mahsuloti bor pallaga qo'yilgan tosh massasini ko'rsatuvchi son oldiga „“ ishorasi qo'yilgan.
43. Kanalda uchta kema chapdan o'ngga suzib kelardi. Ularga qarab uchta kema o'ngdan chapga suzib kelardi. Kanalning eniga fagaqt bitta kema sig'adi, ammo kanalda bitta kema sig'adigan bo'g'oz bor. Kemalarning o'z yo'lini davom ettirishiga yordam bering.
44. Jamila xola bir nechta olmalarni kvadrat shaklidagi stol tomonlariga 4 tadan qo'yib chiqdi. Qizi kelib, o'sha olmalarni xuddi shu stol tomonlariga 5 tadan qo'yib chiqdi. O'g'li kelib, o'sha olmalarni yana o'sha stol tomonlariga 6 tadan qo'yib chiqdi. Buni xola, uning qizi va o'g'li qanday amalga oshirishgan?
45. Do'konda olma narxi 20% ga oshdi. Sotuvchi olmaning yangi narxini qog'ozchaga yozib o'tirmadi, u olma narxi yozilgan avvalgi qog'ozchadagi dastlabki ikkita raqam o'rnini almashtirib qo'ydi, xolos. Qimmatlashishidan avval olmaning narxi (bu narx 500 so'mdan kam) necha so'm edi?
46. Otabek bitta daftar, ikkita qalam va bitta o'chirg'ich uchun 1 200 so'm to'ladi. Nargiza ikkita daftar, uchta qalam va uchta o'chirg'ich uchun 2 700 so'm to'ladi. Saidkomil ikkita daftar, beshta qalam va bitta o'chirg'ich uchun necha so'm to'laydi?

4- §. Arifmetik amallarning xossalari

Arifmetik amallar deb, qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish amallariga aytildi.

Amallarning asosiy xossalari **qonuntar** deb ataladi.

1. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari.

- 1) O'rinn almashtirish qonuni: $a+b=b+a$; $ab=ba$.
- 2) Guruhlash qonuni: $(a-b)+c=a+(b+c)$; $(ab)c=a(bc)$.
- 3) Taqsimot qorumi: $a(b+c)=ab+ac$.

2. Ayirish qonunlari.

- 1) $a+b c = a+b c$; 2) $a (b-c) = a b - a c$; 3) $a (b-c) = a b + a c$.
Bu tengsizliklarda a , b , c – ixtiyorli sonlar.

3. Bo'lish qonuni. $(a+b):c = a:c + b:c$, $c \neq 0$.

Yuqoridagi amallar xossalardan algebraik ifodaning qiymatini tez, qulay, ratsional yo'l bilan hisoblashda, ifodalarni soddalashtirishda, boshqa xossalarni keltirib chiqarishda foydalaniladi. Masalan,

$$25,7 + 105,2 + 14,3 + 4,8 = (25,7 - 14,3) + (105,2 - 4,8) = 30 + 110 = 150.$$

1-misol. Ifodani soddalashtiring: $3,2 \cdot \left(\frac{7}{16}a + \frac{1}{2}b \right) + 4,8 \cdot \left(\frac{3}{4}a + \frac{5}{8}b \right)$.

$$\begin{aligned} & \square 3,2 \cdot \left(\frac{7}{16}a + \frac{1}{2}b \right) - 4,8 \cdot \left(\frac{3}{4}a + \frac{5}{8}b \right) - 3 \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{7}{16}a + \frac{1}{2}b \right) + 4 \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}a - \frac{5}{8}b \right) - \\ & = \frac{1}{5} \cdot \frac{16 \cdot 7}{16}a + \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{2}b + \frac{6}{5} \cdot \frac{24 \cdot 3}{16}a + \frac{3}{5} \cdot \frac{24 \cdot 5}{8}b = \frac{7}{5}a + \frac{8}{5}b + \frac{18}{5}a + 3b = \\ & = \left(\frac{7}{5}a + \frac{18}{5}a \right) + \left(\frac{8}{5}b + 3b \right) = \frac{25}{5}a + \left(\frac{23}{5}b - 3b \right) = 5a - 4 \frac{3}{5}b = 5a - 4,6b. \blacksquare \end{aligned}$$

2-misol. Arifmetik amallar xossalardan foydalanib hisoblaylik:

$$\square \text{a)} 15,7 + \left(24,3 + 7 \frac{2}{5} \right) - (15,7 + 24,3) + 7 \frac{2}{5} - 40 - 7 \frac{2}{5} = 47 \frac{2}{5} - 47,4;$$

$$\text{b)} 72 \frac{4}{5} - (6,5 + 2,8) = (72,8 - 2,8) - 6,5 = 70 - 6,5 = 63,5;$$

$$\text{d)} 189,4 - (95,5 - 10,6) - (189,4 - 10,6) - 95,5 - 200 - 95,5 - 104,5. \blacksquare$$

3-misol. Ifodani soddalashtiring:

$$\square 6,25 \cdot \left(\frac{3}{5}a - 4b \right) + 17 \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{7}a - 2b \right) = 6 \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}a - 4b \right) - 17 \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{7}a - 2b \right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{25}{4} \cdot \frac{3}{7}a - \frac{25}{4} \cdot 11b - \frac{25}{2} \cdot \frac{3}{7}a - \frac{25}{4} \cdot 12b - \frac{15}{4}a - 25b - \frac{15}{2}a - 35b - \\
 &= \left(\frac{3}{4}a + 7\frac{1}{2}a \right) - (25b + 35b) = 11\frac{1}{4}a - 60b = 11,25a - 60b. \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

47. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) Arifmetik amallar deb qanday amallarga aytildi?
 2) Arifmetik amallarning asosiy xossalariini aytin.
 3) Arifmetik amallar xossalardan qayerda foydalaniadi?

Arifmetik amallar xossalariini qo'llab, sonli ifodaning qiymatini toping (48–52):

48. 1) $37\frac{2}{5} + \left(6\frac{3}{4} - 62,6 \right) + 3,25$; 2) $125,715 + 25,27 - 34,73 + 174,285$.

49. 1) $-3\frac{1}{7} \cdot \left(\frac{2}{9} + 1\frac{3}{11} \right)$; 2) $\left(9\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{7} \right) \right) \cdot 2\frac{2}{5}$.

50. 1) $1\frac{3}{7} + 1\frac{3}{14} \left(2,8 - \frac{14}{17} \right)$; 2) $2\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} \cdot \left(1,08 - 1\frac{4}{5} \right)$;
 3) $1\frac{7}{32} \cdot \left(2\frac{2}{13} - 3\frac{19}{39} \right) + 10\frac{5}{9} \cdot \left(2\frac{5}{19} - \frac{9}{76} \right)$; 4) $2\frac{7}{9} \cdot \left(5,4 - 1\frac{7}{20} \right) - 5,75 \cdot \left(2\frac{2}{23} - \frac{60}{69} \right)$.

51. 1) $2\frac{5}{9} \cdot 3\frac{1}{3} + 6\frac{4}{9} \cdot 3\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3} \cdot 4,25 + 3\frac{2}{3} \cdot 4,75$;
 2) $\frac{0,15 - 0,15 \cdot 6,4}{0,175 - \frac{3}{8}} + \frac{9,65 \cdot 1,5 - 1,5 \cdot 0,5}{8,9 - 7\frac{2}{5}}$.

52. 1) $\left(3\frac{4}{5} - 2\frac{8}{15} \right) : 1,9 - \left(1\frac{1}{8} - 2\frac{1}{12} \right) : 3\frac{3}{4}$;
 2) $\left(6\frac{4}{7} - 5\frac{3}{4} \right) : \frac{23}{28} - \left(10\frac{5}{6} - 3\frac{1}{12} \right) : \frac{1}{6}$.

53. Amallar xossalardan foydalaniib, algebraik ifodani soddalashtiring:

1) $\frac{4}{9} \cdot \left(0,75k - \frac{9}{16}p \right) - \frac{3}{7} \left(\frac{7}{9}k - \frac{7}{12}p \right) + 15 \cdot \left(1\frac{1}{5}k - 2\frac{4}{15}p \right)$;

2) $\frac{3}{4} \cdot \left(0,8m - \frac{2}{3}n \right) - \frac{4}{7} \cdot \left(0,7m - \frac{7}{8}n \right) + 32 \cdot \left(4\frac{1}{8}m - 1\frac{3}{16}n \right)$.

54. Ifodalarni soddalashtiring, so'ngra son qiymatini toping:

$$1) 9,5 \cdot (6x - 3y) - 6 \cdot \left(1,5x + \frac{1}{6}y\right), \text{ bunda } x = 1,5; y = -2;$$

$$2) 3,4 \cdot (5x - 1,5y) + 6,5 \cdot (7x - 3,4y), \text{ bunda } x = -\frac{1}{7}; y = -0,5;$$

55. O‘xhash hadlarni ixchamlang:

$$1) 9,3a + 8,8b - 3,3a - 2,8b - 5a + 2b;$$

$$2) 2\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{6}y + 4\frac{2}{3}x - 2\frac{7}{12}x - 3\frac{4}{9}y - 1\frac{7}{15}y.$$

5- §. Qavslarni ochish qoidalari

1. Algebraik yig‘indi.

1-masala. Avtobusda 60 nafar yo‘lovchi bor edi. 2-bekatda 10 kishi avtobusdan tushdi, 15 kishi avtobusga chiqdi. 3-bekatda 8 nafar yo‘lovchi tushdi, 4 nafar yo‘lovchi chiqdi. Natijada, avtobusda necha nafar yo‘lovchi bo‘ldi?

□ Avtobusda nechta yo‘lovchi bo‘lganini bilish uchun ushbu ifodani tuzamiz: $60 - 10 + 15 - 8 + 4$. Bu ifodaning qiymati 61 ga tengligi ravshan.

Javob: avtobusda 61 nafar yo‘lovchi bo‘ldi. ■

6-sinf „Matematika“ kursidan $60 - 10 + 15 - 8 + 4$ ifodani $60 - (-10) + 15 - (-8) - 4$ kabi yig‘indi ko‘rinishida yozish mumkin ekanligini bilasiz. Bu kabi yig‘indini *algebraik yig‘indi*, deb ataymiz.

„+“ va „-“ ishoralarini bilan birlashdirilgan hir nechta algebraik ifodalardan tuzilgan yozuv *algebraik yig‘indi* deb ataladi.

Masalan, $-2a + (-7b) - (7a^2) + 9; 15a^2b - (21a^2b^2) - (-8a^2b^3)$ algebraik yig‘indilardir. Ularni quyidagicha yozish mumkin:

$$1) -2a - (-7b) - (-7a^2) + 9 = -2a - 7b + 7a^2 + 9;$$

$$2) 15a^2b - (-21a^2b^2) - (-8a^2b^3) = 15a^2b - 21a^2b^2 - 8a^2b^3.$$

1) algebraik yig‘indida $-2a; -7b; 7a^2; 9$ hadlar qo‘shiluvchilar bo‘ladi, chunki $-2a - 7b + 7a^2 + 9 = (-2a) - (-7b) + 7a^2 + 9$.

2) algebraik yig‘indida esa $15a^2b; 21a^2b^2; -8a^2b^3$ hadlar qo‘shiluvchilar bo‘ladi, chunki: $15a^2b + 21a^2b^2 - 8a^2b^3 = 15a^2b - 21a^2b^2 + (-8a^2b^3)$.

2. Qavstarni ochish va qavs ichiga otish.

Qo‘sishning guruhash qonunini eslab o‘taylik: $a + (b+c) =$

$a - b - c$. Bu tenglikda $c - d$ deb olsak, $a + (b - d) = a + b - d$ tenglik hosil bo'ladi. Bundan qavslarni ochishning ushbu qoidasi kelib chiqadi.

1-qoida. Algebraik ifodaga qavs ichiga olingan algebraik yig'indini qo'shish uchun algebraik yig'indidagi har bir qo'shiluvchining ishoralarini saqlagan holda, „+“ belgisini va qavslarni tushirib qoldirish mumkin.

Masalan: 1) $67ab + (-17a^2b + 5b^3 - 65c^5) = 67ab - 17a^2b + 5b^3 - 65c^5$;
 2) $-18 + (-25 - 7b + 82c^2) = -18 - 25 - 7b + 82c^2 = -43 - 7b + 82c^2$;
 3) $25 - (75a - 92ab + c) = 25 + 75a - 92ab + c$.

Ayinish amalining quyidagi xossalariini ko'rib o'taylik:

$$\begin{array}{ll} -(-a) - a; & a - (b + c) - a - b - c; \\ -(a - b) - a - b; & a - (b - c) - a - b + c. \end{array}$$

Bu tengliklardan qavslarni ochishning ushbu qoidasi kelib chiqadi:

2-qoida. Algebraik ifodadan qavs ichiga olingan yig'indini ayirish uchun algebraik yig'indining har bir qo'shiluvchisi ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirib, qavs oldidagi „-“ belgisini va qavslami tushirib qoldirish mumkin.

Misollar: Qavslarni oching:

- 1) $72b^2 - (18a + 7) = 72b^2 - 18a - 7$;
- 2) $105 - (61a^2 - 55b^2 + 9c) = 105 - 61a^2 + 55b^2 - 9c$;
- 3) $(2b - 4ac)(7k^2 + 13a) - 2b + 4ac \cdot 7k^2 - 13a$;
- 4) Qavslarni ochib soddalashtiring: $18a - (15a - (12a + 7b))$.
 $18a - (15a - (12a + 7b)) - 18a - (15a - 12a - 7b) - 18a - (3a - 7b) = 18a - 3a + 7b = 15a + 7b$. ■

Ifodalarni soddalashtirishda, qiymatini hisoblashda, ba'zan ayrim qo'shiluvchilarini qavs ichiga olish hisoblashni osonlashtiradi. Masa-lan: $25a - 385 + 82a - 185 = (25a + 82a) - (385 - 185) = 107a - 200$.

Qavs ichiga olish quyidagicha bajariladi:

- 1) $a + b - c - d = a + (b - c - d) - a - b + (-c - d)$, ya'ni agar qavs oldiga „+“ belgisi qo'yilsa, qavs ichiga olingan barcha qo'shiluvchilarning ishoralari saqlanib qoladi.
- 2) $a + b - c + d - a - (-b + c - d) = a + b - (c - d)$, ya'ni agar qavs oldiga „-“ belgisi qo'yilsa, qavs ichiga olingan barcha qo'shiluvchilarining ishoralari qarama-qarshisiga almashadi.

56. Savottarga javob bering:

- 1) Algebraik yig'indi deb nimaga aytildi?
 2) Qavs oldida „+“ ishora turgan bolsa, qavslar qanday ochiladi?
 3) Qavs oldida „-“ ishora turgan bolsa, qavslar qanday ochiladi?

57. Algebraik yig'indini qavslarsiz yozing:

- 1) $(+815) + (-7) - (-800) - (-9)$; 2) $(-32) - (-15) - (-75) - (-82)$;
 3) $(-15a) + (-82b) - (-3\frac{1}{3})$; 4) $(+25\frac{1}{4}a) - (-16b) - (+8\frac{2}{9})$.

58. (Og'zaki.) Algebraik qo'shiluvchilarni aytинг:

- 1) $8\frac{1}{2}a - 5\frac{1}{7}b - 9$; 2) $19 - 72\frac{1}{2}a + 9\frac{5}{7}b$;
 3) $-15a + 2,3a - 3,5b$; 4) $-13\frac{1}{9}a - 1,5a - 12,7b$.

59. Algebraik yig'indi shaklida yozing:

- 1) $3a - \frac{2}{7}b + 13\frac{1}{2}c - 1,6$; 2) $-18a + 12,5b - 4\frac{2}{5}c - 6$;
 3) $2a - 5\frac{1}{4} - 8\frac{1}{7}b + 9c$; 4) $-15a + 6\frac{1}{4}b - 17c - 5,5$.

Qavslarni oching (60 – 61):

60. 1) $-b + (3a - 3\frac{1}{2}c) - (-d)$; 2) $(+2c) \left(4,5a + 18\frac{3}{4}d\right) + \left(-12\frac{1}{15}b\right)$;
 3) $18a - \left(3b - 5\frac{3}{5}c\right) + (-7,9d)$; 4) $11,1a - \left(6,7b + 3\frac{1}{4}c\right) - (-8,2d)$.

61. 1) $(+15a) + (11,7b - (7\frac{1}{3}c - 5d))$; 2) $8a - (19\frac{1}{9}b - (3\frac{3}{5}c - 6d))$;
 3) $13a - ((8,7b - c) + 15d)$, 4) $2,5a - ((8,5b - 9c) - 12\frac{5}{7}d)$.

62. Qavslarni oching va soddalashtiring:

- 1) $8x - (5,7x - (3,7x + 1))$;
 2) $-9t - (18,5t - (13,2t - 5))$;
 3) $3a - (5,7a + (4,3a - (9b + 1,7a)))$;
 4) $7x + (18,2a - (8,2a + (6\frac{1}{13}x - 5a)))$.

63. n yoki $(-n)$ sonlaridan boshlab, barcha qo'shiluvchilarni qavs oldiga:

- a) „+“ ishorasini;
 b) „-“ ishorasini qo'ygan holda qavs ichiga oling:

$$\begin{array}{ll} 1) 4a + 5b + n - 2c; & 2) -3a - 8b + n - 4c; \\ 3) b - n - 3a + 4b; & 4) k - n + 5b - 8a. \end{array}$$

64. 1) $-7a + 2b - 1$ ifodani biri $2b$ ga teng bo'lgan ikkita qo'shiluvchining yig'indisi shaklida yozing.

2) $8a + 3b - 7$ ifodani kamayuvchisi $3b$ ga teng bo'lgan ayirma shaklida yozing.

65. $9a^2 + 3a^2b - 4ab^2 - 9b^3$ ifodada

1) oxirgi uchta qo'shiluvchi oldiga „-“ ishorasini qo'yib, qavslar ichiga oling;

2) oxirgi ikkita qo'shiluvchi oldiga „+“ ishorasini qo'yib, qavslar ichiga oling.

66. Ifodalarni soddalashtiring va harflarning berilgan qiymatlarida ifodaning qiymatini toping:

$$1) \frac{2}{3} \cdot (x - 6y) - \frac{1}{3} \cdot (2x - y), \text{ bunda } x = 15; y = -\frac{3}{4};$$

$$2) \frac{5}{6} \cdot (12c + a) + \frac{2}{3} \cdot (3c - 2a), \text{ bunda } a = -3\frac{1}{4}; c = -12.$$

67. Tenglamani yeching:

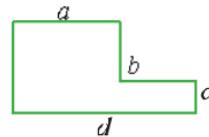
$$1) 2x + 7 = 3x - 2(4x - 1); \quad 2) 5 - 2(3x + 3) - 4(x - 5) = 2\frac{1}{2};$$

$$3) 5x + 4(2x - 5) = -5(2x + 1) + 7x; \quad 4) 2(0,5x - 8) - 5(1,2x - 6) = 3.$$

68. 1) m va n – natural sonlar. $18m + 2n$ son bilan $4m - 5n$ son ayirmasining 7 ga bo'linishini ko'rsating.

2) k va p – natural sonlar. $17k - 5p$ son bilan $3k - 15p$ son yig'indsining 4 ga bo'linishini isbot qiling.

69. Rasmda ko'rsatilgan o'lchamlar bo'yicha shakning yuzini uch xil usulda hisoblash uchun ifodalar tuzing. Har biriga geometrik sharh bering.



70. 1) Teng yonli uchburchakning perimetri p cm ga teng. Yon tomoni asosidan $2,5$ cm qisqa. Shu uchburchakning tomonlari uzunligini toping.

2) To'g'ri to'rtburchakning perimetri p cm ga teng. Asosining uzunligi a cm. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

3) To'g'ri to'rtburchakning yuzi S cm^2 ga, balandligi esa h cm ga teng. Shu to'g'ri to'rtburchakning perimetrini toping.

Algebraik ifodaning son qiymatini toping (71 – 73):

71. 1) $a+bc+ab$, bunda $a = -2$; $b = 3,5$; $c = 0,5$;
- 2) $\alpha+bc-\alpha c$, bunda $a = -3$; $b = -1\frac{1}{7}$; $c = 7$;
- 3) $(2a+b)c+b$, bunda $a = -1,7$; $b = 2,5$; $c = -6,7$;
- 4) $(3a-b)c-a$, bunda $a = 2,1$; $b = -3$; $c = 5$.
72. 1) $-4(2x-3y)^2 + 3xy$; 2) $3(x+4y)^2 - 2\frac{2}{3}xy$;
- 3) $3,5(5x-y)^2 - 2\frac{1}{7}xy$; 4) $-(3x+y)^2 + 2,5xy$, bunda $x = 1,5$; $y = 2,5$.
73. 1) $1,5((a-2b)^2 + 3\frac{1}{3}) - (a-b)$; 2) $-2(5 - (3a+1)^2) + (2a+b)$;
- 3) $((a-3b)b-9):2 + (a^2-2b):3$; 4) $(3 - a(4a-2,5b)):4 + (3a-b^2):5$,
bunda $a = 5$; $b = -1$.
74. Harflarning qanday qiymatida ifoda ma'noga ega bo'lmaydi:
- 1) $\frac{a}{a-5}$; 2) $\frac{7}{a+5}$; 3) $\frac{10}{6y+3}$; 4) $\frac{a}{15a-45}$; 5) $\frac{a-2}{a^2+4a}$?
75. Harflarning qanday qiymatlarida quyidagi ifodalar o'zaro teng bo'ladi:
- 1) $5(2a-1)$ va $12a-4$; 2) $0,2x-5$ va $3x-5(x-1)$?
76. 1) t ning qanday qiymatida $2t+5$ ifoda qiymati $5t-10(t-2)$ ifoda qiymatidan 16 ta kam bo'ladi?
- 2) a ning qanday qiymatida $3a-1,3$ ifoda qiymati $9(a+7) + 3a$ ifoda qiymatidan 10 ta ortiq bo'ladi?
- 3) x ning qanday qiymatida $9x-5$ ifoda qiymati $4(x-5) + 2,5x$ ifoda qiymatidan 4 marta kam bo'ladi?
- 4) y ning qanday qiymatida $1,8y + 7$ ifoda qiymati $1,3(y-3) - 7y$ ifoda qiymatidan 2 marta ortiq bo'ladi?
77. Hisoblang:
- 1) $\frac{(t-3)^2}{4t^2-2t-1}$, bunda $t = -2$; 2) $\frac{3a^2-4a+2}{(a+2)^2}$, bunda $a = -4$;

78. Muqaddas kilosi a so'mdan yong'oq sotib oldi. YONG'oqlar qo'big'iidan tozalangach, umumiy massasining $b\%$ i qoldi. Muqaddas 1 kg tozalangan yong'oq uchun necha so'm sarflagan bo'ladi?



To'plam. To'plamlar ustida amallar.
Eyler diagrammalari

Turmushda biz ma'lum obyektlardan tashkil topgan majmualar bilan ko'p ish ko'ramiz. Majmualardan ko'pi o'z nomiga ega, masalan, sinf, futbol jamoasi, gullar dastasi, qushlar galasi, qo'yalar podasi va h.k.

Majmualarni tavsiflash uchun matematikada to'plam atamasи ishlatalidi.

To'plamni tashkil etgan obyektlar uning elementlari deyiladi. To'plam, odatda, qulaylik uchun, lotin alifbosining bosh harflari, masalan, A, B, C, \dots , uning elementlari esa kichik harflari, masalan, a, b, c, \dots bilan belgilanadi.

Elementlari a, b, c, \dots , bo'lgan A to'plam $A = \{a, b, c, \dots\}$ kabi yoziladi.

Har bir elementning faqat bir marta yozilishi qabul qilingan. Masalan, „alla“ so'zidagi harflar to'plami $\{a, l\}$ ko'rinishda bo'ladi.

A va B to'plamlar bir xil elementlardan tashkil topgan bo'lsa, u holda A va B to'plamlar teng deyiladi va bunday yoziladi: $A = B$.

4 dan kichik va 5 ga karrali bo'lgan natural sonlar to'plamini qaraylik. Bu to'plam birorta ham elementga ega emas.



Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam **bo'sh to'plam** deyiladi va \emptyset kabi belgilanadi.

Bo'sh to'plamga boshqa misollar: 3157 sonining o'nlik sanoq sistemasiidagi yozuvida juft raqamlari to'plami; 32 dan katta va 37 dan kichik bo'lgan tub sonlar to'plami.

Agar to'plamni tashkil qilgan elementlar chekli sonda bo'lsa, bunday to'plam **chekli to'plam**, aks holda **cheksiz to'plam** deyiladi.

Masalan, ikki xonali sonlar to'plami (u 90 ta sondan tashkil topgan), $x+28=36$ tenglama yechimlari to'plami (u bitta 8 sonidan tashkil topgan), „kub“ so'zidagi harflar to'plami (u 3 ta elementdan tashkil topgan) chekli to'plamlarga, toq sonlar to'plami esa cheksiz to'plamlarga misol bo'ladi.

Quyidagi sonli to'plamlar ham cheksiz to'plamlardir:

$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ – natural sonlar to'plamini (lotincha naturalis – „tabiiy“ so'zi dan olingan);

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ – butun sonlar to'plamini (nemischa zahl – „son“ so'zidan olingan).

Biror x element A to'plamining elementi ekani $x \in A$ ko'rinishda, elementi emasligi esa $x \notin A$ ko'rinishda yoziladi va birinchi holda „ x element A ga tegishli“, ikkinchi holda esa „ x element A ga tegishli emas“ deb o'qiladi.

Masalan, N – natural sonlar to'plamini bo'lsa, u holda $5 \in N$, $34 \in N$; $0,6 \notin N$.

$A = \{2, 5, 7, 8, 12, 35, 48\}$ to'plamidan ikki xonali sonlarni ajratib, yangi B to'plamni tashkil qilaylik: $B = \{12, 35, 48\}$.

B to'plamining hamma elementlari A to'plamiga tegishli.

 Agar B to'plamining hamma elementlari A to'plamiga tegishli bo'lsa, **B to'plam A to'plamining qism to'plami** deyiladi va $B \subseteq A$ kabi yoziladi.

$B \subseteq A$ yozuv „ B to'plam A da yotadi“ yoki „ B to'plam A ning qism to'plami“, deb o'qiladi.

Misollar: 1. Uch xonali sonlar to'plamini N natural sonlar to'plamining qism to'plamini.

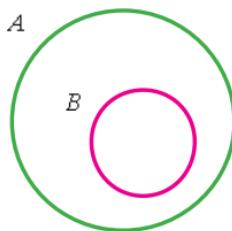
2. 4 ga karralni sonlar to'plamini juft sonlar to'plamining qism to'plamini. (Nega?)

3. CM kesma (rasmga qarang) CD kesmaning qism to'plamini.



To'plamlarni va ular orasidagi munosabatlarni Eyler diagrammlari yordamida tasvirlash qulay.

$B \subseteq A$ munosabat Eyler diagrammasida quyidagicha tasvirlanadi:



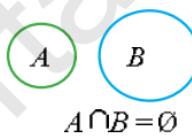
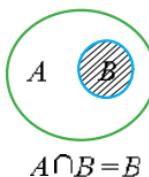
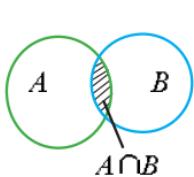
$A = 30$ sonining natural bo‘lувчилари то‘плами, B esa 45 sonining natural bo‘лувчилари то‘плами bo‘lsin:

$$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\},$$

$$B = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}.$$

A va B to‘plamlar $1; 3; 5$ va 15 umumiyl elementlarga ega. Bu sonlar 30 va 45 sonlarining umumiyl bo‘лувчilaridir. $C = \{1; 3; 5; 15\}$ to‘plam A, B to‘plamlarning kesishmasidir.

A, B to‘plamlarning kesishmasi deb, har bir elementi bu to‘plamlarning umumiyl elementlaridan iborai bo‘lgan $A \cap B$ to‘plama aytildi



Quyida Eyler diagrammalari yordamida A va B to‘plamlarning turli hollardagi kesishmasi tasvirlangan.

$A = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ va $B = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$ to‘plamlarni qaraylik.

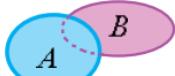
A to‘plamning barcha elementlaridan va B to‘plamning barcha elementlaridan tashkil topgan, ammo boshqa elementlarni o‘z ichiga olmagan

$C = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 30; 45\}$ to‘plamni luzaylik.

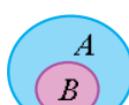
C to‘plam yo‘ A to‘plamga, yo‘ B to‘plamga tegishli bo‘lgan elementlardan tashkil topgan bo‘lib, A, B to‘plamlarning hirlashmasi, yig‘indisi deb ataladi.

Umumiy holda,

A va B to‘plamlarning birlashmasi deb har bir elementi bu to‘plamlardan hech bo‘lmaganda hittasiga tegishli bo‘lgan elementlardan iborat $A \cup B$ to‘plama aytildi:



$$A \cup B$$



$$A \cup B - A$$



$$A \cup B$$

28- betdagি rasmida A va B to'plamlarning turli hollardagi (birinchi holda – A va B to'plamlarning umumiylari mavjud, ikkinchi holda – biri ikkinchiga tegishli va uchinchi holda – umumiylari mavjud emas) birlashmasi Eyler diagrammalari yordamida ko'k rangga bo'yab tasvirlangan.

Misollar. 1) $A=\{a, b\}$, $B=\{a, b, c\}$ va $C=\{e, f, k\}$ bo'lsin.

□ U holda $E=A \cup B=\{a, b, c\}$, $E \cup C=\{a, b, c, e, f, k\}$, $C \cup B=\{a, b, c, e, f, k\}$, $A \cup C=\{a, b, e, f, k\}$ bo'ladi.

2) $A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, b, c, d\}$, $C=\{e, f, k\}$ bo'lsa, u holda $D=A \cap B=\{a, b, c\}$, $D \cap C=\emptyset$, $A \cap C=\emptyset$, $B \cap C=\emptyset$, $D \cap B=\{a, b, c\}$ bo'ladi. ■

Mashqlar

- A – hafta kunlari to'plami, B – yil oyлari to'plami, C – yil fasllari to'plami bo'lsin. Bu to'plamlarni figurali qavslarni ishlatib yozing.
- „Matematika“ so'zidagi harflar to'plamini yozing.
- $A=\{0, 2; 33; 60\}$ to'plam berilgan bo'lsin. Qaysi yozuvlar to'g'ri bo'ladi: $33 \in N$, $60 \in N$, $0 \notin Z$, $33 \in Z$, $60 \notin Z$, $60 \in Z$?
- a) Bitta; b) ikkita; d) cheksiz ko'p elementdan tashkil topgan to'plamga misollar keltiring.
- $M=50$ dan kichik, 5 ga karrali toq sonlar to'plami bo'lsin. Mos simvollarni qo'llab, 5, 10, 15, 30, 35, 40 sonlar M ga tegishli yoki tegishli emasligini yozing.
- Figurali qavslar yordamida quyidagi to'plamlarni yozing:
 - A – juft raqamlar to'plami;
 - 10 ga karrali ikki xonali natural sonlar to'plami;
 - 10 dan kichik natural sonlar to'plami.
- To'plamlarning elementlari qanday umumiylari xossaga ega:
 - $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
 - $\{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$;
 - $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256\}$;
 - $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34\}$?
- Ikkita kvadratni shunday chizingki, ularning kesishmasi:
 - to'g'ri to'rtauchak;
 - kvadrat;
 - uchtauchak;
 - kesma;
 - nuqta;
 - oltibtauchak bo'lsin.

9. $A = \{3; 5; 7; 9; 11\}$, $B = \{2; 5; 7; 9\}$, $C = \{7; 9; 11\}$, $D = \{3\}$ va bo'sh Ø to'plam berilgan bo'lsin. Qaysi to'plamlar A to'plamning qism to'plami ekanligini aniqlang va xulosangizni tegishli simvollar yordamida yozing.
10. A – 4 ga karrali natural sonlar to'plami, B – 6 ga karrali natural sonlar to'plami bo'lsin. $A \cap B$ ni toping.
11. K – 20 dan katta bo'limgan ikki xonali natural sonlar to'plami, M – 30 dan katta bo'limgan toq natural sonlar to'plami. Shu to'plamlarning birlashmasini va kesishmasini toping.
12. A – 20 sonining natural bo'luvchilarini to'plami, B – 30 sonining natural bo'luvchilarini to'plami bo'lsin. Quyidagilardan qaysilari o'rinni:
a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \subset B$; d) $B \subset A$?
13. a) Natural sonlar va butun sonlar to'plamlarining kesishmasini,
b) juft natural sonlar va tub sonlar to'plamlarining kesishmasini toping.
14. To'rtburchak va uchburchak kesishganda qanday shakl hosil bo'ladi? Barcha hollarni qarang. Mos rasmlarni chizing.
15. a) To'g'ri chiziq va aylana; b) ikkita aylana kesishmasi nechta nuqtadan iborat? Mos rasmlar chizing.
16. Samarcand shahri O'zbekistonning eng go'zal joylaridan biri hisoblanadi.

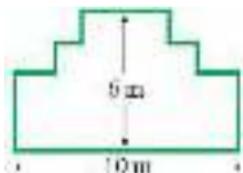
1-savol. Samarcand shahrini 2018-yil 1-iyul – 27- avgust kunlari taxminan 200 000 nafar xorijiy mehmonlar ziyorat qildi. Shu davr ichida shaharga kuniga o'rtacha necha nafar xorijiy mehmon tashrif buyurgan?

2-savol. Mister Smit joylashgan mehmonxonadan Registon maydonigacha bo'lgan masofa 9 km ga teng. U mehmonxonaga soat 20.00 da qaytishi zarur bo'lib qoldi. Shaharni ziyorat qilganda uning o'rtacha tezligi taxminan 1,5 km/h ekanligi ma'lum bo'ldi. Mehmonxonaga qaytish paytida u tezligini 2 baravar oshirdi. Vaqtida qaytishi uchun, Mister Smit mehmonxonadan soat nechada chiqishi kerak?

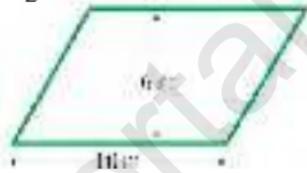
3-savol. Mister Smit Registon maydonigacha 9 km yurganda qadamlar sonini hisoblaydigan maxsus moslamani ishlatdi. Bu moslama 22 500 qadamni belgilanganligi ma'lum bo'ldi. Mister Smitning bir qadami o'rtacha necha santimetr?

17. Ikki xil kattalikdagi doira shaklidagi patir nonlar sotilmoqda. Ulardan kichigining diametri 30 cm bo'lib, narxi 3 pul birligiga teng ekan. Kattasining diametri va narxi, mos ravishda, 40 cm va 4 pul birligiga teng. Qaysi non arzonroq? Javobingizni asoslab bering.
18. Ishchi uzunligi 32 metr sim bilan hovlidagi yerni chegaralamoqchi. U quyidagi shakllardan qaysi birini tanlab olish imkoniyatiga ega?

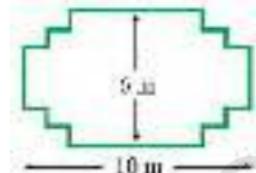
A



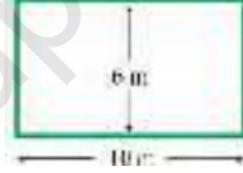
B



D



E



II BOB.

BIR NOMA'LUMLI BIRINCHI DARAJALI TENGЛАМАЛАР

1-§. Tenglama va uning yechimlari

Tenglama tushunchasiga olib keluvchi masalalar bilan 5–6-sinf-larda tanishgansiz. Bitta masala yechaylik.

Masala. Nodira va Nozima bog'dan birgalikda 156 kg uzum uzishdi. Nodira Nozimadan 18 kg ortiq uzum uzdi. Har bir qiz bog'dan necha kilogramm uzum uzgan?

□ Nodira x kg uzum uzdi, deylik. U holda Nozima $(x-18)$ kg uzum uzgan bo'ladi. Masala shartiga ko'ra, $x+(x-18)=156$, bundan $2x-18=156$, $2x=156+18$, $2x=174$, $x=87$.

Demak, Nodira bog'dan 87 kg uzum uzgan. Nozima esa $x-18=87-18=69$ (kg) uzum uzgan.

Javob: Nodira 87 kg, Nozima 69 kg uzum uzgan. ■

$x+(x-18)=156$ tenglikda x harfi bilan noma'lum son, izlanayotgan son belgilangan.

*Harf bilan belgilangan noma'lum son qatnashgan tenglik **tenglama** deyiladi. Tenglik belgisidan chapda turgan ifodalar **tenglamaning chap qismi** deyiladi. Tenglik belgisidan o'ngda turgan ifodalar **tenglamaning o'ng qismi** deyiladi. Tenglamaning chap yoki o'ng qismidagi har bir qo'shiluvchi **tenglamaning hadi** deyiladi.*

$$2x-18=156 \quad (1)$$

tenglamaning chap qismi $2x-18$, o'ng qismi esa 156 dan iborat. $x=87$ bo'lganda (1) tenglamaning chap qismi $2 \cdot 87 - 18 = 174 - 18 = 156$ ga teng; o'ng qismi ham 156 ga teng. Demak, $x=87$ bo'lganda bu tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi: $2 \cdot 87 - 18 = 156$. Ayni shu 87 soni (1) tenglamaning ildizi deyiladi.

*Noma'lumning tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradigan qiymati **tenglamaning ildizi** deyiladi.*

Masalan, 5 soni $3x-4=11$ tenglamaning ildizi, chunki $3 \cdot 5 - 4 = 11$ – to'g'ri tenglik. 5 dan farqli birorta ham son bu tenglamaning ildizi bo'la olmaydi.

Tenglama faqat bitta ildizga ega bo'lishi shart emas: u ikkita, uchta, ..., yuzta, ... ildizlarga ega bo'lishi ham mumkin.

Masalan, $(x+2)(x+1)(x-2)=0$ tenglama uchta ildizga ega: $-2; -1; 2$.

Chindan ham, $x=-2, x=-1, x=2$ bo'lganda tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi. $(x-4)(x-3,5)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+0,75)=0$ tenglama esa to'rtta ildizga ega: $4; 3,5; -\frac{1}{2}; -0,75$.

Tenglama ildizlarga ega bo'lmasi ham mumkin. Masalan, $5x-3=5x+7$ tenglamaning ildizlari yo'q, chunki x ning ixtiyoriy qiyamida bu tenglamaning o'ng qismi chap qismidan katta.

Tenglama ildizlarining soni cheksiz ko'p bo'lishi ham mumkin. Masalan, $7(x+1)=7x+7$ tenglamaning ildizlari soni cheksiz ko'p: x ning xohlagan qiymati bu tenglamaning ildizi bo'ladi, chunki ixtiyoriy x da tenglamaning chap va o'ng tomonlari o'zaro tengdir.

 *Tenglamani yechish – uning barcha ildizlarini topish yoki ildizlarning yo'qligini ko'rsatish, demakdir.*

Amaliyotning ko'pgina masalalarini yechish (sodda almashtirishlardan so'ng)

$$ax = b \quad (2)$$

ko'rinishdagi tenglamaga keltiriladi, bunda a va b berilgan sonlar, x – noma'lum son.

 (2) tenglama **chiziqli tengama** deyiladi.

Masalan, $7x=14, -3x=24, \frac{4}{5}x=-1, 0,65x=1,3$ kabi tenglamalar chiziqli tenglamalardir.

(2) chiziqli tenglamada:

- 1) $a \neq 0$ bo'lsa, tenglama bitta (yagona) $x=\frac{b}{a}$ ildizga ega;
- 2) $a=0, b \neq 0$ bo'lsa, tenglama ildizga ega emas;
- 3) $a=0, b=0$ bo'lsa, tenglama cheksiz ko'p ildizga ega bo'ladi.

1. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) Tenglama deb nimaga aytildi? Misollar keltiring.
- 2) Tenglamaning chap, o'ng qismi, hadi nima? Misollarda tu-shuntiring.

- 3) Tenglamaning ildizi deb nimaga aytildi?
 4) Tenglamani yechish deganda nimani tushunasiz?
2. 1) Chiziqli tenglama deb nimaga aytildi? Misollar keltiring.
 2) Qachon chiziqli tenglama: a) bitta ildizga ega bo'ladi? b) il-dizga ega bo'lmaydi? d) cheksiz ko'p ildizga ega bo'ladi? Har bir holga uchtadan misol tuzing.
3. (*Og'zaki.*) x ning har qanday qiymatlarida tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi:
- 1) $2x+4=6$; 2) $5-x=4$; 3) $8x=4$; 4) $2x+5=0$;
 - 5) $\frac{1}{2}x+3=4$; 6) $2,5-x=0,5$; 7) $0,2x+1=1$; 8) $3+4x=7$?
4. Tenglik shakli da yozing:
- 1) x va 3 sonlari ayirmasining ular yig'indisiga nisbati 2 ga teng.
 - 2) x va (-5) sonlari ayirmasining uchlangani 10 ga teng;
 - 3) x soni 21 dan 80 ta kam;
 - 4) 819 soni 20 sonidan x marta katta.
5. $-1; \frac{1}{2}; 0; 2; 4; 6$ sonlari orasida quyidagi tenglamaning ildizi bormi:
- 1) $10x-7=3x+35$; 4) $7x-3=9+2x$;
 - 2) $3x+4=5x+6$; 5) $2x-5=8+28x$;
 - 3) $15x+8=4x+2 \cdot 3$; 6) $4(x+1)-2x=5$?
6. $-0,5; 1; 2$ sonlari orasida quyidagi tenglamaning ildizi bormi:
- 1) $2(x+1,5)=7$; 2) $3\left(x-\frac{2}{3}\right)=6x-0,5$; 3) $4(x+1)=2x+6$;
 - 4) $7(3-x)=4-x$; 5) $5(x-1)=3x+2$; 6) $2x+7=4(1-x)$?
7. Ildizi: 1) 3; 2) $-1,5$; 3) 0; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{3}{5}$; 6) 5 soniga teng bo'lgan tenglama tuzing.
8. a sonni shunday tanlangki, $7-6=5x+a$ tenglama quyidagi ildizga ega bo'sin:
- 1) $x=-1$; 2) $x=-3$; 3) $x=0$; 4) $x=1$;
 - 5) $x=7$; 6) $x=10$; 7) $x=0,1$; 8) $x=1,8$.
9. 1) Bitta ildizga ega bo'lgan 4-5 ta tenglama tuzing.
 2) 2 ta, 3 ta, 4 ta ildizga ega bo'lgan 3 tadan tenglama tuzing.

10. 1) Cheksiz ko'p ildizga ega bo'lgan 3 ta tenglama tuzing.
 2) Ildizga ega bo'lmasagan 4 ta tenglama tuzing.

2-§. Bir noma'lumli birinchi darajali tenglamalarni yechish

Buyuk matematik olim yurtdoshimiz Muhammad Muso al-Korazmiyning „Kitob muxtasar min hisob al-jabr val-muqobala“ asari-dagi „al-jabr“ qoidasi musbat hadlarni tiklash, ya'ni manfiy hadlarni tenglamaning bir qismidan ikkinchi qismiga musbat qilib o'tkazishni, „val-muqobala“ qoidasi esa tenglamaning ikkala qismidan teng hadlarni tashlab yuborishni bildirgan. Demak, bir noma'lumli tenglamalarni yechish to'g'ri tengliklarning ma'lum xossalariaga asoslangan ekan. To'g'ri tengliklarning xossalariini eslatib o'tamiz (quyidagi jadvalga qarang).

Xossalarning so'z bilan ifodalanishi	Xossalarning umumiy ko'rinishda yozilishi	Misol
1. Agar to'g'ri tenglikning ikkala qismiga bir xil son qo'shilsa yoki ikkala qismidan bir xil son ayirlisa, u holda yana to'g'ri tenglik hosil bo'ladi.	Agar $a=b$ bo'lib, c ixtiyorliy son bo'lsa, u holda $a+c=b+c$, $a-c=b-c$ bo'ladi.	$7=7$ $7+6=7+6$ $7-6=7-6$
2. Agar to'g'ri tenglikning ikkala qismi nolga teng bo'lmasagan ayni bir xil songa ko-paytirilsa yoki bo'linsa, u holda yana to'g'ri tenglik hosil bo'ladi.	Agar $a=b$ bo'lib, $k \neq 0$ bo'lsa, u holda $a \cdot k = b \cdot k$, $a : k = b : k$ bo'ladi.	$24=24$ $24 \cdot 6=24 \cdot 6$ $24 : 6=24 : 6$

Birinchi xossadan shunday xulosaga kelamiz: qo'shiluvchilarni ularning ishoralarini qarama-qarshiga almashtirib, tenglikning bir qismidan ikkinchi qismiga olib o'tish mumkin.

To'g'ri tengliklarning keltirilgan xossalari tenglamalarni yechish jarayonida qanday qo'llanilishini misollarda ko'raylik.

1-masala. $10x - 19 = 7x + 26$ tenglamani yeching.

□ x son berilgan tenglamaning ildizi, deylik. x son tenglamaga qo'yilganda tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi, deb faraz qilaylik. Noma'lum qatnashgan $7x$ hadni minus („-“) ishora bilan tenglikning chap qismiga, noma'lum qatnashmagan had („ozod had“) – 19 ni plus („+“) ishora bilan o'ng qismiga o'tkazamiz. Natijada, yana to'g'ri tenglik hosil bo'ladi: $10x - 7x = 19 + 26$.

Endi tenglamaning ikkala qismidagi o'xshash hadlarni ixchamlaymiz, shunda $3x = 45$ tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamaning ikkala qismini 3 ga bo'lib, $x = 15$ ekanini topamiz. Tenglama x ildizga ega, deb faraz qilib, bu x faqat 15 ga teng bo'lishini ko'rdirik. Chindan ham, $x = 15$ tenglamaning ildizi ekanini tekshirib ko'rib, bunga ishonch hosil qilamiz: $10 \cdot 15 - 19 - 7 \cdot 15 + 26 = 0$. Yozilgan bu tenglik to'g'ri tenglikdir, chunki uning chap va o'ng qismlari ayni bir son 131 ga teng. Shunday qilib, berilgan tenglamaning ildizi bitta va bu ildiz 15 ga tengdir.

Javob: $x = 15$. ■

Tenglamani yechish jarayonida to'g'ri tenglikning biz foydalanigan xossalari bir to'g'ri tenglikni ikkinchi to'g'ri tenglik bilan almashtirish imkonini beradi, bunda hisoblashlar aniq bajarilsa, har doim to'g'ri natija olinadi. Shuning uchun ham, bu holda topilgan javobni tekshirish shart emas.

Tenglamaning yechilish jarayonini 1-masaladagi kabi yozma ravishda batatsil tushuntirish ham majburiy emas.

2-masala. $4(x-1) - 5(x+3) = 47 - 8(x+7)$ tenglamani yeching.

$$\square 1) Qavslarni ochamiz: 4x - 4 - 5x - 15 = 47 - 8x - 56;$$

$$2) o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:$$

$-x - 19 = -8x - 9$, bundan $7x = 10$ tenglamaga kelamiz va uni yechamiz:

$$x = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}. \quad \text{Javob: } x = 1\frac{3}{7}. \quad ■$$

3-masala. $\frac{2x-3}{2} - \frac{2-3x}{4} = -2 + 2,5x$ tenglamani yeching.

\square Tenglamaning chap va o'ng qismlarini kasrlarning umumiy maxraji 4 ga ko'paytiramiz:

$$4 \cdot \frac{2x-3}{2} - 4 \cdot \frac{2-3x}{4} = -4 \cdot 2 + 4 \cdot 2,5x, \text{ bundan } 2(2x-3) - (2-3x) = -8 + 10x.$$

Qavslarni ochamiz va o'xshash hadlarni ixchamlaymiz: $4x + 6 - 2 + 3x = -8 + 10x$, $7x + 4 = -8 + 10x$, bundan $3x = 12$, ya'ni $x = 12 : 3$, $x = 4$.

Javob: $x = 4$. ■

Demak, tenglamani yechishda tenglamaning asosiy xossalardan foydalaniлади. Shu xossalarni keltiramiz:

 **1-xossa.** Tenglamaning istalgan hadining ishorasini qaramaqshisiga o'zgartirib, uning bir qismidan ikkinchi qismiga o'tkazish mumkin.

2-xossa. Tenglamaning ikkala qismini nolga teng bo'lmagan bir xil songa ko'paytirish yoki bo'lish mumkin.

Bu xossalardan bir noma'lumli istalgan tenglamani yechish algoritmini (imkonini) beradi. Buning uchun:

1) noma'lum qatnashgan hadlarni tenglikning chap qismiga, noma'lum qatnashmagan hadlarni esa o'ng qismiga o'tkazish lozim (1-xossa);

2) o'xshash hadlarni ixchamlash kerak;

3) tenglamaning ikkala qismini noma'lum oldida turgan koefitsiyentga (agar u nolga teng bo'lmasa) bo'lish (2-xossa) kerak.

Ko'rirlgan 3 ta masalada har bir tenglama bittadan ildizga ega edi. Bir noma'lumli tenglama: a) ildizga ega bo'lmasi; b) cheksiz ko'p ildizga ega bo'lishi ham mumkin. Shu hollarga misollar kelтиримиз.

4-masala. $\frac{3x+2}{9} + \frac{x+8}{6} - \frac{x-11}{6} + \frac{x}{3}$ tenglama ildizlarga ega emasligini ko'rsating.

□ 1) Tenglamaning ikkala qismini kasrlarning umumiyligi maxraji 18 ga ko'paytiramiz:

$$18 \cdot \frac{3x+2}{9} - 18 \cdot \frac{x-8}{6} = 18 \cdot \frac{x+11}{6} - 18 \cdot \frac{x}{3}. \text{ Bundan } 2(3x+2) + 3(x+8) = 3(x+11) + 6x.$$

2) Qavslarni ochamiz va o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$6x+4+3x+24=3x+33+6x, \quad 9x+28=9x+33, \\ \text{ya'ni } 9x-9x=33-28, \quad 0 \cdot x=5.$$

Bu tenglamaning chap qismi ixtiyoriy x da nolga teng, o'ng qismi esa 5 ga teng, $0 \neq 5$. Demak, berilgan tenglama ildizlarga ega emas. ■

5-masala. $\frac{2x+3}{2} - \frac{3x-2}{3} - \frac{13}{6}$ tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega ekanini ko'rsating.

|| 1) Tenglamaning ikkala qismini kasrlarning umumiyligi maxraji – 6 ga ko'paytiramiz:

$$6 \cdot \frac{2x-3}{2} - 6 \cdot \frac{3x-2}{3} - 6 \cdot \frac{13}{6}, \text{ bundan } 6x+9=6x-4+13, \quad 6x+9=6x+9.$$

Oxirgi tenglik x ning ixtiyoriy qiymati da to'g'ri. Demak, istalgan x son berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi. ■

11. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) „Al-jabr“ qoidasi (usuli, almashtirishi) nimani bildiradi? Misollarda tushuntiring.
- 2) „Val-muqobala“ qoidasi (usuli, almashtirishi) nimani bildiradi? Misollarda tushuntiring.
- 3) To‘g‘ri tenglikning ikkita asosiy xossasini ayting. Misollarda izohlang.
- 4) Tenglamaning ikkita asosiy xossasini ayting va misollarda tu-shuntiring.
- 5) Bir noma'lumli chiziqli tenglama qanday yechiladi? Yechish algoritmini ayting.
- 6) Chiziqli tenglama ildizga ega bo‘lishi shartmi? Fikringizni asoslang.
- 7) Chiziqli tenglama cheksiz ko‘p ildizga ega bo‘lishi shartmi? Misollarda izohlang.

Tenglamani yeching (12–22):

12. (*Og‘zaki.*) 1) $5x = 50$; 2) $9x = 81$; 3) $7x = 77$; 4) $10x = 150$.

13. 1) $6x = 6,6$; 2) $11x = 12,1$; 3) $7,1x = 14,2$; 4) $0,9x = 2,7$.

14. 1) $3,5x = -7$; 2) $-2,5x = 10$; 3) $-8x = 4,8$; 4) $1,7x = -5,1$.

15. 1) $\frac{3}{4}x = \frac{9}{16}$; 2) $\frac{7}{8}x = 1$; 3) $\frac{10}{11}x = 7$; 4) $\frac{4}{7}x = 3,2$.

16. 1) $10x - 8 = x - 1$; 2) $5x - 3 = x + 5$; 3) $1,7x - 1 = 0,7x + 3$;
4) $5 - x = 7 - 3x$; 5) $7x + 3 = 2x - 7$.

17. 1) $7 : \left(\frac{1}{3} + x \right) = 9 : \left(x + \frac{3}{4} \right)$; 2) $\left(1,7 : \left(1 \frac{2}{3}x - 3,75 \right) \right) : \frac{8}{25} = 1 \frac{5}{12}$.

18. 1) $4(x+1) + 5(x+2) = 7(x+3) - 9$;
2) $7(3x+2) + 5(x-3) - 2(x-6) = 8$.

19. 1) $\frac{3x+2}{6} - \frac{5x-8}{8} = \frac{2x-1}{4} - \frac{x-1}{2} - \frac{2}{3}$;
2) $\frac{x+10}{3} - \frac{16x-3}{20} - \frac{7x-6}{4} = 0,5(x-3) + 0,3(x-3)$.

20. 1) $\frac{3x+4}{2} - \frac{5x+22}{5} = 0,2(9x+44) + 0,75(3x+10)$;
2) $\frac{5(3x-2)}{4} + 1,5x - 22\frac{5}{6} - x + \frac{9-x}{18}$.

21. 1) $5(4x-1)-2,7x+0,2x=6,5-0,5x$;

2) $0,72x-6,8=0,6(0,4x-1,2)$.

22. 1) $\frac{x-15}{3}-\frac{x-14}{4}-2,5-\frac{x+3}{6}$;

2) $\frac{x+3}{3}+\frac{x+4}{4}-3,5-\frac{x-3}{6}$;

3) $\frac{3-x}{3}-\frac{4-x}{4}+4,5-\frac{2-x}{6}$.

23. 1) x ning qanday qiymatida $3 \cdot (x-4)-2 \cdot (3-x)-8$ ifodaning son qiymati 7 ga teng bo'ladi?

2) x ning qanday qiymatida $\frac{3x-1}{5}-\frac{5x+1}{6}$ va $\frac{x+1}{8}-3$ ifodalarning son qiymatlari teng bo'ladi?

24. x ning istalgan qiymati tenglamaning ildizi bo'la olishini ko'rsating:

1) $4 \cdot (2,5-3x)-1,7x=5 \cdot (2-2,74x)$;

2) $2 \cdot (1,3x+0,25)-1,65x=0,95x+0,5$;

3) $3 \cdot (1,2x-0,5)-0,65x=2,95x-1,5$;

4) $2,8 \cdot (5x+3)-6,5x=3 \cdot (2,5x+2,8)$.

25. Tenglamaning ildizga ega emasligini ko'rsating:

1) $\frac{5x+7}{12}-\frac{4-x}{3}=\frac{8+3x}{4}$; 2) $\frac{x-6}{5}+\frac{7x-8}{15}=\frac{2x+11}{3}$;

3) $\frac{3x-7}{11}+\frac{x+5}{22}=\frac{19+7x}{22}$; 4) $0,8 \cdot (4x-2,5)+5 \cdot (2,4x-1,8)=(4 \cdot 3,8x-7)$.

26. Tenglamadan noma'lum x ni toping. a ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega bo'ladi:

1) $2x-3 \cdot (x-a)=3+a$; 2) $5a+7 \cdot (x-2)=3a+2x$?

27. a sonning tenglama cheksiz ko'p ildizga ega bo'ladigan qiymatini toping:

1) $2 \frac{3}{7}x-4=2 \frac{3}{7}x-a$; 2) $x-(7-4x)=(5x-a)$;

28. a ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega emas:

1) $3x-7=ax$; 2) $2x \cdot (5-3a)=1,8$?

29. Tenglamani yeching:

$$1) \frac{5x+7}{4} = \frac{7x+8}{5}; \quad 2) \frac{3-2x}{4-5x} = 2 \frac{6}{17} \cdot \frac{17}{72}; \quad 3) 7 \frac{9}{13} : 5,1 = 3 \frac{11}{13} : x.$$

30. 1) $\frac{x}{5} + 3,4 - \frac{3x-15}{4}$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $x_0^2 + 31$ ni toping.

2) $\frac{4x}{5} + 1,4 - \frac{2-3x}{2} = 16 + \frac{5x+30}{2}$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $612 : (-x_0)$ ni toping.

3) $\frac{3x-1}{5} - \frac{x}{8} - 0,125 = \frac{5x-11}{6} - 1$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $x_0^2 + 7x_0 + 2$ ni toping.

31. 1) $\frac{3x-2}{5} + \frac{4-x}{3} - \frac{2-x}{15} + 1$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $10x_0 : 3$ ni toping.

2) $3 \cdot (2,5x-2) - 4,5x + 1,8x = 0,5 \cdot (3x-2)$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $33 \cdot x_0 - 49$ ni toping.

3) $8 \frac{2}{3} : (4x-5) = 4 \frac{1}{3} : (4-3x)$ tenglamaning ildizi x_0 bo'lsa, $7x_0 + 0,9$ ni toping.

32. Al-Xorazmiy tenglamalarini yeching:

$$1) 110 - x + \frac{1}{3} \cdot (20 - x) - x = 4x; \quad 2) 300 - x + \frac{12}{33} \cdot (100 - 10 - x) - 20 = 2x;$$

$$3) 500 - x + 100 - \frac{x}{5} - \frac{3}{4}x = 2 \cdot \left(100 + x - \frac{3}{4}x\right);$$

$$4) 300 - x - \frac{x}{3} + 100 - \frac{x}{3} - x - \frac{x}{3} - 4 \cdot \left(x - \frac{x}{3}\right).$$

33. Tenglamani yeching:

$$1) \frac{x}{3} + \frac{x}{15} + \frac{x}{35} + \frac{x}{63} + \frac{x}{99} + \frac{x}{143} = 12; \quad 2) \frac{x}{4} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} + \frac{x}{42} + \frac{x}{56} + \frac{x}{72} = 34.$$

34. a ning qanday qiymatlarida tenglama yechimga ega emas:

$$1) ax + 1 = a; \quad 2) ax = 2x + 3; \quad 3) ax - 3 = a + 2x; \quad 4) ax + 5 = a - 2x?$$

35. a ning qanday qiymatlari da tenglama cheksiz ko'p yechimga ega:

$$1) ax - a = x - 1; \quad 2) ax + 1 = a + x.$$

3-§. Masalalarni tenglamalar yordamida yechish

Masalalarini tenglamalar yordamida yechish ikki bosqichdan iborat:

- 1) masala shartiga mos tenglama tuzish;
- 2) tuzilgan tenglamani yechish.

Masala. Olmalarni har bir yashikka 12,5 kg dan solish mo'ljalangan edi. Bu yashiklar o'rniغا har biriga 15,5 kg olma sig'adigan boshqa yashiklar olindi. Shunda mo'ljadlagidan 12 ta kam yashik talab qilindi. Yashiklarga hammasi bo'lib necha kilogramm olma joylangan?

1-usul. 1-bosqich. 1) yashiklarga jami x kg olma joylashgan bo'lsin;

2) olmalar kichik yashiklarga joylanganda $\frac{x}{12,5}$ dona yashik kerak bo'lardi;

3) olmalar katta yashiklarga joylanganda $\frac{x}{15,5}$ dona yashik kerak bo'lardi;

4) $\frac{x}{12,5} - \frac{x}{15,5}$ – yashiklar soni orasidagi farq;

5) masala shartiga ko'ra bu farq 12 ga teng:

$$\frac{x}{12,5} - \frac{x}{15,5} = 12.$$

Mana shu tenglama masala mazmuniga mos tenglamadir, u masala shartlarini o'zida aks ettiradi.

2-bosqichda shu tenglamani yechamiz: $15,5x - 12,5x = 12 \cdot 12,5 \cdot 15,5$; $3x = 12 \cdot 12,5 \cdot 15,5$; $x = (4 \cdot 12,5) \cdot 15,5$; $x = 50 \cdot 15,5 = 5 \cdot 155 = 775$ kg.

Javob: 775 kg. ■

2-usul. 1-bosqich.

1) x – katta yashiklar soni bo'lsin;

2) jami olmalar $15,5 \cdot x$ (kg) bo'ladi;

3) $(x+12)$ – kichik yashiklar soni;

4) $12,5 \cdot (x+12)$ (kg) – jami olmalar;

5) masala mazmunini aks ettiruvchi tenglama:

$$15,5x = 12,5 \cdot (x+12).$$

2-bosqich. Shu tenglamani yechamiz:

$$15,5x = 12,5 \cdot x + 12,5 \cdot 12; 15,5x - 12,5x = 150; 3x = 150; x = 50 \text{ (ta)}.$$

Katta yashiklar soni 50 ta ekan. Har bir katta yashikka 15,5 kilogrammdan olma joylashgan, demak, jami olmalar $15,5 \cdot 50 = 775$ (kg).

Javob: 775 kg. ■

□ **3-usul. I-bosqich.**

- 1) x – kichik yashiklar soni bo'lsin;
- 2) $(x-12)$ – katta yashiklar soni bo'ladı;
- 3) jami olmalar $12,5 \cdot x$ (kg) dan iborat;
- 4) ikkinchi tomondan, jami olmalar $15,5 \cdot (x-12)$ (kg);
- 5) masala mazmuniga mos tenglama:
$$15,5 \cdot (x-12) = 12,5 \cdot x.$$

2-bosqichda shu tenglamani yechamiz:

$$15,5 \cdot x - 15,5 \cdot 12 = 12,5 \cdot x; \quad 15,5 \cdot x - 12,5 \cdot x = 15,5 \cdot 12; \quad 3x = 15,5 \cdot 12; \\ x = 15,5 \cdot 4; \quad x = 62 \text{ (ta).}$$

Kichik yashiklar soni 62 dona ekan. Har bir kichik yashikka 12,5 kilogrammdan olma joylashgan, demak, jami olmalar $12,5 \cdot 62 = 775$ (kg).

Javob: 775 kg. ■

□ **4-usul (arifmetik usul).**

- 1) 12 ta kichik yashikka necha kilogramm olma joyylanadi?
$$12,5 \cdot 12 = 150 \text{ (kg);}$$
- 2) katta va kichik yashiklar sig'imi orasidagi farq necha kilogramm?

$$15,5 - 12,5 = 3 \text{ (kg);}$$

3) har bir katta yashikka 12,5 kg dan olma solinsa, 150 kg olma ortib qolar ekan. Har bir katta yashikka yana 3 kg dan olma solinishi kerak. Unda $150 : 3 = 50$ (ta) katta yashik kerak bo'ladı. Demak, katta yashiklar soni 50 ta ekan. U holda jami olmalar 775 kg ni tashkil qiladi.

Javob: 775 kg.

Javobning to'g'riligini masala shartidan foydalanib tekshirish mumkin.

- 1) har bir yashikka 12,5 kilogrammdan olma joylansa, 775 kg olmani joylash uchun nechta yashik kerak?
$$775 : 12,5 = 62 \text{ (ta);}$$
- 2) har bir yashikka 15,5 kilogrammdan olma joylansa, 775 kg olmani joylash uchun nechta yashik kerak?
$$775 : 15,5 = 50 \text{ (ta);}$$
- 3) olmalar faqat katta yashiklarga joylansa, nechta yashik kam talab etiladi?

$62 - 50 = 12$ (ta), ya'ni masala shartidagi 12 soni hosil bo'ldi, bu esa masalada izlanayotgan miqdor – jami olmalar necha kilogrammligi to'g'ri topilganini bildiradi. ■

36. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) Masalalarni tenglamalar yordamida yechish nechta bosqichdan iborat?
- 2) Shu bosqichlarni ayting.
- 3) Ikkita qopda 90 kg shakar bor. Birinchi qopdagiga shakarning 20%’i ikkinchi qopdagiga shakarning 25%’iga teng. Har bir qopda necha kilogrammdan shakar bor?
- Masalani: a) tenglama tuzib; b) arifmetik usulda yeching. Yechish bosqichlarini yozing.

Masalalarni tenglama tuzib yeching (37–49):

37. Ma’lum miqdordagi pul 5 kishiga bo’lib berilganida har bir kishiga a so’mdan tegadi. Xuddi shu pul 8 kishiga bo’lib berilsa, kishi boshiga tushgan pul qanchaga kamayadi?
38. Fotima pulining 0,2 qismini Zuhraga bergenida ularning pullari teng bo’ladi. Zuhra pulining $\frac{1}{3}$ qismini Fotimaga bersa, Fotimining jami puli 6000 so’m bo’ladi. Zuhraning puli necha so’m?
39. Bir kilogramining narxi 3000 so’m va 4200 so’m bo’lgan ikki xil mahsulot aralashtirilib, 1 kilogrami 3300 so’m bo’lgan 32 kg mahsulot hosil qilindi. Har bir mahsulotdan necha kilogrammdan olingan?
40. Uchta idish bor: A, B, C. A idishda biror moddaning $8l$ 20% li eritmasi bor. O’sha moddaning B idishda $4l$ 40% li, C idishda esa $4l$ 60% li eritmasi bor. A idishdagi eritmaning yarmi B ga solindi. B idishdagi aralashmaning yarmi C ga quyildi. C idishda endi moddaning necha foizli eritmasi bor?
41. Silindr shaklidagi katta idishni (sisternani) III quvur yopiq bo’lganda I quvur 12 soatda, II quvur 18 soatda to’ldiradi. Idish balandligining yarmisida o’rnatilgan III quvur to’la idishning yarmini 36 soatda bo’shatadi. Uchala quvur baravar ochib qo’yilsa, idish necha soatda to’ladi?
42. I va II quvurlar baravar ochilib, III quvur yopilsa, sisterna 36 soatda to’ladi. Sisterna balandligining (tubidan hisoblaganda) $\frac{1}{3}$ qismida o’rnatilgan III quvur to’la sisternaning $\frac{1}{3}$ qismini 18 soatda bo’shatadi. Uchala quvur bir vaqtda ochilsa, idish necha soatda to’ladi?

43. Idishda ma'lum miqdor suv bor. Agar idishga *al* suv quyilsa, idishning $\frac{1}{4}$ qismi to'ladi. Agar idishdagi dastlabki suvdan *al* olib tashlansa, idishning $\frac{3}{20}$ qismi to'la bo'ladi. Dastlab idishning qancha qismi to'la bo'lgan?
44. Koptok tashlangan balandligining $\frac{3}{5}$ qismiga qadar sakraydi. Bu koptokning 2 marta sakragandan keyingi balandligi 27 cm bo'lsa, koptok necha santimetr balandlikdan tashlangan?
45. 1 kg i 200 so'mdan olingan uzumning 3 kg idan 1 kg sharbat olinib, 720 so'mga sotildi. Uzumning narxi 50 so'mga arzonlashsa, avvalgi foydani saqlab qolish uchun sharbatning yangi narxi dastlabkisidan necha so'm arzon bo'lishi kerak?
46. 36 yoshdag'i otaning yoshi 3 ta bolasining yoshlari yig'indisidan 3 marta ortiq. Necha yildan so'ng otaning yoshi bolalari yoshlarining yig'indisiga teng bo'ladi?
47. 5 yil oldin otaning yoshi o'g'li yoshidan 7 marta ortiq edi. Otaning hozirgi yoshidan 5 yil keyin otaning yoshi o'g'li yoshidan 3 marta ortiq bo'ladi. Ota hozir necha yoshda?
48. 1) Ota 40 yoshda, o'g'li 12 yoshda. Necha yil avval otaning yoshi o'g'li yoshidan 5 marta katta bo'lgan?
 2) Ona qizidan 39 yosh katta. 7 yildan so'ng onanining yoshi qizi yoshidan 4 marta katta bo'ladi. Ona hozir necha yoshda? Qizi-chi?
49. Idishning $\frac{1}{3}$ qismi suv bilan to'la. Bu suvning $\frac{1}{4}$ qismi ishlataliganidan keyin unga 45 litr suv solinsa, idishning $\frac{1}{8}$ qismi bo'sh bo'ladi. Idishga jami necha litr suv ketadi?

Amaliy-tatbiqiy masalalar

50. Sinovda 60 ta savol berildi, har bir to'g'ri javob 5 ballga baholandi. 4 ta noto'g'ri javob uchun jarima sifatida bitta to'g'ri javob bekor qilinadi. Bu sinovda hamma savollarni belgilagan bir o'quvchi 225 ball olgan bo'lsa, u nechta savolga to'g'ri javob bergen?

51. Aravaning oldingi g'ildiragi aylanasi uzunligi keyingi g'ildiragi aylanasidan 0,5 m qisqa. 45 m masofada oldingi g'ildirak necha marta aylansa, 54 m masofada keyingi g'ildirak shuncha marta aylanadi. Har bir g'ildirak aylanasi uzunligini toping.
52. Aravaning oldingi g'ildiragi aylanasi uzunligi 1,5 m ga, keyingi g'ildiragi aylanasi uzunligi esa 2 m ga teng. Qanday masofada oldingi g'ildirak keyingisiga qaraganda 50 ta ko'p aylanadi?
53. 1) Bir son ikkinchisidan 7 taga ko'p. Agar sonlardan kichigini 4 ga, kattasini 5 ga bo'lsak, birinchi bo'linma ikkinchisidan 2 taga ortiq bo'ladi. Shu sonlarni toping.
2) Ikki sonning ayirmasi 68 ga teng. Agar sonlardan kattasini kichigiga bo'lsak, to'liqsiz bo'linma 5 ga va qoldiq 8 ga teng bo'ladi. Shu sonlarni toping.
54. Mis va ruxdan iborat qotishmaning og'irligi 24 N bo'lib, u suvga cho'ktirilganda o'z og'irligining $2\frac{8}{9}N$ ini yo'qotadi. Mis suvda o'z og'irligining $11\frac{1}{9}\%$ ini, rux esa suvda o'z og'irligining $14\frac{2}{7}\%$ ini yo'qotishi ma'lum bo'lsa, qotishmada mis va rux og'irliliklari qanchadan?
55. 1 kilogramining narxi 6 000 so'm va 8 400 so'm bo'lgan ikki xil mahsulot aralashtirilib, 1 kilogramni 6 600 so'm bo'lgan 32 kg mahsulot hosil qilindi. Har bir mahsulotdan necha kilogrammdan olingan?
56. Birinchi soatda sayyoohlар 3,5 km/h tezlik bilan yurishdi. Hisoblab ko'nishsa, bunday tezlik bilan yurilganda, manzilga mo'ljalidan 1 soat kech borilar ekan. Ular tezlikni 1,5 km/h ga oshirishdi va manzilga mo'ljaladagidan yarim soat oldin yetib kelishdi. Sayyoohlар necha kilometr yo'l yurishgan?
57. Ikki qishloq orasidagi masofa 9 km. Yo'l qiyalik va tekislikdan iborat. Piyoda qiyalikdan tepaga 4 km/h tezlik bilan ko'tarildi, tekis yo'lda 5 km/h tezlik bilan yurdi, qiyalikdan pastga esa 6 km/h tezlik bilan tushdi. Piyoda bir qishloqdan ikkinchisiga borish va kelishga 3 soat-u 41 minut sarflagan bo'lsa, yo'lning tekis qismi necha kilometrni tashkil qiladi?

58. Poyezd 40 km/h tezlik bilan ketyapti. Haydovchi ro'paradan kelayotgan va uzunligi 75 m bo'lган poyezd uning poyezdi yonidan 3 sekundda o'tib ketganini aniqladi. Ro'paradan kelayotgan poyezdnинг tezligi qancha bo'lган?
59. Mashina a km yo'lни v km/h tezlik bilan 1 soatda bosib o'tdi. v tezlikni 2 baravar oshirilsa, o'sha yo'lning uchdan birini necha soatda bosib o'tadi?
60. Sirojiddin buvisinikiga borish uchun avtobus, yengil mashina va poyezddan foydalanadi. U uyidan vokzalgaча bo'lган s masofani avtobusda bosib o'tdi. Uning poyezdda yurgan yo'li bu masofaning 100 baravarini tashkil qiladi. U poyezddan tushgach s masofaning 4 baravarini yana yengil mashinada bosib o'tdi. Sirojiddinning uyidan buvisinikigacha bo'lган masofa 1050 km bo'lsa, uning: a) yengil mashinada; b) poyezdda yurgan yo'li jami masofaning qancha qismini tashkil qilishini toping.
61. Ali bilan Valining pullari nisbati $\frac{8}{15}$. Alining pullari 25 % ga ko'payib, Valiniki 25 % kamaysa, pullarning nisbati qanday boilib qoladi?
62. Sotuvchi molining 20 % ini 40 % foyda bilan sotdi. Jami sotuvdan 32 % foyda ko'rish uchun u qolgan molini necha foiz foyda bilan sotishi kerak?
63. Bir-biriga tegib turadigan tishli uchta g'ildirakdan birinchisi 5 marta aylanganida, ikkinchi g'ildirak 6 marta, uchinchisi 10 marta aylanadi. Hamma tishlar soni 56 ta bo'lsa, kichik g'ildirakning tishi nechta?
64. Uchburchakning bir tomoni ikkinchisidan 4 cm uzun, uchinchisidan esa 3 cm qisqa. Agar uchburchakning perimetri 50 cm bo'lsa, uning tomonlari uzunliklarini toping.
65. Uchburchakning bir tomoni ikkinchisining 60 % ini tashkil qiladi, uchinchisidan esa 4 cm qisqa. Agar uchburchakning perimetri 48 cm bo'lsa, uning tomonlari uzunliklarini toping.
66. Ikki shahar orasidagi masofani yo'lovchi poyezdi yuk poyezdiga nisbatan t soat tez bosib o'tadi. Agar yo'lovchi poyezdining tezligi v_1 km/h, yuk poyezdiniki v_2 km/h va $v_1 > v_2$ bo'lsa, shaharlar orasidagi masofani toping.

67. A va B shaharlar orasidagi masofa a km. Poyezd A dan B ga v_1 km/h tezlik bilan, B dan A ga esa v_2 km/h tezlik bilan yurdi. Borish va kelishdag'i jami yo'lni poyezd o'rtacha qanday tezlik bilan o'tgan?

1-savol. A dan B ga borish uchun poyezd necha soat sarflagan?

Poyezdnинг A dan B ga borish uchun ketgan vaqtini t_1 bilan belgilaylik. $s=v \cdot t$ yo'l formulasidan $t=\frac{s}{v}$. Bu formulaga asosan $t_1=\frac{a}{v_1}$ (soat).

2-savol. B dan A ga kelish uchun poyezd necha soat vaqt sarflagan?

Poyezdnинг B dan A ga kelish uchun ketgan vaqtini t_2 bilan belgilaylik. $t=\frac{s}{v}$ formulaga ko'ra $t_2=\frac{a}{v_2}$ (soat).

3-savol. Hammasi bo'lib poyezd necha soat yo'l yurgan?

$$t_1 + t_2 = \frac{a}{v_1} + \frac{a}{v_2} = \frac{av_1 + av_2}{v_1 v_2} \quad (\text{soat}).$$

4-savol. Poyezd borish va kelishda hammasi bo'lib necha kilometr yo'l yurgan?
 $a+a=2a$ (km).

5-savol. Poyezd jami yo'lni o'rtacha qanday tezlik bilan o'tgan?

$$\frac{2a}{t_1 + t_2} = \frac{2a}{\frac{av_1 + av_2}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} \quad (\text{km/h}).$$

Javob: $\frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ km/h. ■

68. Beshik ustasi Ahmad ota boshliq korxona buyurtmani n kunda bajarishi kerak edi. U har kuni rejadan tashqari k dona beshik tayyorlab, m kunda topshiriqni bajarib, bundan tashqari yana d ta beshik tayyorladi. Korxona avval bir kunda nechta beshik tayyorlashi kerak edi?

69. Birinchi qopda a kg, ikkinchi qopda b kg guruch bor edi. Ikkinchi qopdan birinchi qopdan olinganiga qaraganda n marta ko'p guruch olishdi. Natijada, birinchi qopda ikkinchisidagiga qaraganda k marta ko'p guruch qoldi. Har bir qopdan necha kilogrammdan guruch olishgan?

68- va 69- masalalarda javobni tahlil qiling: harflarning qanday qiymatlarida masala ma'noga ega?

Masalani yechishning quyidagi usullari bor:

1. Algebraik usul. Bu usulda masalada topilishi talab etilgan noma'lum miqdor biror harf bilan belgilanadi. Masala mazmunidan kelib chiqib, bu noma'lum va masalada berilgan miqdorlar orasidagi bog'lanish o'rnatiladi. Bu bog'lanish masala shartlariga mos keladigan tenglamadir. Tuzilgan tenglama yechiladi va bu yechim, zarur bo'lsa, masala shartini qanoatlantirishi tekshiriladi. Demak, masalani algebraik usulda yechish shu masalaga mos tenglamani yechishga keltiriladi. Algebraik usulning afzalligi shundaki, bunda mazmun jihatidan turlicha bo'lgan masalalar bitta tenglamaga keltirilishi mumkin.

2. Arifmetik usul. Bu usulda tenglama tuzilmaydi. Har bir masalaga o'ziga xos yondashiladi, masalada berilgan miqdorlar orasidagi bog'lanish mulohazalar yordamida, yo'naltiruvchi savollar berish yo'li bilan o'rnatiladi.

3. Avvalgi paragrafda bitta masalani tenglama tuzib (algebraik usulda) va arifmetik usulda yechgan edik. Masala yechishning e'tiborga loyiq yana bir usuli bor, bu usul ham qadimdan ma'lum. Uni „masalada keltirilgan amallar tartibini va amallarning o'zini ham teskarisiga o'zgartirish“ usuli deyish mumkin.

1-masala. Alijon bir qop kartoshkani bozorga olib keldi. Agar u 1 kg kartoshkani 1650 so'mdan sotsa, 8140 so'm zarar ko'radi. Agar 1 kilogramini 1980 so'mdan sotsa, 16280 so'm foyda ko'radi. Qopda necha kilogramm kartoshka bor?

Algebraik usul.

Qopda x kg kartoshka bor, deylik. U holda $1650 \cdot x$ – kartoshkaning 1 kilogrami 1650 so'mdan sotilganda tushadigan pul;

$1980 \cdot x$ – kartoshkaning 1 kilogrami 1980 so'mdan sotilganda tushadigan pul.

Bir qop kartoshkaning narxi $1650 \cdot x + 8140$ so'm bo'lsa, Alijon zarar ko'rmaydi. $(1980 \cdot x - 16280)$ so'm bo'lsa, u foyda ko'rmaydi.

Masala shartiga muvofiq ushbu $1980 \cdot x - 16280 = 1650 \cdot x + 8140$ tenglamani hosil qilamiz. Bundan $1980 \cdot x - 1650 \cdot x = 16280 + 8140$; $330 \cdot x = 24420$; $x = 24420 : 330$; $x = 74$ (kg).

Javob: qopda 74 kg kartoshka bor. ■

Arifmetik usul.

1-savol. Qimmatga sotilgan 1 kg kartoshka bilan arzonga sotil-

gan 1 kg kartoshkaning narxida qancha farq bor? $1980 - 1650 = 330$ (so'm).

2-savol. Olinadigan foyda va ko'rildigan zarar orasidagi farq necha so'm?

$$16280 - (-8140) = 16280 + 8140 = 24420 \text{ (so'm).}$$

3-savol. Foyda-zarar orasidagi bu farqlar necha kilogramm kartoshka sotilganda hosil bo'ladi?

$$24420 : 330 = 74 \text{ (kg).} \blacksquare$$

2-masala. Men bir son o'yladim. Uning 3 baravariga 10 ni qo'shdim va natijani 10 ga bo'ldim. Bo'linmaning $\frac{4}{5}$ qismiga 3 ni qo'shgandim, 11 hosil bo'ldi. Men o'yangan sonni toping.

□ **1-usul.** (*Algebraik usul.*) O'yangan sonni x deb belgilaymiz. O'yangan son x ustida bajarilgan amallarni masalada aytish tar比ida yozib chiqaylik:

1-ish. O'yangan sonning uch baravari: $3x$;

2-ish. Natijaga 10 ni qo'shish: $3x + 10$;

3-ish. Yig'indini 10 ga bo'lish: $(3x + 10) : 10$;

4-ish. Bo'linmaning $\frac{4}{5}$ qismini topish: $((3x + 10) : 10) \cdot \frac{4}{5}$;

5-ish. Natijaga 3 ni qo'shish: $((3x + 10) : 10) \cdot \frac{4}{5} + 3$.

Masala shartiga ko'ra shu 5 ta „ish“ natijasi 11 ga teng: $((3x + 10) : 10) \cdot \frac{4}{5} + 3 = 11$.

Masalaga mos chiziqli tenglama hosil qildik. Uni o'zingiz mustaqil yeching, shunda o'yangan son $x=30$ ekanini topasiz.

Javob: o'yangan son 30 ga teng. ■

□ **2-usul.** Bu usulda masalani yechish, unda aytilan oxirgi amalga teskari amaldan boshlanadi. Masalada oxirgi 5-ishda bajarilgan amal qo'shish amalidir, buning natijasida mos ifodaga 3 ni qo'shib, 11 hosil bo'lgani aytigan. Qo'shish amaliga teskari amal ayirish bo'lgani uchun biz 11 dan 3 ni ayiramiz va bu masalani hal etishdagi 1-ish bo'ladi:

1-ish. $11 - 3 = 8$.

2-ish. Masaladagi 4-ish $\frac{4}{5}$ ga ko'paytirish edi. Biz 8 ni $\frac{4}{5}$ ga bo'lamiz: $8 : \frac{4}{5} = 8 \cdot \frac{5}{4} = 10$.

3-ish. Masalada 3-ish 10 ga bo'lish edi. Biz natijani 10 ga ko'paytiramiz: $10 \cdot 10 = 100$.

4-ish. Masalada 2-ish 10 ni qo'shish edi. Biz avvalgi natijadan 10 ni ayiramiz: $100 - 10 = 90$.

5-ish. Masaladagi 1-ish o'ylangan sonni 3 ga ko'paytirish edi. Biz chiqqan natijani 3 ga bo'lamic: $90 : 3 = 30$. Demak, o'ylangan son 30 ekan. ■

Masalaning bu usulda yechiliishi chizmada yaqqolroq tasvirlanishi mumkin. Shunday chizmani o'zingiz chizib, bunga ishonch hosil qiling.

70. Masalani ikki usulda yeching:

Feruza bir son o'yladi. Uni 6 ga ko'paytirib, 9 ga bo'ldi. Natijadan 5 ni ayirdi. Hosil bo'lgan sonning 40% ini 2 ga bo'lgan edi, 5 chiqdi. Feruza o'ylagan sonni toping.

Bu masala yechilishini chizmada ham tasvirlang.

Masalalarni turli usullarda yeching (71–91):

Giyosiddin Jamshid al-Koshiyning „Hisob ilmi kaliti“ asaridagi masalalar (79–80):

71. Oltin va durdan yasalgan bezakning og'irligi 3 misqol, bahosi 24 dinor. 1 misqol oltin 5 dinor, 1 misqol dur 15 dinor bo'lsa, bezakda necha misqoldan oltin va dur bor?
72. O'ylangan sonni 2 ga ko'paytirib, hosil bo'lgan songa 1 qo'shilsa, yig'indini 3 ga ko'paytirib, ko'paytmaga 2 qo'shilsa, so'ng hosil bo'lgan son 4 ga ko'paytirilib, bu ko'paytmaga 3 qo'shilsa, 95 hosil bo'ladi. O'ylangan sonni toping.
73. 1) 20% li sharbat hosil qilish uchun necha litr qaynagan suvga 200 gramm shakar qo'shish kerak?
2) Idishning $\frac{1}{5}$ qismi bo'sh. Idishdagi suvning qancha qismi qadar suv quyilsa, idish to'ladi?
74. Simning uchidan $\frac{1}{3}$ qismi kesilsa, simning o'rta nuqtasi boshlang'ich holdagidan 4 cm ga o'zgaradi. Dastlab simning uzunligi qancha bo'lgan?
75. Sonning o'ndan biridan 10 ni olib, ayirmaning 0,1 qismini hisoblasak, 10 hosil bo'ldi. Shu sonni toping.

76. Sotuvchi bir to‘p gazlamaning dastlab $\frac{4}{9}$ qismi va 10 metrini, keyin $\frac{1}{3}$ qismidan 8 m kamini va so‘ngra qolgan 18 metrini sotdi. Ikkinchisi galda necha metr gazlama sotilgan?
77. Rasul avval pulining $\frac{2}{5}$ qismidan 250 so‘m ortig‘ini, keyin qolganining $\frac{3}{5}$ qismidan 250 so‘m kamini ishlatdi. Shunda o‘zida 3750 so‘m pul qoldi. Rasulning jami puli dastlab necha so‘m bo‘lgan?
78. (*Qadimgi masala.*) Ota katta o‘g‘liga tangalarining $\frac{1}{13}$ qismini, kichik o‘g‘liga esa qolgan tangalarining $\frac{1}{17}$ qismini berdi. Shundan so‘ng otada 384 ta tanga qoldi. Dastlab unda qancha tanga bo‘lgan?
79. (*Qadimgi hind masalasi.*) Asalarilarning beshdan biri oq gullarga, uchdan biri qizil gullarga qo‘ndi. Ular ayirmasining uch baravari sariq gullardan bol yig‘ishmoqda. Faqat bittagina asalari gullar iforidan bahra olib, uchib yuribdi. Qani aytинг-chi, gulzorda qancha asalari bor edi?
80. Arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm, keyin qolgan arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm, so‘ngra bundan qolgan arqonning yarmi va yana $\frac{1}{2}$ dm qirqib olindi. Shundan so‘ng jami arqondan 12 dm qoldi. Dastlab arqonning uzunligi qancha bo‘lgan?
81. Said otada qo‘y va tovuqlar bor. Ular boshlarining umumiyligi so‘ni 172 ta, oyoqlarining soni esa 434 ta. Said otaning nechta qo‘yi, nechta tovug‘i bor?
82. 5 tonna va 10 tonna yuk ko‘taradigan 58 ta mashina bilan 465 tonna yukni tashishdi. Yuk tashishda qancha 5 tonnalik va qancha 10 tonnalik mashinalar band bo‘lgan?
83. Ikki sonning yig‘indisi 120 ga teng. Sonlardan birini 3 ga, ikkinchisini 2 ga ko‘paytirib, natijalarni qo‘shsak, 293 hosil bo‘ladi. Shu sonlarni toping.

84. Ikki sonning ayirmasi 150 ga teng. Sonlarning kattasini 2 ga, kichigini 3 ga ko'paytirib, biridan ikkinchisini ayirsak, 201 hosil bo'ladi. Shu sonlarni toping.
85. Bitta daftar va bitta ruchka birgalikda 210 so'm turadi. 4 ta daftar va 3 ta ruchka birgalikda 720 so'm turadi. Bitta daftar va bitta ruchkaning narxini toping.
86. Bitta qurut va bitta xo'rozqand birgalikda 55 so'm turadi. 6 ta qurutning puliga 5 ta xo'rozqand sotib olish mumkin. Bitta qurut necha so'm turadi? Bitta xo'rozqand-chi?
87. Sondan uning beshdan biri va yettidan biri ayirilsa, 115 qoladi. Sonning o'zini toping.
88. Doira 8 ta qismga (sektorga) shunday bo'linganki, har bir sektorning burchagi unga qo'shni bo'lgan har bir sektor burchagidan 10° ga farq qiladi. Sektorning burchaklarini toping. (Masala 8 xil yechimga ega. Shu yechimlarni toping.) Mos shakllar chizing.
89. Donning namligi quritilgach, $p\%$ dan $q\%$ ga tushdi ($p > q$). Donning massasi necha foizga kamaygan?
 Donning dastlabki massasini a kg desak, undagi quruq modda miqdori $a - \frac{a \cdot p}{100} = \frac{a(100-p)}{100}$ kg bo'ladi. Bu esa quritilgan don massasining $(100-q)\%$ i ga teng. U holda donning quritilgandan keyingi massasi $\frac{a(100-p)}{100} : \frac{100-q}{100} = \frac{a(100-p)}{100-q}$ kilogrammga teng bo'ladi. Demak, donning dastlabki massasi $a - \frac{a \cdot (100-p)}{100-q} = \frac{a(p-q)}{100-q}$ kilogrammga kamayadi. Bu esa dastlabki don massasining $\frac{(p-q)}{100-q} \cdot 100\%$ ini tashkil qiladi. ■
90. Donning namligi 24 % edi. U quritilgach namligi 14 % bo'ldi. Donning massasi necha foizga kamaydi?
91. Yangi uzilgan bodringdagi suv miqdori 99 % ga teng. Ma'lum muddat o'tgach, bodringlarning nami qochdi va hozir undagi suv miqdori 98 % ni tashkil etadi. 1) Avval 1 tonna bo'lgan

- bodring hozir necha kilogramm bo'lib qoldi? 2) Hozir 300 kg bo'lgan bodring uzilganida necha kilogramm bo'lgan?
92. (*Qadimgi masala.*) Kulol 25 ta ko'zani bozorga olib borish uchun arava yolladi. Bozorga olib kelingan har bir butun ko'za uchun kulol aravakashga 1 500 so'm beradi. Sindirib qo'yilgan har bir ko'za uchun aravakash kulolga 5 000 so'm to'laydi. Yo'lda bir necha ko'za sinib qolibdi va kulol aravakashga 18 000 so'm berdi. Nechta ko'za bezorga sinmay kelgan?
93. Ikkala to'pda birligalikda 120 m adres bo'lib, birinchi to'pda ikkinchisiga qaraganda 24 m adres kam edi. Ikkinchi to'pdan birinchesiga qaraganda 2 marta ko'p adres sotildi. Natijada, birinchi to'pda ikkinchisiga qaraganda 1,5 marta ko'p adres qoldi. Har bir to'pdan necha metr dan adres sotilgan?
- a) 14 m, 21 m; b) 20 m, 30 m;
 c) 24 m, 36 m; d) 30 m, 60 m.



Mantiqiy masalalarni jadval yordamida yechish

1-masala. Kosa, ko'za, stakan va bankaga qatiq, sut, ayron va suv quyilgan. Ma'lumki, suv va qatiq kosada emas, bankada sut ham, suv ham yo'q, sutli idish ko'za va ayronli idishlar orasida turadi. Stakan banka va qatiqli idish yonida turibdi. Qaysi idishda qanday suyuqlik joylashganligini aniqlang.

□ Jadval tuzamiz: uning ustuniga suyuqliklarni, qatori (satri)ga idishlar nomlarini yozamiz. Jadvalda suv va qatiq kosada emasligi, bankada sut ham, suv ham yo'q ekanligini belgilaymiz.

Sutli idish ko'za va ayronli idishlar orasida turishi ko'zada sut va ayron yo'qligini bildiradi. Stakanning banka va qatiqli idish yonida turishi qatiq stakanda ham, bankada ham emasligini bildiradi. Bu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

	Kosa	Ko'za	Stakan	Banka
Qatiq	-		-	-
Sut		-		-
Ayron				
Suv	-			-

Jadvaldan qatiqning kosada ham, stakanda ham, bankada ham emasligidan uning ko'zada ekanligi ko'rinish turibdi. Ko'zada qatiq borligidan ko'zada ayron va suv bo'lmasisligi kelib chiqadi. Bu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

	Kosa	Ko'za	Stakan	Banka
Qatiq		+		
Sut		-		-
Ayron		-		
Suv	-	-		-

Bankada qatiq, suv va sutning yo'qligi bankada ayron borligini bildiradi:

	Kosa	Ko'za	Stakan	Banka
Qatiq	-	+	-	-
Sut		-		-
Ayron		-		+
Suv	-	-		-

Demak, ayron kosa va stakanda emasligi aniq bo'ldi. Nihoyat, sutning kosada ekanligini va bundan sutning stakanda bo'lmasligini belgilaymiz.

	Kosa	Ko'za	Stakan	Banka
Qatiq	-	+	-	-
Sut	+	-	-	-
Ayron	-	-	-	+
Suv	-	-		-

Bundan stakanda suv borligi aniq bo'ldi.

	Kosa	Ko'za	Stakan	Banka
Qatiq	-	+	-	-
Sut	+	-	-	-
Ayron	-	-	-	+
Suv	-	-	+	-

Javob: ko'zada qatiq, kosada sut, bankada ayron, stakanda suv bor. ■

Keyingi masalalarda jadvallarni to'ldirish jarayoni birmuncha qis-qaroq bayon qilingan.

2-masala. Uch o'rtoq-Soli, Karim va Muslim bir maktabda o'qishadi. Ularning familiyalari Parpiyev, Saidov va Ikromov. Soli 7-sinfda o'qiydi, Karimning onasi muhandis. Ikromov 6-sinfda o'qiydi, uning onasi hisobchi. Soli va Saidov turli futbol jamoalariga ishqibozlik qiladilar. O'quvchilarning familiyalarini toping.

□ **Yechitishi.** Ismlar va familiyalardan iborat jadvalni tuzaylik:

	Soli	Karim	Muslim
Parpiyev			
Saidov			
Ikromov			

Endi berilgan ma'lumotlarni tahlil qilib, uni quyidagi cha to'ldiramiz: rost bo'lgan, to'g'ri moslikka „+“, to'g'ni bo'lmasligi moslikka esa „-“ belgilarini qo'yib, jadval kataklarini to'ldiramiz.

Solining 7-sinfda o'qishi va Ikromovning 6-sinfda o'qishidan Solining Ikromov emasligi kelib chiqadi. Bundan tashqari, Soli va Saidov turli futbol jamoalarining ishqibozi ekanligidan Solining Saidov emasligi kelib chiqadi.

Demak, Solining Saidov ham, Ikromov ham emasligidan Solining familiyasi Parpiyev ekanligi kelib chiqadi.

Bu Parpiyevning ismi Karim yoki Muslim bo'la olmasligini bilsirdi.

Shu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

	Soli	Karim	Muslim
Parpiyev	+	-	-
Saidov	-	+	-
Ikromov	-	-	+

Tahlilni davom ettiramiz.

Karimning onasi muhandis. Ikromovning onasi hisobchiligidan Karimning Ikromov emasligi va Karim Saidov ekanligi kelib chiqadi. Natijada, Saidov Muslim emasligi va nihoyat Muslim Ikromovligi kelib chiqadi. Shu ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz:

	Soli	Karim	Muslim
Parpiyev	+	-	-
Saidov	-	+	-
Ikromov	-	-	+

Javob: Soli Parpiyev, Karim Saidov va Muslim Ikromov. ■

3-masala. Jurnalist korxonaga hisobchi, muhandis va mexanik Fayozov, G'iyosov va Diyorovlar bilan suhbatlashish uchun keldi. Tanishi unga quyidagi ma'lumotlarni berdi:

- Diyorov hisobchi emas;
- Fayozov muhandis emas;
- Diyorov muhandis emas;
- G'iyosov mexanik emas.

Jurnalist xodimlar bilan suhbatlashganidan so'ng aytilgan to'rtta ma'lumotdan faqat bittasi haqiqatga to'g'ri kelishini bilib oldi. Xodimlarning mutaxassisligini aniqlang.

□ Bu masalani yechishda asosiy e'tiborni to'rtta gapning bittasi rost ekanligiga qaratamiz. Bunda birinchi gap rost bo'lib, qolgan uchtasi yolg'on bo'lsin, ikkinchi gap rost bo'lib, qolganlari

yolg'on bo'lsin va hokazo hollarni ko'ramiz. Jadval ko'rinishida bu quyidagicha bo'ladi:

Aytilgan gaplar	1-hol	2-hol	3-hol	4-hol
Diyorov hisobchi emas	+	-	-	-
Fayozov muhandis emas	-	+	-	-
Diyorov muhandis emas	-	-	+	-
G'iyosov mexanik emas	-	-	-	+

1-hol: birinchi gap rost bo'lib, qolganlari yolg'on.

Bu holda: Diyorov hisobchi emas, Fayozov muhandis, Diyorov muhandis, G'iyosov mexanik. Ko'tinib turibdiki, bu holda ziddiyat bor, ya'ni ikkita xodim Fayozov va Diyorov muhandis, degan xulosa kelib chiqdi. Demak, birinchi gap rost emas.

2-hol: Diyorov hisobchi; Fayozov muhandis emas; Diyorov muhandis; G'iyosov mexanik. Bu holda ham ziddiyat bor, ya'ni bir xodim ikkita kasb egasi ekanligi kelib chiqdi. (Diyorov hisobchi va muhandis.)

3-hol: Diyorov hisobchi, Fayozov muhandis, Diyorov muhandis emas, G'iyosov mexanik. Bu holda ziddiyat yo'q va xodimlarning kasbi aniq ko'rsatilgan.

Javob: Diyorov hisobchi, Fayozov muhandis, G'iyosov mexanik ekan. ■

4-masala. Uch dugona – Nodira, Vasila va Malika oq, qizil va qora ko'yylaklarda „Navro'z“ bayramiga kelishdi. Ularning oyoq kiyimlari ham shu ranglarda. Faqat Nodiraning ko'ylagi va oyoq kiyimi bir xil rangda. Vasilaning ko'ylagi ham, oyoq kiyimi ham qora rangda emas, Malikaning oyoq kiyimi qizil rangda. Har bir qizning ko'ylagi va oyoq kiyimining rangini aniqlang.

|| Bu masalani ham jadval usulida yechamiz.

Ranglar	oq		qizil		qora	
Ismlar	ko'yak	oyoq kiyim	ko'yak	oyoq kiyim	ko'yak	oyoq kiyim
Nodira						
Vasila						
Malika						

Mavjud ma'lumotlardan foydalanib, jadvalni to'ldiramiz. Rost bo'lgan, to'g'ri bo'lgan gapni 1 bilan, noto'g'ri gapni esa 0 bilan belgilaymiz.

- Vasilaning ko'ylagi ham, oyoq kiyimi ham qora rangda emasligini belgilaymiz.
- Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan ko'ylagi qizil emasligi kelib chiqadi.
- Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan boshqa qizlarning oyoq kiyimi qizil emasligi kelib chiqadi.
- Xuddi shunday, Malikaning oyoq kiyimi qizil rangdaligidan oyoq kiyimi qora va oq emasligi kelib chiqadi.
- Vasila va Malikaning oyoq kiyimlari qora emasligidan Nodiraning oyoq kiyimi qora ekanligi kelib chiqadi.
- Nodiraning oyoq kiyimi qoraligi va qizil emasligi uning oyoq kiyimi oq ham emasligini bildiradi.
- Nodira va Malikaning oyoq kiyimlari oq rangda emasligidan Vasilaning oyoq kiyimi oq rangda ekanligi kelib chiqadi.
- Nodiraning oyoq kiyimi qoraligi va faqat Nodiraning ko'ylagi va oyoq kiyimi bir xil rangdaligidan Nodiraning ko'ylagi qoraligi kelib chiqadi.
- Nodiraning ko'ylagi qoraligidan Nodiraning ko'ylagi oq va qizil emasligini va Malikaning ko'ylagi qora emasligini jadvalda belgilaymiz.
- Qizlarning ko'ylagi va oyoq kiyimlari bir xil emasligi, Malikaning oyoq kiyimi qizil, Vasilaniki oqligidan Malikaning ko'ylagi oq, Vasilaniki qizil ekanligi kelib chiqadi.

Ranglar	oq		qizil		qora	
Ismlar	ko'yak	oyoq kiyim	ko'yak	oyoq kiyim	ko'yak	oyoq kiyim
Nodira	0	0	0	0	1	1
Vasila	0	1	1	0	0	0
Malika	1	0	0	1	0	0

Javob: Nodiraning ko'ylagi va oyoq kiyimlari qora, Vasilaning ko'ylagi qizil va oyoq kiyimi oq, Malikaning ko'ylagi oq va oyoq kiyimi qizil.

Mashqlar

- Bayramda Oppog'oy, Qizil Qalpoqcha, Qora botir ismli ertak qahramonlari uchrashishdi. Ularning ko'yaklari oq, qizil va qora rangda ekan. Oq ko'yaklisi Qora botir: „Har birimizdagи ko'yak rangi ismimizga mos emas-ku!“ dedi. Kim qanday ko'yak kiygan?

- Aziza, Vazira, Gullola va Nodira aylana bo'ylab turishibdi. Yashil ko'ylakli qiz (u Aziza ham emas, Vazira ham emas ekan) ko'k ko'ylak kiygan qiz bilan Nodira orasida. Oq ko'ylakli qiz qizil ko'ylakli qiz va Vazira orasida turibdi. Kim qanday ko'ylak kiygan?
- Qo'shnilarimizda 5 nafar o'g'il bola katta bo'lmoqda: Ali, Botir, Vali, G'ulom va Doniyor. Ular turli yoshda: biri 1 yoshda, ikkinchisi 2 yoshda, qolganlari esa 3, 4 va 5 yoshda ekan. Eng kichigi Vali ekan, Alining va G'ulomning yoshlарini qo'shsa, Doniyorning yoshi kelib chiqadi. Botir necha yoshda? Yana kimning yoshini aniqlasa bo'ladi?
- Alisher, Bobur va Ahad bir sinfda o'qir ekan. Ulardan biri maktabdan uyga avtobusda, biri „Damas“da, uchinchisi esa „Cobalt“da qatnar ekan. Bir kuni Alisher do'sti bilan avtobus bekatigacha yetib borganida, uchinchi bola oynadan „Bobur, sen daftaringni mактабда esdan chiqarib qoldiribsан“, deb qichqirdi. Kim uyiga qanday transportda qatnaydi?



Graflar. Toq darajali uchlар sonining juft-toqligi

Masalalami yechishda obyektlarni nuqtalar, ular orasidagi bog'lanishlarni esa chiziqlar bilan tasvirlash ancha qulaylik tug'diradi.

1-masala. Mahallada 9 ta xonodon bor. Ma'lumki, Ikrom va Alisher – Parpining qo'shnilar, Murod – Ikrom va Samandarning qo'shnisi, Vali – Dilmurod va Nozimning qo'shnisi, Erkin esa Nozimning qo'shnisi. Boshqa qo'shnilar yo'q. Parpi devorlardan oshib Nozimnikiga bora oladimi? (Umumiy devorga ega bo'lgan xonodonlar qo'shni hisoblanadi.)

Xonadonlarni nuqtalar bilan tasvirlaymiz va qo'shni xonadonlarni kesishmaydigan chiziqlar bilan tutashtiramiz (1-rasm). Rasmdan Parpi devorlardan oshib Nozimnikiga bora olmasligi ko'rinish turibdi.



1-rasm.



Nuqtalar va ularning ayrimlarini tutashtiruvchi chiziqlardan tashkil topgan shakl **graf** deyiladi. Nuqtalar grafning **uchlari**, tutashtiruvchi chiziqlar esa **qirralari** deyiladi.

Grafning qirra bilan tutashtirilgan ikkita uchi *qo'shni uchlar* deyiladi. Ikkita uchni tutashtiruvchi qirralar ketma-ketligi *yo'l* deyiladi.

1-masalada grafning P va N uchlarini tutashtiruvchi *yo'l* mavjud emasligi isbotlangan.

Graflar nazariyasi hozirgi kunda matematikaning eng jadal rivojlanayotgan sohasiga aylandi. Graflar nazariyasi bo'yicha tadqiqotlar natijalari inson faoliyatining turli sohalarida qo'llaniladi. Ulardan ba'zilari quyidagilardir: boshqotirmalarni hal qilish; qiziqarli o'yinlar; yo'llar, elektr zanjirlari, integral sxemalar va boshqarish tizimlarini loyihalashtirish; avtomatlar, blok-sxemalar va kompyuter das-turlarini tadqiq qilish va hokazo.

2-masala. 5 nafar bolalar guruhida har bir bola aynan 2 nafar bola bilan tanish bo'lishi mumkinmi?

Tegishli graf chizaylik:



yoki



. 2-rasm.

Demak, masaladagi vaziyat bo'lishi mumkin ekan.

Graf uchidan chiqqan qirralar soni shu uchning *darajasi* deyiladi. Masalan, 3-rasmida tasvirlangan grafda A uchning darajasi 3 ga, B uchning darajasi 2 ga, C uchning darajasi esa 1 ga teng.



3-rasm.

Darajasi *toq* son bo'lgan uch *toq uch*, darajasi *juft* son bo'lgan uch *juft uch* deyiladi. 3-rasmidagi grafda faqat A va C uchlar *toq* uchlar, qolgan uchlar esa *juft* uchlar bo'ladi.

3-masala.

1. Firmada 50 ta kompyuter o'rnatilgan. Ulardan ayrimlari sim bilan tutashtirilgan bo'lishi kerak. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqishi lozim bo'lsa, jami nechta sim kerak?

2. Grafda 40 ta uch, har birining darajasi 7 ga teng. Grafning qirralari nechta?

3. Konsertda har bir ashulani ikkita san'atkor birgalikda ijro et-

di, bunda hech qanday juftlik sahnaga birgalikda bir martadan ko'p chiqmagan. Jami bo'lib konsertda 12 nafar san'atkor ishtirok etdi, bunda har biri 5 marta ashula kuyladi. Jami nechta ashula ijro etildi?

Javob: a) 200 ta sim; b) 140 ta qirra; d) 30 ta ashula.

□ a) Simning ikkita uchi bor. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqqan. Demak, jami $50 \cdot 8 = 400$ ta uch va $\frac{400}{2} = 200$ ta sim kerak.

b) Fikrimizda har bir qirrani sim deb, har bir uchni esa kompyuter deb faraz qilaylik. Bunda grafning qirralari soni $\frac{40 \cdot 7}{2} = 140$ ga teng.

d) Birga ijro etgan ikki nafar san'atkorni qirra bilan tutashtiramiz. Har birining darajasi 5 ga teng bo'lgan 12 ta uchli graf hosil bo'ladi. Bunda har bir qirra bitta ashulaga mos. Oldingilarga ko'ra, grafning qirralari soni $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$ ga teng, ya'ni jami 30 ta ashula ijro etildi. ■

 **1-teorema.** *Graf uchlarning darajalari yig'indisi qirralar sonining ikkilanganiga teng.*

Grafda n ta uch, har birining darajasi, ya'ni har biridan chiqqan qirralar soni d_1, d_2, \dots, d_n bo'lsin. Har bir qirra ikkita uchni tutashtirgani uchun grafning qirralari soni $\frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{2}$ ga teng. ■

 **Natija.** *Har qanday grafning uchlari darajalari yig'indisi juft bo'ladi.*

4-masala. Grafning uchlari quyidagi darajalarga ega bo'lishi mumkinmi:

- a) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2;
b) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1;
d) 6, 6, 6, 5, 3, 2, 2?

a) 8 ta uchi bor grafda 8 darajali uch mavjud bo'lishi mumkin emas.

b) Agar har bir uch bilan tutashgan ikkita uch mavjud bo'lsa, u holda qolgan uchlarning har bir darajasi 2 dan kichik bo'la olmaydi.

d) Uchlarning darajalari yig'indisi juft bo'lishi kerak. ■

5-masala. Mahallaga 13 ta telefon o'rnatilmoqda. Har bir telefon aynan 7 ta telefon bilan sim orqali ularni mumkinmi?

□ Mos bo'lgan grafda 13 ta uchi bo'lib, ulardan har birining darjası 7 ga teng. Shu grafning darajalari yig'indisi $13 \cdot 7 = 91$ toq songa teng. 1-teoremaning natijasiga ko'ra, bunday holat bo'lishi mumkin emas. ■

6-masala. Mamlakatning har bir shahridan aynan 3 ta yo'l chiqmoqda. Mamlakatda jami bo'lib 100 ta yo'l bo'lishi mumkinmi?

□ Mamlakatda k ta shahar bo'lsa, u holda jami $\frac{3k}{2}$ ta yo'l bor. Bu ifoda esa hech qanday k uchun 100 ga teng bo'lmaydi. ■

 **2-teorema.** Ixtiyoriy grafda toq uchlari soni juft son bo'ladi.

○ Teskarisini faraz qilaylik. Qandaydir grafda toq uchlari soni toq bo'lsin. U holda shu grafning darajalari yig'indisi toq bo'lishi shart. Bu esa oldingi teoremaning natijasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri, ya'ni ixtiyoriy grafda toq uchlari soni juft bo'ladi. ●

Bu teorema graf uchlari darajalarining yig'indisini hisoblamaslikka imkon beradi.

7-masala. Yer sayyorasida yashagan va toq marta qo'l berib so'rashgan insonlar soni juft ekanligini isbotlang.

□ Har bir insonni graf uchi deb faraz qilaylik. Agar u boshqa inson bilan qo'l berib so'rashsa, shu ikki insonni qirra bilan tutash-tiramiz. 2-teoremaga ko'ra toq uchlari, ya'ni toq marta qo'l berib so'rashgan insonlar soni juft bo'ladi. ■

Izoh. Bu masala 2-teoremaning o'zginasi, faqat u boshqa tilda ifodalangan. Shuning uchun 2-teorema matematikada „Qo'l berib so'rashishlar haqidagi teorema“ degan nom bilan mashhur.

8-masala. Sinfda 30 nafar o'quvchi o'qiydi. Shulardan 9 nafari 3 tadan, 11 nafari 4 tadan, 10 nafari esa 5 tadan do'stga ega bo'lishi mumkinmi?

□ 30 ta uchli grafni qaraymiz. Bu holda 9 ta uchining darjası 3 ga, 11 ta uchining darjası 4 ga, 10 ta uchining darjası 5 ga teng bo'lishi kerak. Demak, toq uchlari soni $9+11+10=30$ ga teng. 30 toq son bo'lgani uchun bu holat 2-teoremaga zid. ■

9-masala. Mittivoy Disneylend parkidan kelib, u yerdagi ko'lda 7 ta orol borligini hamda orollarning har biridan 1, 3 yoki 5 ta ko'priklar chiqqanini aytди. Shu ko'priklardan kamida bittasi ko'lning tashqarisiga chiqqani rostmi?

□ Ha, to'g'ri. Teskarisini faraz qilaylik, ya'ni orollar ko'priq orqali bir-biri bilan tutashtirilgan bo'lib, hech qanday ko'priq ko'l tashqarisiga chiqmasin. Bu degani, hosil bo'lgan grafda faqat 7 ta uch bo'lib, ularning barchasining darajalari toq bo'ladi (chunki 1, 3 va 5 – toq sonlar). Bu esa 2-teoremagaga zid. ■

10-masala. Tekislikda 9 ta kesma shunday chizilishi kerakki, ulardan har biri aynan 3 ta boshqa kesma bilan kesishsin. Bu ishni amalga oshirsa bo'ladimi?

□ Mumkin emas. Har bir uchgaga kesmani mos qo'yib, graf yasaymiz. Bunda agar ikkita kesma kesishsa, mos bo'lgan uchlarni qirra bilan tutashtiramiz. Natijada, hosil bo'lgan grafda 9 ta toq uch bo'lib, bunday grafning mavjudligi 2-teoremagaga zid. ■

11-masala. Sinfdagagi 10 nafar o'g'il bolalardan har biri 8 nafar sinfdosh qizlarga bittadan gul sovg'a qildi. Har bir qiz 5 tadan gul olgan bo'lsa, qizlar soni nechaga teng?

□ Vaziyatga mos grafda qirralar sonini aniqlaylik. 10 nafar o'g'il bolalardan har biri 8 tadan gul sovg'a qilgani uchun, jami 80 ta gul sovg'a qilindi. Har bir qiz 5 tadan gul olgan, demak, jami 16 nafar qiz bo'lgan. ■

12-masala. Sehrli mamlakatda Karabaslar va Barabaslar yashaydi. Har bir Karabas 6 ta Karabas va 9 ta Barabas bilan tanish. Har bir Barabas 10 ta Karabas va 7 ta Barabas bilan tanish. Mamlakatda kim ko'proq Karabaslarmi yoki Barabaslarmi?

□ Har bir Karabasniga unga tanish bo'lgan Karabas va Barabas bilan qirra yordamida futashtiramiz. U holda har bir Karabasdandan 9 ta, har bir Barabasdandan esa 10 ta qirra chiqadi. Demak, qirralar soni bir vaqtida Karabaslar sonidan 9 marta, Barabaslar sonidan esa 10 marta ko'proq. Demak, Karabaslar soni Barabaslar sonidan $\frac{10}{9}$ marta ko'proq bo'ladi. ■

Topshiriq. 11- va 12-masalalarni graflar tiliga o'giring.

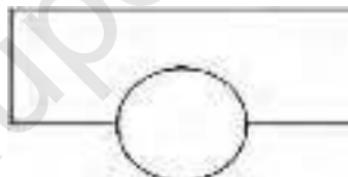
Mashqlar

1. Sinfda 20 nafar o'quvchi bor. Sinfdagagi har bir o'g'il bola har bir sinfdosh qizga bittadan gul sovg'a qildi. Eng ko'pi bilan nechta gul sovg'a qilingan? Agar sinfdagi 21 nafar o'quvchi bo'lsa, javob qanday bo'ladi?
2. Mamlakatda 100 ta shahar bor. Har bir shahardan 4 ta yo'l chiqqan. Mamlakatda jami nechta yo'l bor?

3. Mahallada 15 ta telefon bor. Shulardan 4 tasining har biri 3 ta boshqa telefonlar bilan ulangan, 8 tasining har biri 6 ta boshqa telefonlar bilan ulangan, 3 tasining har biri 5 ta boshqa telefonlar bilan ulangan bo‘lishi mumkinmi?
4. Grafning har bir uchidan 3 tadan qirra chiqmoqda. Undagi qirralar soni 2018 ta bo‘lishi mumkinmi?
5. Sehrli mamlakatda har qanday shahar aynan 5 ta boshqa shahar bilan aviareys orqali tutashtirilgan.
Mamlakatda 10 ta shahar bo‘lsa, aviareyslar sxemasini chizib bering.
Mamlakatda 50 ta shahar bo‘lsa, aviareyslar nechta bo‘ladi?
46 ta aviareys bo‘lgan shahar mavjudmi?
6. Shaxmat musobaqasida bir nechta shaxmatchi toq sondagi partiyalarni o‘ynashdi. Bunday shaxmatchilar soni juft ekanligini isbotlang.
7. Orolda 15 ta davlat bor. Ularning har birida kamida bitta qo‘shni davlat – hamkor davlat bor. Shunday davlat borki, undagi hamkor qo‘shni davlatlar soni juftdir. Shuni isbotlang.
8. O‘zga sayyoraliklarning qo‘llari soni ixtiyoriy bo‘lishi mumkin ekan. Bir kuni ularning barchasi qo‘llarini shunday tutash tirishdiki, bunda bo‘sh qo‘l qolmadi. Toq sondagi qo‘llarga ega bo‘lgan o‘zga sayyoraliklar soni juft ekanligini isbotlang.
9. 77 ta telefondan har biri aynan 15 ta telefon bilan ulangan. Bunday bo‘lishi mumkinmi?
10. Fermada har bir bola aynan 3 ta qo‘yga yem berdi. Har bir qo‘y 3 ta boladan yem olgani ma’lum bo‘ldi. Bolalar soni qo‘ylar soniga teng bo‘lishini isbotlang.
11. 6 ta kompyuterdan har ikkitasi o‘zining simi bilan tutashgan. Shu simlarni 5 ta turli rangga bo‘yashmoqchi. Har bir kompyuterdan 5 ta turli rangdagi simlar chiqadigan bo‘lishi mumkinmi?
12. Pitssa restoranida ikki xil pitssa buyurish mumkin: pishloqli va pomidorli. Ra’no bulardan tashqari unga qo‘sishmoqchi. Har bir kompyuterdan 5 ta turli rangdagi simlar chiqadigan bo‘lishi mumkinmi?

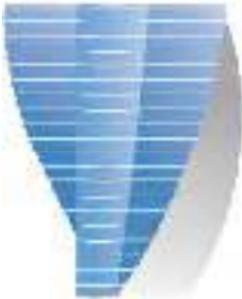


13. Zamonaviy arxitekturada ayrim binolar nostandard ko'rinishiga ega. Quyidagi rasmda 20 qavatli binoning kompyuter modeli va birinchi qavatning tarxi yo'nalishlari (N – shimol, W – g'arb, E – sharq, S – janub) bilan berilgan.



Birinchi qavat kirish va do'konlardan, qolgan qavatlar esa xonodonlardan tashkil topgan. Har ikki ketma-ket qavatlar tarxlari bir xil bo'lsa-da, ular kichik burchakka burilishi bilan farqanib turibdi. Silindr har qavatda to'xtash imkoniyatga ega bo'lgan liftga mo'ljalangan.

Quyidagi rasmda binoning ikkita har xil nuqtadan ko'rinishlari tasvirlangan.



1-savol. Bino qayerdan ko'rilganda birinchi ko'rinish hosil bo'ladi?

(Javob variantlari: N, W, E, S.)

2-savol. Bino qayerdan ko'rilganda ikkinchi ko'rinish hosil bo'ladi?

(Javoblar variantlari: N-W, N-E, S-W, S-E.)

3-savol. 1- va 10-qavatlar bir biriga nisbatan qanday burchak ostida joylashgan? Chizmada ko'rsating.

III BOB. BIRHADLAR VA KO'PHADLAR

1- §. Natural ko'rsatkichli daraja

Qo'shiluvchilari bir xil sonlardan iborat bo'lgan yig'indini ko'paytma bilan almashtirish mumkinligini bilasiz.

Masalan: $5+5+5+5=5 \cdot 4$; umumiy holda $\underbrace{a+a+\dots+a}_{n\text{ta}} = a \cdot n$.

Ko'paytuvchilari bir xil sonlar bo'lgan ko'paytmani qisqa yozuv bilan ifodalash mumkin.

Masalalar: a) tomoni 6 ga teng kvadrat yuzini; b) qirrasi uzunligi 6 ga teng kubning hajmini aniqlang.

- a) $S=a \cdot a = a^2$ ekanligini e'tiborga olsak, $S=6 \cdot 6 = 6^2 = 36$.
b) $V=a \cdot a \cdot a = a^3$, bundan $V=6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$.

Javob: a) 36 yuz birligi; b) 216 hajm birligi. ■

Bu yerda 6^2 ni „oltining kvadrati“ yoki „oltining 2-darajasi“, 6^3 ni „oltining kubi“ yoki „oltining 3-darajasi“ kabi o'qilishi ham sizga ma'lum.

 *Har biri a ga teng bo'lgan n ta ko'paytuvchining ko'paytmasi a sonning n -darajasi deyiladi va $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{ta}} = a^n$, $n \in N$ kabi yoziladi.*

Bu yerda: a^n —natural ko'rsatkichli daraja; a —darajaning asosi; n —daraja ko'rsatkichi deyiladi.

a^n yozuv „ a ning n -darajasi“ kabi o'qiladi.

 *a^n darajani hisoblash — **darajaga ko'tarish amali**, a^n darajani hisoblashdan hosil bo'lgan son **darajaning qiymati** deyiladi.*

Masalan, $2^7=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=128$, bunda 2—daraja asosi, 7—daraja ko'rsatkichi; 128—daraja qiymati;

 *a sonning 1-darajasi deb shu sonning o'ziga aytildi:
 $a^1=a$; $6^1=6$; $\left(\frac{1}{8}\right)^1=\frac{1}{8}$.*

Darajaning asosi istalgan son bo'lishi mumkin.

- Misollar:**
- 1) $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1;$
 - 2) $(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1;$
 - 3) $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1;$
 - 4) $0^7 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0;$
 - 5) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000;$
 - 6) $13^2 = 13 \cdot 13 = 169;$
 - 7) $(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625;$

$$8) \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27};$$

$$9) \left(-\frac{3}{7}\right)^3 = \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{27}{343};$$

$$10) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16};$$

$$11) 0,3^3 = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027.$$

Yuqoridagi misollardan shunday xulosaga kela olamiz:

$$1) 1^n = \underbrace{1 \cdot 1 \cdots 1}_{n \text{ta}} = 1;$$

$$2) (-1)^{2k} = 1; \quad (-1)^{2k-1} = -1;$$

$$3) 0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdots 0}_{n \text{ta}} = 0;$$

$$4) 10^n = \underbrace{10 \cdot 10 \cdots 10}_{n \text{ta}} = \underbrace{1000 \cdots 00}_{n \text{ta}};$$

$$5) (-a)^{2k} = a^{2k}; \quad (-a)^{2k-1} = -a^{2k-1}.$$

Darajaga ko'tarish amali – uchinchi bosqich amal. Agar ifoda-da qavslar bo'lmasa, u holda avval uchinchi bosqich amallar, keyin ikkinchi bosqich amallar va, nihoyat, birinchi bosqich amallar bajarilishini eslatib o'tamiz.

1-misol. Hisoblang: $8^1 \cdot 5^3 \cdot (-3)^4$.

- 1) $8^1 = 8;$
- 2) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$
- 3) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81;$
- 4) $(8 \cdot 125) \cdot 81 = 1000 \cdot 81 = 81\,000.$

Javob: 81 000. ■

2-misol. $-6^3 + 128 : (-2)^3$ ifodaning son qiymatini toping:

- 1) $-6^3 = -6 \cdot 6 \cdot 6 = -216;$
- 2) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8;$
- 3) $128 : (-8) = -16;$
- 4) $-216 + (-16) = -232.$

Javob: -232. ■

3-misol. Hisoblang: $7 \cdot (-1)^{n+3} + 5$, bu yerda $n \in N$.

- a) n juft; b) n toq bo'lgan hollarni qaraymiz:
a) n juft deylik. U holda $(n+3)$ – toq bo'ladi va
 $7 \cdot (-1)^{n+3} + 5 = 7 \cdot (-1) + 5 = -2$.
b) n toq bo'lsin, deylik. U holda $(n+3)$ – juft bo'ladi va
 $7 \cdot (-1)^{n+3} + 5 = 7 \cdot 1 + 5 = 12$.

Javob: a) -2 ; b) 12 . ■

4-misol. $a=2$, $b=-1$ bo'lganda $\frac{-5a^3}{b-a}$ ifodaning son qiymatini toping:

□ $\frac{-5 \cdot 2^3}{-1-2} = \frac{-5 \cdot 32}{-3} = \frac{160}{3} = 53\frac{1}{3}$. **Javob:** $53\frac{1}{3}$. ■

Sonlarni daraja yordamida yozishdan juda ko'p hollarda foydalaniлади:

a) natural sonlarni xona qo'shiluvchilari yig'indisi ko'rinishida quyidagicha yoziladi:

$$4 \cdot 271 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1 = 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1.$$

b) fizika, kimyo darslarida $3,84 \cdot 10^5$; $4,17 \cdot 10^8$ kabi sonlarni uchratgansiz.

1. Savollarga javob bering:

- 1) Sonning natural ko'rsatkichli darajasi deb nimaga aytildi?
2) 3^4 soni qanday yozilishi mumkin? 5^4 yozuv nimani bildiradi?
3) Daraja, darajaning asosi, darajaning ko'rsatkichi, darajaning qiymati tushunchalari nima?
4) Darajaga ko'tarish amali nechanchi bosqich amal?
5) Agar ifodada to'rt amal va darajaga ko'tarish amali qatnashgan bo'lsa, amallar qanday tartibda bajariladi?
6) Sonning birinchi darajasi nimaga teng?

Yig'indini ko'paytma shaklida yozing (2–3):

2. 1) $8+8+8+8+8$; 2) $9+9+9+9$;
3) $a+a+a+a+a+a$; 4) $b+b+b+b+b+b+b+b$.

3. 1) $(-3n)+(-3n)+(-3n)$; 2) $(-19mn)+(-19mn)+(-19mn)$;
3) $(2a-3b)+(2a-3b)$; 4) $(4a-c)+(4a-c)+(4a-c)$; 5) $\underbrace{7+7+\dots+7}_{31ta}$;
6) $\underbrace{11+11+\dots+11}_{43ta}$; 7) $\underbrace{k+k+\dots+k}_{p1ta}$; 8) $\underbrace{a+a+\dots+a}_{kta}$; 9) $\underbrace{b+b+\dots+b}_{n1ta}$.

Ko‘paytmani daraja shaklida yozing (4–5):

4. 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; 2) $\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$; 3) $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}$;
- 4) $(-5,9) \cdot (-5,9) \cdot (-5,9) \cdot (-5,9) \cdot (-5,9)$; 5) $t \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t$;
- 6) $k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k$; 7) $(3a) \cdot (3a) \cdot (3a)$; 8) $(-4b) \cdot (-4b) \cdot (-4b) \cdot (-4b)$.
5. 1) $(2x-y) \cdot (2x-y) \cdot (2x-y)$; 2) $(a+3b) \cdot (a+3b)$;
- 3) $\frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4}$; 4) $\frac{l}{k} \cdot \frac{l}{k} \cdot \frac{l}{k} \cdot \frac{l}{k} \cdot \frac{l}{k} \cdot \frac{l}{k}$.

Ko‘paytmaning daraja shaklidagi yozuvidan foydalananib, ifodani soddalashtiring (6–9):

6. 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$; 2) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$; 3) $4 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3$;
- 4) $5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; 5) $3,4 \cdot 3,4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$;
- 6) $7,2 \cdot 7,2 \cdot 7,2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$; 7) $1,5 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$; 8) $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot 5,2 \cdot 5,2 \cdot 5,2$.
7. 1) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot b \cdot b \cdot b$; 2) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot 6 \cdot 6$;
- 3) $\frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n} \cdot (m-n) \cdot (m-n)$; 4) $\frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q} \cdot (9p-q) \cdot (9p-q) \cdot (9p-q)$.
8. 1) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b$; 2) $x \cdot x \cdot x + y \cdot y \cdot y \cdot y$;
- 3) $a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a$; 4) $k \cdot k \cdot k \cdot k + k \cdot k \cdot k + k \cdot k \cdot k$.
9. 1) $\underbrace{t \cdot t + t \cdot t + \dots + t \cdot t}_{\text{n ta}}$; 3) $\underbrace{x \cdot x + \dots + x}_{\text{m ta}} + \underbrace{y \cdot y + \dots + y}_{\text{m ta}}$;
- 2) $\underbrace{b \cdot b + b \cdot b + b \cdot b - \dots + b \cdot b + b}_{\text{n ta}}$; 4) $\underbrace{b \cdot b + \dots + b}_{\text{a ta}} + \underbrace{a \cdot a + \dots + a}_{\text{b ta}}$.

10. (Og‘zaki.) Ifodani o‘qing, darajanining asosini, daraja ko‘rsatkichi chini aytiting:

$$1) 13^3; \quad 2) \left(4\frac{5}{4}\right)^5; \quad 3) \left(-\frac{2}{7}\right)^4; \quad 4) (-5,7)^{25}; \quad 5) (6a+b)^{16}; \quad 6) \left(\frac{3x}{4y}\right)^{15}.$$

Hisoblang (11–15):

11. 1) 3^5 ; 2) $0,6^3$; 3) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$; 4) 1^{6n+1} ; 5) $(-1)^{4n-3}$; 6) $(-1)^{10n-1}$, $n \in N$.
12. 1) $(-7)^2$; 2) $(-0,3)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; 4) 0^{16} .

$$13. \quad 1) \frac{(-0,3)^3}{(0,1)^5}; \quad 2) \frac{(0,2)^4}{(-0,1)^3}; \quad 3) \frac{(3,6)^2}{(1,8)^2}; \quad 4) \frac{(4,6)^3}{(2,3)^3}.$$

$$14. \quad 1) 5 \cdot (-2)^3; \quad 2) -5 \cdot (-2)^4; \quad 3) -\frac{1}{4} \cdot (-2)^4; \quad 4) -\frac{2}{3} \cdot (-9)^2.$$

$$15. \quad 1) (-6)^2 + \left(-\frac{5}{6}\right); \quad 2) (-4)^3 + \left(-\frac{3}{4}\right); \quad 3) -(-8)^2 \cdot 3^2; \quad 4) -(-9)^2 \cdot (-2)^3.$$

$$16. \quad -a^2; \quad (-a)^2; \quad (-a)^3 \text{ ifodaning qiymatini toping, bunda } a = -1 \frac{2}{3}; \quad -4.$$

17. Jadvalni to'ldiriting:

b	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
b^4											
b^3											

18. Ikki xonali son $\overline{ab} - 10a + b$; uch xonali son esa $\overline{abc} = 10^2a + 10b - c$ kabi yozilishi mumkin, bunda a, b, c – raqamlar, $a \neq 0$.

To'rt xonali son \overline{abcd} ni qanday yozish mumkin? Misollar keltingiring.

19. Sonni xona qo'shiluvchilari yig'indisi shaklida yozing:

- 1) 345 727; 2) 4 532 186; 3) 200 570 607; 4) 52 070 507.

20. Quyidagi xona qo'shiluvchilari yig'indisi shaklida tasvirlangan sonni yozing:

- 1) $3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$;
2) $4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 8$.

Ifodaning qiymatini toping (21–22):

$$21. 0,5 \cdot 3^n - 0,2 \cdot 3^{n+1} - 3,6, \text{ bunda } n=2.$$

$$22. 0,9 \cdot 3^{n+1} - (0,3 \cdot 2)^{n+1} - 3 \cdot 2^n, \text{ bunda } n=3.$$

2-§. Natural ko'rsatkichli darajaning xossalari

Quyidagi masalalarni ko'rib chiqaylik.

1-masala. Darajalarni ko'paytiring: $a^n \cdot a^m$.

$$a^n \cdot a^m = (\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m) = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{(n+m) \text{ ta ko'paytuvchi}} = a^{n+m}.$$

2-masala. Darajalarni bo'ling: $a^n : a^m$, ($n > m$).

$$\square a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{(a \cdot a \cdots a)}^{n \text{ ta ko paytuvchi}}}{\underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m \text{ ta ko paytuvchi}}} = \frac{\overbrace{(a \cdot a \cdots a)}^{n \text{ ta ko paytuvchi}} \cdot \overbrace{(a \cdot a \cdots a)}^{(n-m) \text{ ta ko paytuvchi}}}{\underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m \text{ ta ko paytuvchi}}} = \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{(n-m) \text{ ta ko paytuvchi}} = a^{n-m}. \blacksquare$$

3-masala. Darajani darajaga ko'taring: $(a^m)^n$.

$$\square (a^m)^n = \underbrace{(a^m \cdot a^m \cdots a^m)}_{n \text{ ta}} = a^{m+m+\dots+m} = a^{nm}. \blacksquare$$

4-masala. Ko'paytmani darajaga ko'taring: $(ab)^n$.

$$\square (ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdots (ab)}_{n \text{ ta}} = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ta}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdots b}_{n \text{ ta}} = a^n \cdot b^n. \blacksquare$$

5-masala. Kasni darajaga ko'taring: $\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

$$\square \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n \text{ ta}} = \underbrace{\frac{a \cdot a \cdots a}{b \cdot b \cdots b}}_{n \text{ ta}} = \frac{a^n}{b^n}. \blacksquare$$

Bu masalalar dan darajaning shunday xossalari kelib chiqadi:

1. Asoslari bir xil bo'lgan darajalarni ko'paytirishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa qo'shiladi, ya'ni $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
2. Asoslari bir xil bo'lgan darajalarni bo'lishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa ayiriladi, ya'ni $a^n : a^m = a^{n-m}$, bunda $n > m$.
3. Darajani darajaga ko'tarishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa ko'paytiriladi, ya'ni $(a^m)^n = a^{mn}$.
4. Ko'paytmani darajaga ko'tarishda har bir ko'paytuvchi shu darajaga ko'tariladi, ya'ni $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.
5. Kasni darajaga ko'tarishda uning surat va maxraji xuddi shu darajaga ko'tariladi, ya'ni $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

6-masala. Hisoblang: $\frac{(5^3 \cdot 5^6)^3}{(5^4 \cdot 5^8)^2}$.

- 1) $5^3 \cdot 5^5 = 5^{3+5} = 5^8$; (1-xossa)
 2) $(5^9)^3 = 5^{9 \cdot 3} = 5^{27}$; (3-xossa)
 3) $5^4 \cdot 5^8 = 5^{4+8} = 5^{12}$; (1-xossa)
 4) $(5^{12})^2 = 5^{12 \cdot 2} = 5^{24}$; (3-xossa)
 5) $\frac{5^{27}}{5^{24}} = 5^{27-24} = 5^3 = 125$. (2-xossa)

Javob: 125. ■

Shunga o'xshash:

$$\frac{17^8 \cdot 5^7 \cdot 2^5}{17^7 \cdot 5^5 \cdot 2^3} = \frac{17^8}{17^7} \cdot \frac{5^7}{5^5} \cdot \frac{2^5}{2^3} = 17^1 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 17 \cdot 25 \cdot 4 = 1700.$$

7-masala. $a^n : a^n$ ni hisoblang.

- Darajaning 2-xossasiga ko'ra $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$.
 0 dan farqli 2ta bir xil sonni bir-birga bo'lsak, natija 1 chiqadi,
 ya'ni $a^n : a^n = 1$ ekanidan $a^0 = 1$ tenglikni hosil qilamiz. ■

23. Savollarga javob bering. Topshiriqtarni bajaring:

- 1) Bir xil asosli darajalarni ko'paytirish xossasini ayting va formulasini yozing.
 2) Bir xil asosli darajalarni bo'lish xossasini ayting va formulasini yozing.
 3) Darajani darajaga ko'tarish xossasini ayting.
 4) Ko'paytmani darajaga ko'tarish xossasini ayting.
 5) Krasr qanday qilib darajaga ko'tariladi?
 6) Nolga teng bo'lmagan sonning 0-darajasi nimaga teng?

Ko'paytmani daraja shaklida yozing (24–33):

24. 1) $13^6 \cdot 13^7$; 2) $27^3 \cdot 27^2$; 3) $16^4 \cdot 16$; 4) $8 \cdot 8^{18}$.
25. 1) $a^5 \cdot a^3$; 2) $b^{21} \cdot b^9$; 3) $d \cdot d^{15}$; 4) $c^6 \cdot c$.
26. 1) $(0,5b)^5 \cdot (0,5b)^3$; 2) $\left(\frac{3}{4}k\right)^{11} \cdot \left(\frac{3}{4}k\right)^7$.
27. 1) $(-6,2)^{15} \cdot (-6,2)^7$; 2) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)^5$.
28. 1) $(2,3)^4 \cdot (2,3) \cdot (2,3)^8$; 2) $\left(\frac{5}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^{13} \cdot \left(\frac{5}{9}\right)$.

29. 1) $a^5 \cdot a^8 \cdot a^3$; 2) $b^{11} \cdot b^5 \cdot b^{13}$; 3) $x \cdot x^3 \cdot x^{21}$; 4) $y^8 \cdot y \cdot y^6$.

30. 1) $(-3,5a)^5 \cdot (-3,5a) \cdot (-3,5a)^7$; 2) $(-7,9b)^3 \cdot (-7,9b)^8 \cdot (-7,9b)$;
 3) $\left(-\frac{7}{15}x\right)^4 \cdot \left(-\frac{7}{15}x\right) \cdot \left(-\frac{7}{15}x\right)^{12}$; 4) $\left(-\frac{2}{11}y\right) \cdot \left(-\frac{2}{11}y\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{11}y\right)^7$.

31. 1) $(a-b)^3 \cdot (a-b)^7$; 2) $(c+d)^3 \cdot (c+d)^5$; 3) $(2a+b)^3 \cdot (2a+b)$;
 4) $(4c-d) \cdot (4c-d)^7$; 5) $(a+b)^2 \cdot (a+b)^3 \cdot (a+b)^4$.

32. 1) $5^{12} \cdot 5^n$; 2) $6^{17} \cdot 6^k$; 3) $12^a \cdot 12^5$; 4) $18^{15} \cdot 18^c$, ($a, n, k, c \in N$).

33. 1) $a^n \cdot a^8$; 2) $b^{12} \cdot b^m$; 3) $(2x)^{25} \cdot (2x)^n$; 4) $(3y)^n \cdot (3y)^{12}$, ($m, n \in N$).

Sonlarni asosi 2 bo‘lgan daraja shaklida yozing (34–37):

34. 1) 8; 2) 16; 3) 2; 4) 64.

35. 1) $2^{12} \cdot 128 \cdot 4$; 2) $256 \cdot 2^{10} \cdot 512$; 3) $64 \cdot 1024 \cdot 2^7$; 4) $256 \cdot 64 \cdot 2^9$.

36. 1) $2^{15} \cdot 256 \cdot 32$; 2) $2^{13} \cdot 1024 \cdot 16$; 3) $2^k \cdot 2^5 \cdot 8$; 4) $2^k \cdot 64 \cdot 32$, ($k \in M$).

37. 1) $2^{3n} \cdot 2^n \cdot 2^{2n}$; 2) $2^{5m} \cdot 2^{6m} \cdot 2^{3m}$; 3) $2^5 \cdot 2^n \cdot 8$; 4) $2^{5k} \cdot 2 \cdot 16$, ($m, n \in N$).

Sonlarni asosi 3 bo‘lgan daraja shaklida yozing (38–41):

38. 1) 27; 2) 9; 3) 3; 4) 243.

39. 1) 81; 2) $3 \cdot 3^{12}$; 3) $3^{17} \cdot 27$; 4) $3^{15} \cdot 3^3 \cdot 9$.

40. 1) $3^{15} \cdot 3 \cdot 3^2$; 2) $3 \cdot 3^{16} \cdot 3^4$; 3) $3^8 \cdot 81 \cdot 3$; 4) $3^9 \cdot 243 \cdot 27$.

41. 1) $3^m \cdot 3^{2m} \cdot 3$; 2) $3 \cdot 3^{8n} \cdot 3^n$; 3) $3^{m+2} \cdot 3^m \cdot 27$; 4) $3^n \cdot 3^{2n+1} \cdot 729$, ($m, n \in M$).

Bo‘linmani daraja shaklida yozing (42–45):

42. 1) $18^{10} : 18^2$; 2) $25^{13} : 25^5$; 3) $(0,5)^{11} : (0,5)^7$; 4) $(5,2)^{13} : (5,2)^5$.

43. 1) $a^{19} : a^5$; 2) $x^{21} : x^{20}$; 3) $b^{18} : b^{12}$; 4) $c^7 : c$.

44. 1) $\left(-\frac{5}{6}a\right)^5 : \left(-\frac{5}{6}a\right)^3$; 2) $\left(-\frac{3}{17}b\right)^{12} : \left(-\frac{3}{17}b\right)^4$;

3) $\left(\frac{3y}{5}\right)^9 : \left(\frac{3y}{5}\right)^8$; 4) $\left(\frac{5}{21}c\right)^{28} : \left(\frac{5}{21}c\right)^{10}$.

45. 1) $(c-d)^{15} : (c-d)^7$; 2) $(a+b)^{17} \cdot (a+b)^3$;
 3) $(2m+n)^3 : (2m+n)$; 4) $(3x-5)^{35} : (3x-5)^{32}$.

46. Sonlarni asosi 2 bo'lgan daraja shaklida yozing:

$$1) \frac{16}{2^3}; \quad 2) \frac{512}{2^4}; \quad 3) \frac{2^8}{2^3}; \quad 4) \frac{2^{15}}{2^{13}}.$$

47. Sonlarni asosi 3 bo'lgan daraja shaklida yozing:

$$1) \frac{729}{3^4}; \quad 2) \frac{3^8}{243}; \quad 3) \frac{3^{20}}{3^4}; \quad 4) \frac{3^7}{3}.$$

Hisoblang (48–50):

$$48. 1) \frac{2^2 \cdot 5^4}{5^3}; \quad 2) \frac{3^4 \cdot 6}{3^3}; \quad 3) \frac{2^5 \cdot 2^6}{2^3 \cdot 2^4}; \quad 4) \frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9 \cdot 3^2}.$$

$$49. 1) \frac{5^6 \cdot 5^7}{5 \cdot 5^3 \cdot 5^8}; \quad 2) \frac{6^3 \cdot 6^4 \cdot 6^8}{6^9 \cdot 6^4}; \quad 3) \frac{7^9 \cdot 7 \cdot 7^5}{7^{12} \cdot 7^2}; \quad 4) \frac{8^4 \cdot 8^{14} \cdot 8^5}{8 \cdot 8^{20}}.$$

$$50. 1) \frac{(-9)^8}{9^6}; \quad 2) \frac{12^{16}}{(-12)^8}; \quad 3) \frac{(-1)^{13}}{11^1}; \quad 4) \frac{15^4}{(-15)^3}.$$

Bo'linmani daraja shaklida yozing (51–52):

$$51. 1) \frac{17^n}{17 \cdot 17^5}; \quad 2) \frac{21^m}{21^2 \cdot 21^3}; \quad 3) \frac{6^{8n}}{6^{2n} \cdot 6}; \quad 4) \frac{9^{21m}}{9^{12m} \cdot 9^5}.$$

$$52. 1) \frac{5^{ik} \cdot 5^{8k}}{5^k \cdot 5^4}; \quad 2) \frac{11^m \cdot 11^{12m}}{11^m}; \quad 3) \frac{6^{8n+1} \cdot 6^{3n-2}}{6^{10n} \cdot 1}; \quad 4) \frac{13^{4n+2} \cdot 13^{6n-5}}{13^{10n}}.$$

Tenglamani yeching (53–55):

$$53. 1) x : 5^3 = 5; \quad 2) x : 8 = 8^2; \quad 3) x \cdot 6^{12} = 6^{14}; \quad 4) x \cdot 7^{18} = 7^{20}.$$

$$54. 1) 13^3 \cdot x = 13^{10}; \quad 2) 18^5 \cdot x = 18^7; \quad 3) 21^3 : x = 21; \quad 4) 43^7 : x = 43^5.$$

$$55. 1) \frac{x}{7} = 7^2; \quad 2) \frac{x}{5^2} = 5; \quad 3) \frac{24^5}{x} = 24^3; \quad 4) \frac{19^8}{x} = 19^7.$$

Ifodani asosi b bo'lgan daraja shaklida yozing (56–59):

$$56. 1) (b^8)^3; \quad 2) (b^3)^7; \quad 3) (b^n)^2; \quad 4) (b^m)^6.$$

$$57. 1) (b^8)^2 \cdot b^3; \quad 2) (b^3)^4 \cdot b^2; \quad 3) b^7 \cdot (b^3)^2; \quad 4) b^9 \cdot (b^3)^6.$$

$$58. 1) (b^3)^3 \cdot b \cdot b^4; \quad 2) b^4 \cdot (b^3)^6 \cdot b^7; \\ 3) b^3 \cdot (b^2)^4 \cdot b \cdot (b^3)^6; \quad 4) (b^5)^2 \cdot b \cdot (b^3)^7 \cdot b^5.$$

59. 1) $(b^8)^5 : (b^3)^{13}$; 2) $(b^4)^5 : (b^5)^3$; 3) $\frac{(b^4)^3 \cdot b^{13}}{b^{25}}$; 4) $\frac{b^{15} \cdot (b^3)^5}{(b^3)^6 \cdot b}$.

60. m ning qanday qiymatlarida tenglik o'rini bo'sladi:

1) $5^m = 125$; 2) $3^m = 243$; 3) $512 = 2^m$;
4) $216 = 6^m$; 5) $(3^2)^m = 81$; 6) $(4^3)^m = 1024$?

Sonlarni ko'rsatkichi 2 bo'lgan daraja shaklida yozing (61–63):

61. 1) 0,09; 2) 0,0324; 3) $\frac{49}{81}$; 4) $\frac{121}{144}$; 5) $1\frac{27}{169}$; 6) $2\frac{7}{81}$.

62. 1) 9^4 ; 2) 17^8 ; 3) $(-0,9)^{16}$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{26}$.

63. 1) b^8 ; 2) a^{14} ; 3) k^{28} ; 4) y^{36} .

Ko'paytmani darajaga ko'taring (64–69):

64. 1) $(2 \cdot 7)^4$; 2) $(8 \cdot 5)^{12}$; 3) $(2,4 \cdot 17)^8$; 4) $(6,1 \cdot 19)^{14}$; 5) $\left(8 \cdot \frac{2}{3}\right)^5$; 6) $\left(\frac{2}{7} \cdot 5\right)^{11}$.

65. 1) $(5b)^4$; 2) $(13a)^7$; 3) $(-9x)^6$; 4) $(-15y)^9$.

66. 1) $(xy)^5$; 2) $(mn)^6$; 3) $(-2,5mn)^5$; 4) $(-4cd)^3$.

67. 1) $(xyz)^5$; 2) $(abc)^4$; 3) $(8 \cdot 11 \cdot 9)^{11}$; 4) $(3 \cdot 4 \cdot 5)^3$.

68. 1) $(a^2 \cdot b)^3$; 2) $(kt^3)^2$; 3) $(4b^5)^4$; 4) $(0,2a^3)^5$.

69. 1) $(20n^3m^4)^3$; 2) $(3a^2b^8)^2$; 3) $(-5,2m^4n^5)^4$; 4) $(-2,5b^2c^3d)^5$.

Ko'paytmani daraja shaklida yozing (70–72):

Namuna: $2^5 \cdot k^5 = (2k)^5$.

70. 1) $5^2 \cdot a^2$; 2) $6^5 \cdot b^5$; 3) $9^6 \cdot 5^6$; 4) $15^8 \cdot 3^8$.

71. 1) $\left(\frac{2}{13}\right)^3 \cdot a^3$; 2) $\left(\frac{11x}{11x}\right)^8 \cdot b^8$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12} \cdot c^{12}$; 4) $(-2,1)^{13} \cdot c^{13}$.

72. 1) $25a^2$; 2) $8k^3$; 3) $11^2 \cdot a^5 \cdot b^5$; 4) $27^3 \cdot c^3 \cdot d^3$.

Ifodani ko'rsatkichi 2 bo'lgan daraja shaklida yozing (73–75):

73. 1) $a^4 \cdot a^5$; 2) $b^{12} \cdot c^{14}$; 3) $64a^3$; 4) $81x^4$.

74. 1) $a^{10} \cdot b^{14} \cdot c^3$; 2) $x^2 \cdot y^{12} \cdot z^{24}$; 3) $144 \cdot m^4 \cdot n^6 \cdot k^2$; 4) $81 \cdot a^3 \cdot b^{10} \cdot c^{16}$.

75. 1) $0,81 \cdot a^3 \cdot b^4$; 2) $0,64 \cdot x^6 \cdot y^{12}$; 3) $\frac{25}{49} \cdot x^6 \cdot y^8$; 4) $\frac{16}{121} \cdot m^{18} \cdot n^{16}$.

Ifodani ko'rsatkichi 3 bo'lgan daraja shaklida yozing (76–79):

76. 1) a^9 ; 2) c^{18} ; 3) 17^{21} ; 4) 11^{12} .

77. 1) $(-0,7)^{15}$; 2) $0,027$; 3) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{27} \cdot y^9$; 4) $-0,008$.

78. 1) $a^6 \cdot b^9$; 2) $m^{27} \cdot n^{18}$; 3) $x^6 \cdot y^{30} \cdot z^{15}$; 4) $b^{33} \cdot c^{21} \cdot d^9$.

79. 1) $-8 \cdot b^6$; 2) $-64 \cdot c^2$; 3) $0,027 \cdot m^3 \cdot n^9$; 4) $0,729 \cdot x^6 \cdot y^{12}$.

Hisoblang (80–84):

80. 1) $(0,125)^{15} \cdot 8^{15}$; 2) $(-0,4)^8 \cdot (2,5)^8$; 3) $\left(\frac{7}{8}\right)^{12} \cdot \left(\frac{8}{7}\right)^{12}$; 4) $\left(1\frac{2}{5}\right)^{20} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{20}$.

81. 1) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{25} \cdot (2,5)^{25}$; 2) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{13} \cdot (4,5)^{13}$; 3) $\left(\frac{3}{88}\right)^2 \cdot 11^2$; 4) $\left(\frac{5}{24}\right)^3 \cdot 12^3$.

82. 1) $\frac{3^9 \cdot 3^9}{15^4}$; 2) $\frac{2^5 \cdot 9^5}{18^4}$; 3) $\frac{21^4}{7^2 \cdot 3^2}$; 4) $\frac{12^8}{3^3 \cdot 4^2}$.

83. 1) $\frac{6^{12} \cdot 4^2}{10^{10} \cdot 3^{10}}$; 2) $\frac{8^6 \cdot 6^6}{12^8 \cdot 4^8}$; 3) $\frac{21^5}{3^2 \cdot 7^4 \cdot 9}$; 4) $\frac{8^6}{16^{12}}$.

84. 1) $\frac{16 \cdot 27^4}{3^{10}}$; 2) $\frac{5 \cdot (2^3)^2}{512}$; 3) $\frac{6^8 \cdot (3^4)^2}{18^6}$; 4) $\frac{25^2 \cdot 3^5}{15^4}$.

Kasmi darajaga ko'taring (85–88):

85. 1) $\left(\frac{2}{9}\right)^3$; 2) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; 3) $\left(\frac{7}{8}\right)^3$; 4) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$.

86. 1) $\left(-\frac{k}{12}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{m}{4}\right)^4$; 3) $\left(-\frac{k}{3}\right)^3$; 4) $\left(-\frac{5}{a}\right)^4$.

87. 1) $\left(\frac{d}{4b}\right)^3$; 2) $\left(\frac{2b}{3c}\right)^4$; 3) $\left(\frac{5^4}{6^5}\right)^3$; 4) $\left(\frac{7^2}{8^3}\right)^5$.

88. 1) $\left(\frac{c+d}{5}\right)^4$; 2) $\left(\frac{3}{5+d}\right)^3$; 3) $\left(\frac{a+b}{c-3d}\right)^3$; 4) $\left(\frac{m+2k}{m-n}\right)^5$.

Kasrni daraja shaklida yozing (89–91):

89. 1) $\frac{4^8}{5^3}$; 2) $\frac{2^9}{3^9}$; 3) $\frac{a^2}{2^5}$; 4) $\frac{7^8}{6^8}$.

90. 1) $\frac{d^{12}}{b^{12}}$; 2) $\frac{t^{11}}{k^{11}}$; 3) $\frac{16}{49}$; 4) $\frac{121}{196}$.

91. 1) $\frac{(3a)^5}{(5b)^5}$; 2) $\frac{(4x)^{12}}{(7y)^{12}}$; 3) $\frac{1}{-27}$; 4) $\frac{-1}{729}$.

Hisoblang (92–93):

92. 1) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \frac{7^3}{3^4}$; 2) $\frac{5^5}{8^7} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^6$; 3) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4$; 4) $\left(\frac{7}{12}\right)^{12} \cdot \left(\frac{12}{7}\right)^{10}$.

93. 1) $\left(-\frac{36}{49}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^6$; 2) $\left(\frac{16}{25}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot (2,5)^3$.

94. Ifodaning son qiymatini toping:

1) $\frac{5-a^3}{2a^2}$, bu yerda $a = -3$; 2) $\frac{4a^3}{a^3-4}$, bu yerda $a = -5$.

95. Ifodani daraja shaklida yozing:

1) $8^{2n+3} \cdot 8^{5n-1} \cdot 8^{3n+5}$; 2) $7^{5n+7} \cdot 7^{2n-5} \cdot 7^{n-2}$;

3) $\frac{x^{6n-5} \cdot x^{8n-7}}{x^{9n-3}}$; 4) $\frac{y^{3n+3} \cdot y^{4n-5}}{y^{5n-7}}$.

96. n ning qanday qiymatlarda tenglik to‘g‘ri bo‘ladi:

1) $(7^n)^5 = 7^{20}$; 2) $(3^3)^n = 3^{27}$; 3) $(2^2)^n = 2^{18}$; 4) $(9^3)^n = 3^{12}$?

97. Ko‘paytmani darajaga ko‘taring:

1) $(9a^3b^2c^4)^3$; 2) $(12x^4y^3z)^2$; 3) $(-6,2a^3b^7z^3)^4$.

98. Ifodani asosi b bo‘lgan daraja shaklida yozing:

1) $\frac{b^2 \cdot b^9}{b \cdot b^5}$; 2) $\frac{b^{15} \cdot b^3}{b^{10} \cdot b^4}$; 3) $\frac{(b^3)^5 \cdot (b^2)^3}{b^{10} \cdot b^3}$; 4) $\frac{b \cdot (b^3)^4 \cdot b^5}{(b^5)^2 \cdot b^3}$.

99. Sonlarni taqqoslang:

1) 34^4 va 11^{12} ;
2) 22^{11} va 11^{22} .

3) 25^5 va 5^{25} ;
4) 8^{20} va 4^{40} .

100. Hisoblang:

1) $\frac{3 \cdot 6^{12} \cdot 4 \cdot 6^{11}}{36^5}$;
3) $\frac{(5 \cdot 4^{22} + 7 \cdot 4^{21}) \cdot 54}{(27 \cdot 16^4)^2}$;

2) $\frac{8 \cdot 7^{18} \cdot 5 \cdot 7^{17}}{49^8}$;
4) $\frac{6 \cdot (5 \cdot 8^{15} - 29 \cdot 8^{14})}{8^{16} + 3 \cdot 8^{15}}$.

101. Tenglamani yeching:

1) $y : 3,75 - 12,125 - 5\frac{1}{8}$;

3) $\frac{5}{18} + \frac{1}{12} - \frac{7}{8}x$;

2) $24,6 : x = 0,0003 \cdot 1000$;

4) $\frac{19}{24} + \frac{5}{16} = \frac{5}{16} \cdot (x+3,2)$.

102. Sonni standart shaklda yozing:

1) 39 000; 2) 98 710 000; 3) 162 000 000; 4) 250 700 000.

103. Hisoblang:

$$\begin{aligned} 1) & -(-3)^2 \cdot (-2)^3 + (-1)^4 \cdot (-2)^5 + 4^3 \cdot (-5); \quad 2) (-0,3)^3 : (-0,1)^4 - (3,4)^3 : (-1,7)^2; \\ 3) & (-0,2)^3 : (0,1)^3 - \frac{2}{5} \cdot (-5)^2 + \frac{1}{7} \cdot (-7)^2; \quad 4) \left(-3\frac{1}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{121} - (-1,2)^{40} : (-0,6)^{39} : 2^{39}; \\ 5) & \left((-1)^5\right)^6 \left((-1)^5\right)^5 + \left(-(-1)^6\right)^7 \left((-1)^3\right)^5; \quad 6) \frac{8^2 \cdot 4^6}{16^2 \cdot 8} + \frac{16^3}{4^3 \cdot 64} + \frac{10^8 \cdot 4^5}{4^3 \cdot 10^7}; \\ 7) & \frac{120^2 \cdot 6^4 \cdot 11^4}{60^8 \cdot 132^2} + \frac{9^6 \cdot 8^6 \cdot 24^4}{36^3 \cdot 8^3}; \quad 8) \left((-25)^4\right)^6 : \left((-25)^{13}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2. \end{aligned}$$

104. 1) 3^{69+3n} soni 9^{24+n} dan necha marta katta?

2) (14^{n+7}) soni (2^{n+1}) sonidan necha marta katta?

3) Agar $\frac{x^m - x^n}{\frac{1}{x^n} - \frac{1}{x^m}} = 4^m \cdot 2^{2n}$ bo'lsa, x ni toping.

4) Agar $2^m \cdot 5^n = 200$; $2^n \cdot 5^m = 500$ bo'lsa, $m+n$ nimaga teng?

3-§. Birhad va uning standart shakli. Sonning standart shakli

Qirralari uzunliklari $5a; b; c$ bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi $5abc$ ga, qirrasining uzunligi a ga teng bo'lgan kub sirti $6a^2$ ga, qirralari uzunliklari yig'indisi $12a$ ga teng. $5abc$ ifoda to'rtta ko'paytuvchining ko'paytmasidan iborat bo'lib, birinchi ko'paytuvchi 5 sonidan, qolganlari esa a, b, c harflaridan; $6a^2$ ifoda esa 2 ta ko'paytuvchili ko'paytma bo'lib, birinchi ko'paytuvchi 6 sonidan, ikkinchisi esa a^2 dan iborat; $12a$ ifoda 2 ta ko'paytuvchidan iborat, birinchi ko'paytuvchi 12 , ikkinchi ko'paytuvchi a .



Sonli va harfiy ko'paytuvchilarning ko'paytmasidan tuzilgan algebraik ifoda **birhad** deyiladi.

Masalan, $abc; -3a; 4ab; \frac{1}{3}a(-0,5)b \cdot ab; -2a^2b; \frac{2}{5}a^2b \cdot \frac{5}{4}ac$ ifodalar birhaddir.

Birhadlarga $a; 2; \frac{3}{8}$ lar ham misol bo'la oladi, chunki ulami $a=1 \cdot a; 2=2 \cdot a^0; \frac{3}{8}=\frac{3}{8} \cdot a^0$ ko'rinishda yozish mumkin.



Agar birhad birinchi o'rinda turgan faqat bitta son ko'paytuvchidan va har xil asosli harfiy darajalardan tuzilgan bo'lsa, u **standart shakldagi birhad** deyiladi. Bu yerda son ko'paytuvchi **birhadning koefitsiyenti** deyiladi.

Masalan, $3ab$ birhadning koefitsiyenti 3 ga teng;

$\frac{7}{9}abc^3$ birhadning koefitsiyenti $\frac{7}{9}$ ga teng;

$-3,7a^3b$ birhadning koefitsiyenti $(-3,7)$ ga teng;

$bc^2=1 \cdot bc^2$, ya'ni bc^2 birhadning koefitsiyenti 1 ga teng;

$-a^5b^2c=-1 \cdot a^5b^2c$, ya'ni $-a^5b^2c$ ifodaning koefitsiyenti (-1) ga teng.

Masala. $9ab \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{5}{27}c$ birhadning $a=\frac{2}{3}; b=2,5; c=8,1$ bo'lgan-dagi qiymatini hisoblang.

□ **1-usul.** Harflarning o‘rniga berilgan qiymatlarni qo‘yamiz:

$$9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{5}{27} \cdot 8,1 = \frac{9}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{27} \cdot \frac{81}{10} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

Javob: $3\frac{1}{3}$. ■

□ **2-usul.** Berilgan birhadni standart shaklga keltirib olamiz:

$$9 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{27} a^3 b c = \frac{5}{9} a^3 b c.$$

Endi harflarning qiymatlarini standart shaklga keltirilgan birhadga qo‘yamiz:

$$\frac{5}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2,5 \cdot 8,1 = \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{81}{10} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

Javob: $3\frac{1}{3}$. ■

„Birhadning darajasi“ tushunchasini kiritamiz.



*Standart shaklga keltirilgan birhaddagi harflar darajalari-ning yig‘indisi **birhadning darajasi** deyiladi.*

Masalan, $5a^2b^3c$ birhadning darajasi 6, chunki $2+3+1=6$;

$-7x^2y$ birhadning darajasi 3, chunki $2+1-3$;

$5,42$ esa nolinchidagi darajali birhad hisoblanadi.

0 soni – darajasi aniqlanmagan birhaddir.

Sonlarning $a \cdot 10^n$ ko‘rinishidagi yozuvni, (bunda $1 \leq a < 10, n \in N$) sonning standart shakli deyiladi.

Masalan: 1) Yerdan Quyoshgacha bo‘lgan masofa taxminan 150 000 000 km bo‘lib, uni $1,5 \cdot 10^8$ km kabi yozish mumkin;

2) Yer sharining radiusi taqriban $6,37$ mln metr ga teng, u $6,37 \cdot 10^6$ m kabi yoziladi. Shunga o‘xshash:

$$3) 8\ 725 = 8,725 \cdot 10^4; \quad 4) 78,15 = 7,815 \cdot 10;$$

$$5) 10\ 030\ 000 = 1,003 \cdot 10^7.$$

105. Savollarga javob bering:



- 1) Birhad deb nimaga aytildi?
- 2) Birhadning standart shakli nima?
- 3) Birhadning koefitsiyenti deb nimaga aytildi?

- 4) Birhadning darajasi deb nimaga aytildi?
 5) Birhad faqat sondan iborat bo'lsa, uning darajasi nimaga teng?
 6) Sonning standart shakli deb nimaga aytildi?
 7) Sonning standart shakli qayerlarda ko'p qo'llaniladi?

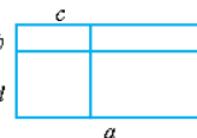
106. Quyidagi ifodalardan qaysi biri birhad?

- 1) $8x^4y$; 2) $-3t^2yy$; 3) $-(m+n^4k^2)^3$;
 4) $6,2a(a+b)$; 5) y ; 6) $-a+b$;
 7) $-b$; 8) $3,5y^ny^m$; 9) $5,7$.

107. So'z orqali aytigan fikrni algebraik ifoda yordamida yozing va ular ichidan birhadlarni aniqlang:

- 1) a son bilan b son kubining ko'paytmasi;
 2) x son kvadrati bilan y son kubi ko'paytmasining uchlangani;
 3) a va b sonlar kvadratlарining yig'indisi;
 4) a va b sonlar kvadratlari ko'paytmasiga qarama-qarshi son;
 5) t son kubi bilan p son kvadrati ayirmsasining yarmi;
 6) m sutkadagi minutlar soni;
 7) k metrdagi detsimetrlar soni.

108. To'g'ri to'rtburchak o'lchamlari rasmda ko'rsatilganidek to'rtta to'g'ri to'rtburchakka bo'lingan. Shu to'rtburchaklarning yuzlarini aniqlash uchun ifoda tuzing. Bu ifodalardan qaysi biri birhad bo'ladi?



109. Birhadning son qiymatini toping:

- 1) $27a^2b$, bunda $a = \frac{1}{3}$, $b = -6$;
 2) $20a^3$, bunda $a = 0,5$;
 3) $-\frac{1}{8}b^2$, bunda $b = 100$;
 4) $-3p^3q^2$, bunda $p = \frac{1}{3}$, $q = -9$;
 5) $\frac{1}{12}c^3 \cdot (-16)$, bunda $c = 0,3$;
 6) $\frac{5}{6}y^2x^3$, bunda $y = -3$, $x = -1$.

110. Birhadning son qiymatini toping:

- 1) $-0,09x^6y^3$, bunda $x = -1$, $y = 1$;
 2) $-6,5ab^2$, bunda $a = -4$, $ab = 4$;

3) p^2q^3t , bunda $p=-4$, $q=0,5$, $p+q+t=3$;

4) $\frac{2}{5}a^4b^3c$, bunda $a=-1$, $b=2$, $a+b+c=16$.

111. Birhadni standart shaklda yozing va uning koeffitsiyentini ko'r-sating:

1) $6x^2 \cdot x \cdot (-4x)$; 2) $0,8b^3 \cdot (-5b^2)$; 3) $-65a^2b \cdot \left(\frac{3}{13}b^3\right)$;

4) $\frac{3}{4}y^3yy^2y(-6,4)$; 5) $-7aaabbbb \cdot (-2)ab$.

112. Birhadni standart shaklda yozing:

1) $-2,5a^2b^4 \cdot (-4b^n)$; 2) $\frac{7}{16}p^3 \cdot q^4 \cdot (-64p)$;

3) $0,001y^{m+1}x^n(-1000y^3x^5)$; 4) $t^2(-aab^n) \cdot (-0,2)b^4$.

113. Birhadlarni standart shaklda yozing va son qiymatini toping:

1) xy^5y , bunda $x=-\frac{1}{25}$, $y=15$; 2) $x^2 \cdot 0,25x$, bunda $x=-2$;

3) $\frac{7}{9}a^2 \cdot 12 \cdot b \cdot \frac{3}{49}$, bunda $a=-3$, $b=4,9; 4$); 4) $y^3 \cdot \frac{15}{169}y$, bunda $y=-13$.

114. a) Birhadni standart shaklga keltiring va uning darajasini aniqlang:

1) $\frac{1}{3}a^3b^4 \cdot (-0,3ab)$; 2) $(-0,2x^2y^4c^5) \cdot (-0,4xc)$;

3) $(-16 \cdot pq^2) \cdot (-0,25p^2q)$; 4) $\frac{2}{11}txxt \cdot 1\frac{1}{8}$;

5) $-\frac{1}{2}a^2b^2 \cdot 0,7ab^2$; 6) $0,3xy^2c^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2c\right)$;

7) $(-34p^2q) \cdot (-0,125pq^3)$; 8) $\frac{3}{19}txx \cdot 5\frac{1}{7}$.

b) Sonlarni standart shaklga keltiring:

1) 4567; 2) 18,305; 3) 0,0034; 4) 156 000 000.

4- §. Birhadlarni ko'paytirish

Masala. To'g'ri to'rtburchakning tomonlari a va b ga teng. Uning tomonlari, mos ravishda, 6 marta, 4k marta uzaytirildi. Yangi to'g'ri to'rtburchakning yuzini aniqlang.

□ Yangi to‘g‘ri to‘rtburchakning o‘lchamlari $6a$ va $4kb$ dan iborat va yuzi $S_1 = (6a) \cdot (4kb)$ bo‘ladi. $(6a) \cdot (4kb)$ ifoda $(6a)$ va $(4kb)$ birhadlarning ko‘paytmasidan iborat. Bu ifodani sonlarni ko‘paytirish qoidalariga ko‘ra quyidagicha yozish mumkin:

$$(6a) \cdot (4kb) = (6 \cdot 4) \cdot (a \cdot k \cdot b) = 24akb. \blacksquare$$

Hosil bo‘lgan ifoda birhaddir.

Demak, birhadlarni ko‘paytirish natijasida yana birhad hosil bo‘ladi va uni soddalashtirib standart shaklda yozish lozim.

Misollar. 1. Birhadlarni ko‘paytiring:

$$a) (7a^3b^2c^4) \cdot \left(\frac{5}{49}a^2b\right); \quad b) (-3ab) \cdot \left(\frac{7}{9}a^2b^3\right).$$

2. Birhadlarni darajaga ko‘taring:

$$a) (3a^2bc^3)^2; \quad b) \left(\frac{2}{5}ab^2c^4\right).$$

$$\square 1. \ a) (7a^3b^2c^4) \cdot \left(\frac{5}{49}a^2b\right) = \left(\frac{7}{1} \cdot \frac{5}{49}\right) \cdot (a^3 \cdot b^2 \cdot c^4 \cdot a^2b) = \frac{5}{7}a^5b^3c^4;$$

$$b) (-3ab) \cdot \left(\frac{7}{9}a^2b\right) - \left(-3 \cdot \frac{7}{9}\right)(ab \cdot a^2b) = -\frac{7}{3}a^3b^2 - -2\frac{1}{3}a^3b^2.$$

2. a) $3a^2bc^3$ ifoda $3; a^2, b, c^3$ birhadlarning ko‘paytmasidir.

Ko‘paytmani darajaga ko‘tarish xossalasiga ko‘ra:

$$(3a^2bc^3)^2 = 3^2((a^2)b^2(c^3))^2 = 9a^4b^2c^6. \blacksquare$$

115. Savollarga javob bering:



- 1) Birhadlar qanday ko‘paytiriladi?
- 2) Birhadning darajasi qanday topiladi?
- 3) Birhadlar ko‘paytmasi yana birhad bo‘ladimi?

Birhadlarni ko‘paytiring (116–120):

$$116. \begin{array}{ll} 1) (4x) \cdot (12y); & 2) (3a) \cdot (5b); \\ 3) (-0,5p^2y) \cdot (-8py); & 4) (-4,5a^2bc) \cdot (13ab^2c). \end{array}$$

$$117. \begin{array}{ll} 1) \frac{2}{3}a \cdot 12ab^3; & 2) 0,8x^2y \cdot (-xy); \\ 3) -\frac{7}{9}pt^3 \cdot (-81p); & 4) -\frac{5}{24}a^4b^2 \cdot 2,4a^2b^4. \end{array}$$

$$118. \begin{array}{ll} 1) 14y \cdot 0,5y^2; & 2) 8x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}x\right); \\ 3) -6b^3 \cdot 1,3b^2; & 4) -12a^4 \cdot 0,3a^2. \end{array}$$

119. 1) $\frac{3}{4}ay^4 \cdot 16y$; 2) $1,6x^2c \cdot (-2xc^3)$; 3) $-a^3b^4 \cdot 1,4a^4b^5$.

120. 1) $10ax^4 \cdot (-0,1a^5) \cdot (-0,5a^2x^8)$; 2) $-20x^4 \cdot 0,5xy^2 \cdot (-0,3x^2y^3)$;

3) $-\frac{1}{3}a^2bc \cdot (-15ab^2c) \cdot (0,2abc^2)$; 4) $12x^2y^2z \cdot \left(-\frac{3}{4}xy^2z^2\right) \cdot (0,1x^2yz^2)$.

Birhadlarni darajaga ko'taring (121–124):

121. 1) $(9x)^2$; 2) $(6y)^2$; 3) $\left(\frac{1}{7}a^2\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{2}a^3\right)^3$;

5) $(0,5y^3)^4$; 6) $(0,1c^5)^4$; 7) $(1,6a^3)^2$; 8) $(2,4c^5)^2$.

122. 1) $(4xy)^2$; 2) $(5ax)^3$; 3) $(8a^2b)^2$;

4) $(4ac^4)^3$; 5) $(2a^2c^3)^3$; 6) $(5x^5y^3)^2$.

123. 1) $\left(-\frac{1}{2}ab\right)^4$; 2) $\left(-\frac{1}{3}xy\right)^3$; 3) $(-10a^3b^2)^3$;

4) $(-11a^2x^6)^4$; 5) $(-xy^2z^3)^4$; 6) $(-a^2b^3c^4)^5$.

124. 1) $-(2ax^2)^2$; 2) $-(3a^2b)^3$; 3) $-(-5x^3c)^3$;

4) $-(-2ab^4)^3$; 5) $-(-a^2b^3c^3)^3$; 6) $-(-a^3b^2c)^4$.

125. Birhadlarni kvadrat ko'rinishida ifodalang:

1) $81a^2y^4$; 2) $49a^6b^4$; 3) $-100x^4y^5$; 4) $-25x^2y^6$.

126. Quyidagi ifodalarni birhadning:

a) kvadradi shaklida ifodalang: $\frac{1}{4}x^4$; $0,36a^6b^8\frac{1}{9}a^6$; $0,16a^4b^{10}$;

b) kubi shaklida ifodalang: $0,001x^6$; $-125a^3c^9$; $0,008x^9$; $-27a^3b^{12}$.

127. Ifodani soddal ashtiring:

1) $35a \cdot (2a)^2$; 4) $(-4y^2) \cdot 3y^5$;

2) $20a^3 \cdot (5a)^3$; 5) $\left(3x^6y^3\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^2\right)$;

3) $-4x^3 \cdot (5x^2)^3$; 6) $\left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \cdot \left(4x^6y\right)^2$.

128. Ifodani soddalashtiring:

$$1) 2 \frac{2}{3} a^2 y^8 \cdot \left(-\frac{3}{2} a y^3\right)^4;$$

$$2) 3 \frac{3}{7} x^5 y^6 \cdot \left(-2 \frac{1}{3} x^3 y\right)^2;$$

$$3) 4 \frac{1}{6} a^3 b^5 \cdot \left(-1 \frac{1}{5} a^5 b\right)^3;$$

$$4) \left(-2 \frac{1}{2} a^3 b\right)^4 \cdot 3 \frac{1}{5} a^8 b^5;$$

$$5) x^{n-2} \cdot x^{3-n} \cdot x;$$

$$6) -2ab^2 \cdot 3a^3 \cdot b^4 \cdot (-2a^3b^2)^2.$$

129. Birhadlarni standart ko‘rinishga keltiring:

$$a) 1) (10a^2y)^2 \cdot (3ay^2)^3; \quad 2) (4ab^2)^3 \cdot (0,5a^3b)^2; \quad 3) \left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3 \cdot (4y^5)^2;$$

$$4) \frac{2}{3}(x^2y^3)^3 \cdot (-9x^4)^2; \quad 5) -(3x^5y^2)^2 \cdot (-x^2y)^4; \quad 6) -(-a^2y^4)^4 \cdot (6a^4y)^2;$$

$$7) (-5ab^6)^4 \cdot (0,2a^6b)^4; \quad 8) (-10x^3y^2)^5 \cdot (-0,2xy^2)^5;$$

$$b) 1) (2x^2y)^3 \cdot (3y^4)^2; \quad 2) (2a^2b)^3 \cdot (0,25ab^2)^2;$$

$$3) -(2x^4y)^2 \cdot (-x^3y^2); \quad 4) (-5a^6b)^3 \cdot (1,4ab^6)^4.$$

5-§. Ko‘phadlar

Bir nechta birhadlarning algebraik yig‘indisi **ko‘phad** deyiladi. Ko‘phadlarni tashkil etuvchi birhadlar **ko‘phadning hadlari** deyiladi.

Masalan, $9x^2+6xy-3,6y^2+3,1y$ ko‘phad hadlari $9x^2$; $6xy$; $-3,6y^2$; $3,1y$ bo‘lgan birhadlardan iborat.

$-2,8a^2b+9\frac{1}{7}b^2c-6\frac{5}{8}c$ ko‘phadning hadlari esa $-2,8a^2b$; $9\frac{1}{7}b^2c$;

$-6\frac{5}{8}c$ birhadlar bo‘ladi.

Agar ko‘phadning ba’zi hadlari standart shaklda yozilmagan bo‘lsa, ular standart shaklga keltirilib, soddalashtiriladi.

1-masala. Ko‘phadni soddalashtiring:

$$\square \quad 4b^2 \cdot 5a - 11ab \cdot ac + 18^6 ab \cdot \frac{1}{\beta} b^2 = 20ab^2 - 11a^2bc^2 - 6ab^3. \blacksquare$$

Ko‘phadlar ularning harfli ko‘paytuvchilari bir xil bo‘lmagan hadlari soniga qarab ikkihad, uchhad va hokazo deyiladi.

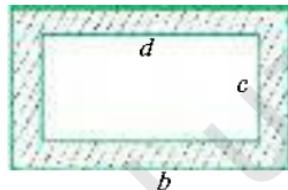
Ikkihadga misollar: a^3-b^2 ; $2a^2b+7bc$.

$$\text{Uchhadga misollar: } 3,1a + \frac{1}{2}a^2b - 4c; \quad \frac{2}{5}a + 0,5b - 2.$$

Birhad ham hadlari soni bitta bo'lgan ko'phad deb hisoblanadi.

2-masala. Shtrixlangan shaklning yuzini aniqlovchi ifoda – ko'phadni yozing va uning $a=12$; $b=10$; $c=3$; $d=6$ bo'lgandagi son qiymatini toping.

$$\square \text{ Ravshanki, } S = ab - cd. \text{ Bunga harflarning qiymatini qo'yamiz: } S = 12 \cdot 10 - 3 \cdot 6 = 120 - 36 = 84. \blacksquare$$



3-masala. Ko'phadni soddalashtiring va $x=-5$; $y=0,5$ bo'lganda uning son qiymatini toping: $-0,2xy^2x^2 - 0,2y \cdot 10 + 8x$.

$$\begin{aligned} \square & -0,2xy^2x^2 - 0,2y \cdot 10 + 8x = -0,2x^3y^2 - 2y + 8x. \\ & -0,2 \cdot (-5)^3 \cdot (0,5)^2 - 2 \cdot 0,5 + 8 \cdot (-5) = -0,2 \cdot (-125) \cdot 0,25 - 1 - 40 = \\ & = 6,25 - 41 = -34,75. \blacksquare \end{aligned}$$



Ko'phadni tashkil etgan birhadlarning eng katta darajasi **ko'phadning darajasi** deyiladi.

Masalan, $9a^2b^2c^2 - 2,1ab^2c + 4abc$ ko'phad 6-, 4-, 3- darajali birhadlardan tashkil topgan. Ta'rifga ko'ra, bu ko'phad 6-darajali ko'phaddir.

$$3xy^2 - 2x^2y - \frac{1}{2} \text{ ko'phad 3-darajali;}$$

$8b - 7,5$ ko'phad esa 1-darajali ko'phaddir.

130. Savollarga javob bering:



- 1) Ko'phad deb nimaga aytildi?
- 2) Ko'phadning hadlari nima?
- 3) Birhadni ham ko'phad deyish mumkinmi?
- 4) Ko'phadning darajasi deb nimaga aytildi?

131. (*Og'zaki.*) Ko'phadni tashkil qiluvchi birhadlarni va ularning darajalarini aytинг:

$$1) -7a^3 + 3a^2 - 4a + 1; \quad 2) 5a^2 - 0,5a + 6; \quad 3) -9x + 0,7a - x^2.$$

132. Ko'phadni birhadlarning yig'indisi shaklida yozing:

$$\begin{array}{ll} 1) 3a^5 + 3a^4 - 1,2a - 8; & 2) 2,2b^5 + 3b^4 - 18b^2 + 17; \\ 3) 8,5x^4y - 4,1x^2y^2 + 1,5xy^3 - y^4; & 4) 3,5x^4 - 1,8x^3y - 1,2x^2y - 4xy^2. \end{array}$$

133. Birhadlardan ko‘phadlar tuzing:

- 1) $-3x^2$; 4x va 8; 2) $2,1x^2$; 6x va 5;
3) x^3 ; $-x^2$ va $-x$; 4) b^6 ; $3b^5$ va $-2b^5$.

134. Ko‘phadning har bir hadini standart shaklga keltiring va soddalashtiring:

- 1) $a^2b + bab$; 2) $y \cdot xy + x^2y$;
3) $5a \cdot 6b^2 - 3a^2 \cdot 7b$; 4) $3x \cdot 4y^2 - 5x^2 \cdot 2y$;

135. Ko‘phadning har bir hadini standart shaklga keltiring, soddalashtiring va darajasini aniqlang:

- 1) $15a^3 \cdot \frac{1}{3}ba - 7ab \cdot \frac{1}{4}a^2b - 13aba$; 2) $2ac^4 \cdot 0,4ac - 0,3a^2 \cdot 10aba - 5abab^3$;
3) $2,5pq^3 \cdot (-2)pqt - 12abc \cdot \frac{1}{3}a^2bc$; 4) $3pp^3t \cdot \left(-\frac{5}{9}kp\right) + 8ab^3ab^2$.

136. Ko‘phadni standart shaklga keltiring va darajasini aniqlang:

- 1) $2xxxx \cdot \left(-2\frac{3}{4}xyy\right) + 5ppp \cdot 4t$; 2) $(0,5xy) \cdot (-4x^2y^2) - 9x^2y \cdot \left(\frac{5}{27}y\right)$.

137. Ko‘phadning son qiymatini toping:

- 1) $3a^2 + 0,5ab + 0,1b^2$, bunda $a = 4$, $b = -10$;
2) $2a^3 - 0,01ab + 2b^2$, bunda $a = -1$, $b = -0,4$.

138. Ko‘phadni soddalashtiring va uning son qiymatini toping:

- 1) $a^2aba4b + a^3bbb3a + 5$, bunda $a = -2$, $b = 0,5$;
2) $a^24aabbb5b + 2a5ba^2 + 2$, bunda $a = -1$, $b = 3$.

139. Ko‘phadni harflarning darajalari kamayib borishi tartibida yozing:

- 1) $5x^6 + 7 - 3x^8 + x^5 - x^2$; 2) $2y^8 - y^{10} - 4y^3 - 12$;
3) $0,5a^9 + 2a^5 - 3,5a^{10} - 2 + 7a^3$; 4) $5x^6 + 0,5x^8 - x + x^2 + 7$.

140. Ko‘phadni: 1) x ning; 2) y ning darajalari ortib borishi tartibida yozing:

$$18x^7 - x^2y - 5x^{10}y^8 - 3x^{13}y^7 + y^{10}.$$

141. Quyidagi sonlarni ko'phad ko'rinishida yozing:

1) \overline{ab} ; 2) \overline{xy} ; 3) \overline{abc} ; 4) \overline{xyz} ; 5) \overline{abcd} ; 6) \overline{xyzt} ; 7) \overline{mnfld} ; 8) \overline{abcde} .

142. a ning qanday qiymatida $5a^6+15a^3+25a+7$ ko'phadning son qiymati: a) juft; b) toq c) 5 ga karrali bo'ladi?

143. Ko'phadlarning qiymati manfiy bo'lmasligini isbotlang:

1) a^2+b^2+4 ; 2) $x^4+3x^2y^2+y^4+y^2+1$;
3) $x^6+y^6+x^6y^6+x^{12}y^{16}$; 4) $a^8+a^4b^4+a^{10}+b^2+b^8$.

144. a^2+b^2 ; x^2+y^2+6 ; $4x^2y^2$; y^8+3y^4-8 , $1+y^3$ ko'phadlar ichida harflarning ixtiyoriy qiymatlarida musbat qiymat qabul qiladiganlarini aniqlang.

6-§. O'xshash hadlarni ixchamlash

Siz 5-va 6-sinflarda $5a+0,3a+5$ (1) va $4x-6x+7-3x$ (2) kabi ifodalar va ularning o'xshash hadlarini soddalashtirish-ixchamlash bilan tanishgansiz:

$$5a+0,3a+5=5,3a+5; \quad 4x-6x+7-3x=-5x+7.$$

Bu misollar ko'phadlarning o'xshash hadlarini ixchamlashga misol bo'la oladi. (1) ko'phadda $5a$; $0,3a$ hadlar, (2) ko'phadda $4x$; $-6x$; $-3x$ hadlar o'xshash bo'lib, ular faqat koeffitsiyentlari bilangina farq qiladi.

Endi $15a^2b+8+9ab-12a^2b-15$ (3) ko'phadni ko'rib chiqamiz. Bu ko'phadda 1-va 4-hadlarning harfiy qismlari bir xil.

*Agar ko'phadda bir xil harfiy qismlarga ega bo'lgan hadlar mavjud bo'lsa, ular **o'xshash hadlar** deyiladi.*

Masalan, yuqoridagi (3) ko'phadda $15a^2b$ va $-12a^2b$ hadlar o'xshash.

Harfiy qismlari bo'limgan 8 va -15 sonlar ham o'xshash deb qabul qilinadi, chunki ularni bu sonlar bilan harflarning nolinchchi darajasi ko'paytmasi ko'rinishida ifodalash mumkin: $8=8a^0b^0$ va $-15=-15a^0b^0$.

1-misol. $15a^2b+8+9ab-12a^2b-15$ ko'phadning o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$\begin{aligned} \square \quad & 15a^2b+8+9ab-12a^2b-15=(15a^2b-12a^2b)+9ab+(8-15)= \\ & =(15-12)a^2b+9ab+(-7)=3a^2b+9ab-7. \blacksquare \end{aligned}$$



Ko'phadlarni o'xshash hadlarining algebraik yig'indisi bitta birhad bilan almashtiriladigan soddalashtirish ***o'xshash hadlar-ni ixchamlash*** deyiladi.

$3a^2b+ab-7$ ko'phadning har bir hadi standart shaklda bo'lib, ular orasida o'xshash hadlar yo'q.



Har bir hadi standart shaklga keltirilgan va o'xshash hadlari bo'lmagan ko'phadlar ***standart shaklda yozilgan ko'phadlar*** deyiladi.

Har qanday ko'phadni standart shaklda yozish mumkin. Buning uchun avval ko'phadning har bir hadini standart shaklda yozish va so'ngra o'xshash hadlarini ixchamlash kerak.

2-misol. Ko'phadni standart shaklga keltiring:

$$15xy \cdot \frac{1}{5}xz + 4xyx - 9x^2 \cdot \frac{1}{3}y - 4xyx + x^2yz.$$

$15xy \cdot \frac{1}{5}xz + 4xyx - 9x^2 \cdot \frac{1}{3}y - 4xyx + x^2yz = 3x^2yz + 4x^2y - 3x^2y - 4x^2y + x^2yz - 4x^2yz - 3x^2y.$ ■

145. Savollarga javob bering:



- 1) Qanday birhadlar o'xshash deyiladi?
- 2) O'xshash hadlar qanday ixchamlanadi?
- 3) Ko'phadning standart shakli nima?
- 4) Ko'phad standart shaklga qanday keltiriladi?

146. O'xshash hadlarni ixchamlang:

- | | |
|--|---|
| 1) $0,5x^2 - x^2 + 0,8x^2 + 3x^2;$ | 2) $0,8a^2 - a^2 + 2,2a^2 + 5a^3;$ |
| 3) $-2xy^2 - xy^2 - 0,8xy^2 - 1,9xy^2;$ | 4) $-5ab^3 - ab^3 - 0,2ab^3 + 9,2ab^2;$ |
| 5) $2a^2 - 7ab - 5a^2 - 11ab + 13c^2;$ | 6) $4x^2 - y^2 + 6xy - 12y^2 - 8xy;$ |
| 7) $11p^2q + 8pq^2 + 5pq^2 - 13p^2q - 11p^3;$ | |
| 8) $15a^3b^3 - 13ab^3 - 2a^4b^2 + 15a^3b^3 + ab - a^2b^2.$ | |

147. Ko'phadni standart shaklga keltiring:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $18a^2 - 5a - a^2 - 3a;$ | 2) $4b^2 - 3b - 2b - 5b^2;$ |
| 3) $0,8c^2 - 0,1c^2 - 0,6c^3;$ | 4) $3,2m^2 + 2,4m^3 - 1,8m^2.$ |

148. Ko‘phadning son qiymatini toping:

1) $0,2a^4 + a^2 + 0,1a^4 - 8 - 1,3a^4 + 0,2a^2$, bunda $a=12$;

2) $\frac{1}{8}b^3 + \frac{1}{12}b^3 - b^4 - \frac{1}{3}b^4$, bunda $b=-2$.

149. O‘xshash hadlarni ixchamlang va ko‘phadning darajasini aniqlang:

1) $13t^2 - 2t^2 - 10t - 3t^2 + 4t + 11$; 2) $x^2 + 8x - 21 - x^3 - 12x^2 + 8x - 18$;

3) $n^3 + n^2 + n + 1 - n^4 - n^3 - n^2 - n - 1$; 4) $-x^2 - x^3 - x^4 - 1 - x^2 + x^3 - 9$.

150. Ifodani soddalashtiring va uning qiymatini toping:

1) $-a - 3b - 4 + 2b$, bunda $a = -14$, $b = -5$;

2) $-15x - y - 2 + 14x$, bunda $x = -19$, $y = -2$;

3) $2ab - 2a - b + 2b$, bunda $a = -3$, $b = 7$;

4) $n^4 - 3n^3m + n^2m^2 + n^3m - 4nm^3$, bunda $n = -1$, $m = 1$.

151. * o‘rniga shunday birhad yozingki, natijada 6- darajali ko‘phad hosil bo‘lsin:

1) $x^3 - 2x^2 + 3x - 1 + *$; 2) $y^6 - 2y^4 - 3y - *$.

152. Quyudagi ko‘phadlardan, undagi harflarning har qanday qiymatida: a) musbat; b) manfiy bo‘ladiganini ko‘rsating:

1) $a^5 + a^3 + a$; $-3a^2 - 1$; $a^6 + a^4 + a^2 + 3$;

2) $a^2 + b^2 + a$; $-a^2 - b^2 - a^2b^2 - 16$; $-a - b - 8$.

153. Ko‘phadni standart shaklga keltiring:

1) $18x^3 - 13xy - 3x^3 - 2x^2 - 8y - 4$; 2) $3y \cdot y^3 - 3y^2 \cdot 4y^2 + 6y^2 - 8y - 11$;

3) $5a \cdot (-4b^4)3x^2x^3 + 27x^3 - x^6$; 4) $18x(-x^2y) + 16x^3y - 14xxy - 12x^2y$.

154. Ifodani soddalashtiring:

1) $15a \cdot a^3 - 6a^2 \cdot a^2 - 16a^4 + 4a^2 - a^2$;

2) $0,3x \cdot 4y^2 - 1,2xy \cdot y + 4,8xy^3 - 6x \cdot 0,8y^3$;

3) $5a^2 \cdot 2b - 10ab \cdot 4a - 14a^2b - 18a^2b$;

4) $\frac{2}{9}p \cdot 3q^2 - \frac{7}{13}pq \cdot 26q + \frac{1}{3}pq \cdot 4q + 1,2pq \cdot 5pq$,

7-§. Ko‘phadlarni qo‘shish va ayirish

Misol. Ifodalarni soddalashtiring:

- 1) $(3x^2+4x-8)+(5x+2)$;
- 2) $(3a^2+4ab-b^2)+(2a^3-a^2+4ab-b^2+7)+(a^2-2ab+b^2-3)$;
- 3) $(x^3+2y^3+3x-4y+7)-(x^3-2y^3-4x-5y+8)$.

Qavslarni ochish qoidasiga ko‘ra o‘xshash hadlarni e’tiborga olib, ifodalarni quyidagicha soddalashtirish mumkin:

$$\begin{aligned}
 1) & (3x^2+4x-8)+(5x+2)=3x^2+4x-8+5x+2=3x^2+9x-6; \\
 2) & (3a^2-4ab-b^2)-(2a^3-a^2+4ab-b^2-7)+(a^2-2ab+b^2-3)= \\
 & -3a^2+4ab-b^2-2a^3-a^2+4ab-b^2+7+a^2-2ab+b^2-3= \\
 & =3a^2+6ab-b^2-2a^3-4; \\
 3) & (x^3+2y^3-3x-4y+7)-(x^3-2y^3-4x-5y-8)=x^3+2y^3-3x-4y+7- \\
 & -x^3+2y^3+4x-5y-8=4y^3-7x+y-1.
 \end{aligned}$$

1), 2), 3) misollarda qavs ichidagi har bir ifoda ko‘phad ekani ravshan. 1); 2) misollarda ko‘phadlarni qo‘shishni, 3) misolda esa ko‘phadlarni ayirishni bajardik. Natijada yana ko‘phad hosil bo‘ldi.

Demak, bir nechta ko‘phadning algebraik yig‘indisini standart shaklidagi ko‘phad ko‘rinishida yozish uchun qavslarni ochish va o‘xshash hadlarni ixchamlash kerak.

Ko‘phadlarning yig‘indisi yoki ayirmasini sonlarni qo‘shish va ayirishga o‘xshash „ustun“ usulida topish qulay bo‘ladi. Bunda o‘xshash hadlar birining ostiga ikkinchisi turadigan qilib yoziladi.

Masalan,

$$\begin{array}{r} 1) + \frac{6a-3bc+2ac}{4bc-9ac}; \\ 2) - \frac{15xyz-3xy+9xz-11yz}{6xyz-5xy-7xz+5yz}. \end{array}$$

155. Savollarga javob bering:

- 1) Ko‘phadlar qanday qo‘shiladi va ayriladi?
- 2) Ko‘phadlar yig‘indisi yana ko‘phad bo‘ladimi? Ayirmasi-chi?
- 3) Ko‘phadning yig‘indisi va ayirmasi „ustun“ usulida qanday aniqlanadi?
- 4) Ko‘phadlar yig‘indisi standart shaklga qanday keltiriladi?

Ko‘phadlar yig‘indisini va ayirmasini toping va ularni standart ko‘rinishga keltiring (156–157):

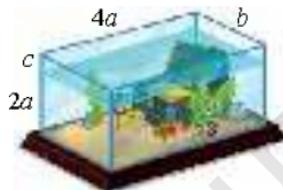
156. 1) $8x^2 - 6x + 4$ va $8x^2 - 6$; 2) $a + 4b$ va $4a - 4b$;
3) $4a^2 + 8a - 6$ va $4a^2 + 2$; 4) $x + 7y$ va $3 - 7y$.
157. 1) $3y^2 + 9y - 12$ va $4y^2 - 7y + 4$; 2) $5m^4 + 5m^2 - 14$ va $5m^5 - 5m^2 + 14$;
3) $6y^2 - 4y + 1$ va $9y^2 + 3y - 12$; 4) $x^2 - 4x + 16$ va $x^3 + 4x - 16$.
158. Ifodani soddalashtiring:
- 1) $(4a + 6b) + (10a - 8b) + (-6a + 12b)$;
 - 2) $(3a + 6b) + (9a - 12b) + (10b - 6a)$;
 - 3) $(3x - 12y) - (6x + 13y) + (4x - 18y)$;
 - 4) $(4x + 11y) - (7x + 4y) + (7x - 9y)$;
 - 5) $(4b^2 + 3b) + (3b^2 - 4b - 5) - (-b^2 + 19)$.
159. Avtobus 4 soat yo‘l yurdi. U 1-soatda x km va har bir keyin-
gi soatlarda avvalgisidan 5 km ko‘p yo‘l o‘tdi. Avtobusning
1) 2- soatda;
2) 3- soatda;
3) dastlabki 2 soatda;
4) oxirgi 2 soatda;
5) butun yo‘l davomida qancha masofa bosib o‘tgанини aniqlang.
160. Velosipedchi 5 soat yo‘l yurdi. U 1 soatda y km va keyin-
gi har bir soatda avvalgisiga qaraganda 1 km kam yo‘l bosib
o‘tdi. Velosipedchi: 1) 2 soatda; 2) 3 soatda; 3) dastlabki 3
soatda; 4) oxirgi 2 soatda; 5) butun yo‘l davomida necha ki-
lometr masofani bosib o‘tdi?
161. Ko‘phadlarning algebraik yig‘indisini toping:
- 1) $\left(\frac{5}{5}a - \frac{1}{4}a^2\right) + \left(\frac{3}{4}a^2 - 2\frac{3}{5}a\right)$;
 - 2) $(0,5b - 0,6b^2) - 0,5b - 0,7b^2$;
 - 3) $\left(9\frac{5}{7}x^2 - \frac{5}{6}x\right) + \left(-\frac{1}{6}x + 1\frac{2}{7}x^2\right)$;
 - 4) $(3,6k^3 + 1,5k) - (1,5k - 4,4k^3)$.
162. 1) $(9k^2 - 5pk - p^2) - (3k^2 - pk + p^2)$;
2) $(6p^2 - 12pk + t^2) + (-13t^2 - 9p^2 + 6pt)$.
163. 1) $\left(\frac{1}{3}b - \frac{1}{4}c\right) - \left(\frac{1}{3}b - \frac{3}{4}c\right) - (b + c)$;
2) $\left(\frac{7}{9}p + \frac{2}{3}q\right) - \left(2\frac{7}{9}p - \frac{4}{5}q\right) + (p - q)$.

- 164.** 1) $(-4a^3+ab^2)+(3a^2b-2)+(a^2b-ab^2+5a^3)$;
 2) $(13b^2+15bc+12b^2c)-(15bc+13b^2)-(12b^2c-13b^2)$.
- 165.** Ko'phadlar yig'indisini „ustun“ usulida toping:
- 1) $5ab^2+a^3-4b^3$ va $3a^3-4ab^2$;
 - 2) $4p^2+5pq-9q^2$ va $9q^2-5pq-4p^2q^2-p^3$.
- 166.** Ko'phadlar ayirmasini „ustun“ usulida toping:
- 1) $2y^2+6y-2$ va $1+6y-3y^2$;
 - 2) t^4-2t^2-3t va $t+t^2+t^4$.
- 167.** 1) Agar $A=-6a^2+3a+b$ va $B=-5a^2-2a-b$ bo'lsa, $A+B$ ifoda nimaga teng?
 2) Agar $A=3p^2-4q^3+5$ va $B=3p^2-5q^3-4$ bo'lsa, $A+B$ ifoda nimaga teng?
 3) Agar $A=-9x^3-3x+2x^2+1$ va $B=3x^2+3x+9x^3+7$ bo'lsa, $A-B$ ifoda nimaga teng?
 4) Agar $A=x^2-3y^2-2xy$; $B=4x^2-xy-11y^2$ va $C=-5x^2-3xy+4$ bo'lsa, $A+B-C$ ifoda nimaga teng?
 5) Agar $A=3p^2-2pq+8q^2$; $B=9p^2-5pq-5q^2$ va $C=p^2-3pq+2q^2$ bo'lsa, $A-B+C$ ifoda nimaga teng?
- 168.** Sonlar yig'indisini ko'phad ko'rinishida tasvirlang:
- 1) $\overline{ab} + \overline{bc}$;
 - 2) $\overline{cd} + \overline{ab}$;
 - 3) $\overline{abc} + \overline{bc}$;
 - 4) $\overline{bcd} - \overline{cd}$;
 - 5) $\overline{abc} - \overline{bca} - \overline{acb}$;
 - 6) $\overline{abc} + \overline{bcd} + \overline{acd}$.
- 169.** Qavslarni oching va o'xshash hadlarni ixchamlang:
- 1) $9,5a - (2,5a - (0,4a - (0,5a + 2,1a)))$;
 - 2) $3,4b - (1,6b + (8,2b - (1,25b - 8,5b)))$.
- 170.** $15b^4-3b^2+2b-8+b^3$ ko'phadni:
- 1) 1 ta qo'shiluvchisi ($15b^4+2b$) bo'lgan 2 ta ko'phad yig'indisi;
 - 2) 1 ta qo'shiluvchisi ($15b^4-8$) bo'lgan 2 ta ko'phad yig'indisi shaklida ifodalang.
- 171.** Isbotlang:
- 1) uchta ketma-ket kelgan natural sonlar yig'indisi 3 ga bo'linadi;
 - 2) beshta ketma-ket kelgan natural sonlar yig'indisi 5 ga bo'linadi.

8- §. Ko'phadni birhadga ko'paytirish

Rasmda ko'rsatilgan akvariumga to'l-guncha suv quyildi. Akvariumning o'lcham-lari detsimetrlarda ifodalansa, unga qancha suv ketadi?

□ Rasmdagagi akvarium to'g'ri burchakli parallelepiped shaklida. Bu parallelepipedning hajmi asos yuzi va balandligi ko'paytmasiga teng: $V = (4ab) \cdot (2a + c)$ (dm^3).



Bu ifoda $2a + c$ ko'phad bilan $4ab$ birhadning ko'paytmasidir.

Ko'paytirishning taqsimot qonunini qo'llab, quyidagilarni yoziш mumkin: $(4ab) \cdot (2a + c) = 4ab \cdot 2a + 4ab \cdot c = 8a^2b + 4abc$. Demak, akvariumning sig'imi $V = 8a^2b + 4abc$ (litr). ■

Bundan shunday natijaga kela olamiz:

1. *Ko'phadni birhadga ko'paytirish uchun ko'phadning har bir hadini shu birhadga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmalarни qo'shish kerak.*

Misollar. Ko'phadni birhadga ko'paytiring:

$$1) (5x^2 - y - 3xy^2) \cdot (-7xy); \quad 2) (-4n^2m + 3n^2 - 2m^2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)nm;$$

$$3) 5tz \cdot \left(\frac{1}{5}t^2 - \frac{3}{10}t + 3\right).$$

$$\square 1) (5x^2 - y - 3xy^2) \cdot (-7xy) = 5x^2 \cdot (-7xy) - y \cdot (-7xy) - 3xy^2 \cdot (-7xy) = \\ = -35x^3y + 7xy^2 + 21x^2y^3. \blacksquare$$

□ 2) Ko'phadning har bir hadini birhadga ko'paytmasini yozmasdan og'zaki ko'paytirib, bordaniga javobini yozish mumkin:

$$\left(-4n^2m + 3n^2 - 2m^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}nm\right) = 2n^3m^2 - \frac{3}{2}n^3m + nm^3. \blacksquare$$

□ 3) Misolni yechishda ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasini e'tiborga olsak, birhadni ko'phadga ko'paytirish ham yuqoridagiga o'xshash bajariladi:

$$5tz \cdot \left(\frac{1}{5}t^2 - \frac{3}{10}t - 3\right) - t^3z - \frac{3}{2}t^2z + 15tz. \blacksquare$$

172. Savollarga javob berishing:

- 1) Ko'phad birhadga qanday ko'paytiriladi? Birhad ko'phadga-chi?
 2) Ko'phadning birhadga ko'paytmasi yana ko'phad bo'ladimi?

Ko'paytmani toping (173–175):

$$\begin{array}{ll} \text{173. } 1) -0,7 \cdot (8a+3b); & 2) -1,2 \cdot (1,8x-6y); \\ 3) \left(5,5y - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right); & 4) \left(9,6t - \frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{12}\right); \\ 5) \frac{1}{8} \cdot (16k^2 - 8k - 8); & 6) \frac{7}{11} \cdot \left(1\frac{4}{7}c^2 + 11c\right); \\ 7) -7,2 \cdot \left(0,5x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 + x - 5\right); & 8) -3,6 \cdot \left(2y^2 - 1\frac{1}{6}x^3 + 7 - 5x\right). \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{174. } 1) 3a^3 \cdot (-9a+8b); & 3) (-4a^2b + 3ab - 8a) \cdot (-ab); \\ 2) 8x^2 \cdot (3x+7k); & 4) (x^5y - x^4y^2 + y + 1) \cdot (-x). \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{175. } 1) -0,5a \cdot (a^3 + 1,6a - 0,8a^2) \cdot a^2; & 3) \frac{7}{9}xy^2 \cdot (1,8x^2 - 2,7xy + 15) \cdot y; \\ 2) -8,2x^3 \cdot (3x + x^2 - 5) \cdot x^3; & 4) -\frac{2}{11} \cdot \left(1,1a^2b^2 - 1,21ab + 5\frac{1}{2}\right) \cdot (-a - b). \end{array}$$

176. Ko'phad ko'rinishida tasvirlang:

$$\begin{array}{ll} 1) -0,7a \cdot (a^3 - a \cdot (2,1a^2 - 5,1)) \cdot a^3; & 2) \frac{2}{5}xy \cdot \left(0,5x^2 - 1,5 \cdot \left(xy - \frac{2}{3}\right)\right) \cdot x^3; \\ 3) -\frac{1}{8}p \cdot (1,6pq \cdot (pq - 2) - 0,8) \cdot (-4q); & 4) -t^3 \cdot (-0,2tp(2t - 1) + 5) \cdot \frac{1}{8}t^2p^2. \end{array}$$

Ifodani soddalashtiring (177–178):

$$\begin{array}{ll} \text{177. } 1) 5a^2 + 3a \cdot (4-a); & 3) 1,6p \cdot (p^2 - 1) - 2p^2(4-p); \\ 2) 9x^3 - 2x \cdot (0,5 + 3x^2); & 4) 2,5a \cdot (4a^2 + a) + 1,2a^2(5-a). \\ \text{178. } 1) 6a^2 - 2a(a-4) + 5a(1-a); & 2) 15m^4 - 3m^3(m-3) + (m^2 + 3m) \cdot 8m^2. \\ \text{179. Harfning qanday qiymatida tenglik to'g'ri bo'ladidi:} & \\ 1) 2x(1-3x) + 1,5x(4x-2) = -5; & \\ 2) 5x(2x+4) - 2,5x(4x+2) = 10; & \\ 3) -x^2(5-4x^2) - 4x(x^3 - 1,25x) + 5x = 8? & \end{array}$$

180. Ifodaning son qiymatini toping:

- 1) $8(0,2x^2 - 0,4x + 1,5) - 0,4(3x^2 + 5x - 3)$, bunda $x = -21$;
- 2) $-6ab\left(\frac{2}{3}ab - 2\right) + 5a^2\left(\frac{2}{5}b^2 - 3\right)$, bunda $a = -\frac{1}{3}$; $b = -6$.

181. Berilgan ifodalardan b ga bog'liq bo'limganini aniqlang:

- 1) $8b(5+b) - 2b(5b-1) - 25(b+3) - b + 5$;
- 2) $3(6b^2 - 2) - 4(2b+5) - 5(b^2+2) - b^2 + 7$.

182. Ko'phad ko'rinishida ifodalang:

- | | |
|--|--|
| 1) $3a^kb\left(\frac{2}{3}a - \frac{5}{6}b^k\right)$; | 3) $\left(\frac{3}{4}a^{2n}b^n - \frac{1}{8}a^nb^{3n}\right)(-12ab)$; |
| 2) $-36a^kb^n\left(\frac{5}{6}ab^3 - \frac{3}{4}a^4b\right)$; | 4) $(16a^{3n}b - 12ab^{2n}) \cdot \left(-\frac{1}{4}a^2b^2\right)$. |

183. * o'miga shunday birhad qo'yingki, natijada to'g'ri tenglik hosil bo'lsin:

- 1) * $\cdot (x^3 + 3xy + 2xy^2 + y^3) = 1,2x^4y + 3,6x^3y^2 + 2,4x^2y^3 + 1,2xy^4$;
- 2) * $\cdot (ab^2 + 0,1a^2b - 4ab + 5b^2) = 2a^3b^3 + 0,2a^4b^2 - 8a^3b^2 + 10a^2b^3$;
- 3) * $\cdot (5a^4 + 10a^3 + 15a^2 + 20a) = * + * + * + 4a^2$;
- 4) * $\cdot (0,5ab - 0,2a^2b - b^2) = 2,5a^2b^3 - * - *$.

184. Ko'phadni standart shaklga keltiring va uning darajasini aniqlang:

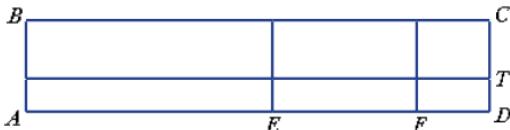
- 1) $a^5b(b^4 + ab^5 - a^2b^6 + a^3b^7)$;
- 2) $2x^2y^3(3y^3 + 2y^2 - x - x^2)$;
- 3) $(p^4 - p^3q + p^2q^2 - pq^3) pqt$;
- 4) $(2a^3 + 3a^2 - b - b^2) abc$.

185. Agar $m > 1$ bo'lsa, ifodani soddalashtiring:

- a) $\left(0,8^{m+3} - \frac{1}{6}b^m - 0,5b^{m-1}\right) \cdot 1,2b^m - 9b^m \cdot \left(\frac{1}{9}b^{m-1} - b^m + 0,2b^{m-1}\right)$;
- b) $\left(-1\frac{1}{3}c^{m-1} + \frac{1}{9}c^m + 3c^3\right) \cdot 0,3c^{m+1} - 0,4c^m \cdot \left(\frac{3}{4}c^m - c^{m+1} - 1\frac{1}{4}c^4\right)$.

9-§. Ko'phadni ko'phadga ko'paytirish

Masala. $ABCD$ to'g'ri to'rburchakda $AE = 3a$; $EF = 2b$; $FD = c$; $CT = k$; $TD = 0,5d$ bo'lsa, uning yuzini aniqlash uchun ifoda tuzing.



To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini aniqlaymiz:

$$AD = AE + EF + FD = 3a + 2b + c; \quad CD = CT + TD = k + 0,5d, \text{ u holda } ABCD \text{ to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi } S = AD \cdot CD = (3a + 2b + c)(k + 0,5d).$$

Bu ifoda $(3a + 2b + c)$ va $(k + 0,5d)$ ko‘phadlarning ko‘paytmasidan iborat. Ko‘paytirishning taqsimot qonunini, ko‘phadlarni birhadlarga ko‘paytirish qoidalarini qo‘llab quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{aligned} S &= (3a + 2b + c)(k + 0,5d) = (3a + 2b + c) \cdot k + (3a + 2b + c) \cdot 0,5d = \\ &= 3ak + 2bk + ck + 1,5ad + bd + 0,5cd. \blacksquare \end{aligned}$$



Demak, ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish uchun bиринчи ko‘phadning har bir hadini иккинчи ko‘phadning har bir hadiga ko‘paytirish va hosil bo‘lgan ko‘paytmalarni qo‘sish kerak.

Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish natijasida yana ko‘phad hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan ko‘phadni standart shaklda yozish kerak.

Misollar. Ko‘paytmani bajaring:

$$1) (3a - 4b)(0,2a + 5b); \quad 2) (x - 3y + 4z)(-7y + 5z);$$

$$\begin{aligned} \square 1) (3a - 4b)(0,2a + 5b) &= 0,6a^2 - 0,8ab + 15ab - 20b^2 = \\ &= 0,6a^2 + 14,2ab + 20b^2; \\ 2) (x - 3y + 4z)(-7y + 5z) &= -7xy + 21y^2 - 28yz + 5xz - 15yz + 20z^2 = \\ &= -7xy + 21y^2 - 43yz + 5xz + 20z^2. \blacksquare \end{aligned}$$

186. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:



- 1) Ko‘phadni ko‘phadga qanday ko‘paytiriladi? Misollarda tu-shuntiring.
- 2) Ko‘phadlarni „ustun“ usulida qanday ko‘paytiriladi deb o‘ylaysiz? Misollar tuzing.
- 3) Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirilgach, ko‘paytma standart shaklda qanday yoziladi?

187. Ko‘phadlarni ko‘paytiring:

1) $(x + 5)(y - 8);$	3) $(4a - 3b)(5a - 2b);$	5) $3(b - 5)(b + 3);$
2) $(x - 2)(y - 6);$	4) $(12x + 7)(5x - 3);$	6) $4(x + 8)(x - 7);$

$$7) (a-9)(11-b); \quad 9) (8x^2+1)(4x-1); \quad 11) -9(y-1)(y+5);$$

$$8) (a-3)(8-b); \quad 10) (3x^2-1)(5x+1); \quad 12) -5(2-a)(a+7).$$

188. Ko‘paytirishni bajaring:

$$\begin{array}{ll} 1) (a^2-a-2)(a^2+a+2); & 4) (4+t-t^3+t^5)(t-3); \\ 2) (y^2-y-1)(y^2+y+1); & 5) (3-y+y^2-y^5)(1-y); \\ 3) (3m^2-2m+1)(-3m^2+2m-1); & 6) (x+5)(x-2)(x^2+3y-10). \end{array}$$

189. Ifodani ko‘phad ko‘rinishida yozing:

$$\begin{array}{ll} 1) (3t-3)(2t+8)+7; & 5) 2x^2+(4-3x)(x+12); \\ 2) (2a-16)(8a-1)+2; & 6) 4b^2+(3-4b)(b-2); \\ 3) 4a-(a+3)(2a-1); & 7) 13p-(p-2)(6p-5); \\ 4) (x+3)(x-5)-(x^2-3x); & 8) (t+11)(t-1)-(t^2-9t). \end{array}$$

190. x ning qanday qiymatlariida quyidagi ifodalar teng bo‘ladi:

$$\begin{array}{l} 1) (1,5x+2,5)(2x-0,5) \text{ va } (3x-1,5)(x+3,5); \\ 2) (10x+2)(4x-6) \text{ va } (5x-2)(8x+2); \\ 3) (10x-2)(4-2x) \text{ va } (2x-6)(4-10x); \\ 4) (3,5x-0,5)(0,5x+2,5) \text{ va } (1,5+3,5x)(0,5x-1,5)? \end{array}$$

191. Ifodani soddalashtiring:

$$\begin{array}{l} 1) ab(a+b)-(a^2+b^2)(2a-b); \\ 2) pq(p+q)-(p^2+q^2)(p-2q); \\ 3) (8p+3k)(3p-8k)-(3p+8k)(8p-3k). \end{array}$$

192. Sinfda 2 ta akvarium bo‘lib, ular to‘g‘ri burchakli parallelepiped shaklida. Birinchi akvariumning bo‘yi enidan 20 cm uzun, ikkinchisining bo‘yi va enining har biri birinchisinkiga qaraganda 20 cm uzun. Agar ikkala akvariumga 25 cm balandlikda suv quyilsa, ikkinchi akvariumga birinchisiga qaraganda 30 litr ko‘p suv quyish kerak bo‘ladi. Kichik akvariumning eni va bo‘yini toping.

193. Ifodaning qiymatini toping:

$$\begin{array}{l} 1) \left(2a+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(4a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}\right), \text{ bunda } a=-4\frac{1}{2}; \\ 2) \left(3a-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(9a^2-\frac{9}{4}a+\frac{9}{16}\right), \text{ bunda } a=3\frac{1}{3}. \end{array}$$

194. Ko'phadlarni ko'paytiring:

- 1) $(3a^4 - 2a^3x + 4a^2x^2 + ax^3)(a^3 - 2a^2x + 5ax^2 - x^3)$;
- 2) $(a^{m+1} + a^m + a^{m-1})(a^{m+1} - a^m)$.

195. Ko'phadlarni „ustun“ usulida ko'paytiring:

- 1) $(b+2)(b^2+3b-4)$;
- 2) $(3a+4)(2a-3)$;
- 3) $(x-5y)(x^2+5xy+25y)$;
- 4) $(5x^2-2y)(-x^2+3y+2)$.

- 196.** 1) Avtomobil v km/h tezlik bilan 6 soat yurdi. Keyin tezligini 20 km/h oshirib 3 soat yurdi. Avtomobil jami necha kilometr yurgan?
- 2) Velosipedchi k km/h tezlik bilan 2 soat yurdi. Keyin tezligini n km/h oshirib, 2,5 soat yurdi. U jami necha kilometr yurgan?

- 197.** Kater daryo oqimi bo'yicha 5 soat, oqimga qarshi 6 soat yurdi. Kateming turg'un suvdagi tezligi m km/h, daryo oqimining tezligi n km/h bolsa, kater bu vaqt davomida necha kilometr yo'l bosgan?

10-§. Birhad va ko'phadni birhadga bo'lish

1. Birhadni birhadga bo'lish.

Birhadlarni qo'shish, ayirish, ko'paytirish va natural ko'rsatkichli darajaga ko'tarishni o'rjanib oldik. Bu amallarni bajarish natijasida yana birhad hosil bo'ldi.

Endi birhadni birhadga bo'lishni ko'rib o'taylik.

Misol. Bo'lishni bajaring:

- 1) $(12b):3$;
- 2) $(15ab):(5b)$;
- 3) $(48a^4b^7):(12a^2b^6)$;
- 4) $(8/9a^5b^3c):(-4a^5b^3c)$;
- 5) $(20z^8):(4xz^6)$;
- 6) $y^5:y^6$.

Bo'linmalarni aniqlashda bo'lish amali o'rniga kasr chizig'ini qo'yamiz va bir xil asosli darajalarni bo'lish qoidalardan foydalanamiz.

$$1) 12b : 3 = \frac{12b}{3} = 4b; \quad 2) (15ab):(5b) = \frac{15ab}{5b} = \frac{15}{5} \cdot \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{b} = 3a;$$

$$3) (48a^4b^7):(12a^2b^6) = \frac{48a^4b^7}{12a^2b^6} = \frac{48}{12} \cdot \frac{a^4}{a^2} \cdot \frac{b^7}{b^6} = 4a^2b. \blacksquare$$

1) – 3) misollar natijalarida birhadlar hosil bo'ldi.

Yuqoridagi misollardan shunday xulosaga kelish mumkin:

- Birhadni birhadga bo'lganda yana birhad hosil bo'lishi uchun
- a) ikkala birhad ham standart shaklida yozilgan bo'lishi kerak;
 - b) bo'luvchida ham, bo'linuvchida ham bir xil harf bo'lib, bo'luvchidagi harfning ko'rsatkichi bo'linuvchidagi harf ko'rsatkichidan katta bo'lmasligi kerak;
 - d) bo'luvchi birhadning koefitsiyenti „0“ bo'lmasligi kerak.

Bo'lish natijasini ko'paytirish bilan tekshirish mumkin: bo'linuvchi bo'luvchining bo'limmaga ko'paytmasiga teng bo'lishi kerak.

Masalan, $(81x^3y^7z^2):(9x^2y^3z) = 9xy^4z$ bo'lish to'g'ri bajarilgan, chunki $(9x^2y^3z) \cdot (9xy^4z) = 81x^3y^7z^2$.

2. Ko'phadni birhadga bo'lish.

Ko'phadlarni qo'shish, ayirish, ko'paytirish natijasida yana ko'phad hosil bo'lishi avvalgi mavzularda ko'rsatildi. Birhadni birhadga bo'lganda har doim ham birhad hosil bo'lavermaydi. Bunda ko'phadni birhadga bo'lganda doimo ko'phad hosil bo'lmasligi mumkin, degan xulosaga kelamiz.

Masala. Bo'lishni bajaring:

- 1) $(3x^3y + 6xy^3 - 0,75xyz):(3xy)$; 2) $(54p^3q^2 - 72p^2q^4):(9p^2q^2)$;
- 3) $(16mn - 3m^2n):(5mn)$; 4) $(12ab + 11ac):(ab)$.

□ Bu bo'linmalarni aniqlashda sonlarning bo'lish xossasidan foydalanamiz: yig'indini songa bo'lish uchun har bir qo'shiluvchini shu songa bo'lish kerak:

$$1) (3x^3y + 6xy^3 - 0,75xyz):(3xy) = (3x^3y):(3xy) + (6xy^3):(3xy)$$

$$- (0,75xyz):(3xy) - \frac{3x^3y}{3xy} + \frac{6xy^3}{3xy} - \frac{0,75xyz}{3xy} = x^2 + 2y^2 - 0,25z;$$

$$2) (54p^3q^2 - 72p^2q^4):(9p^2q^2) - (54p^3q^2):(9p^2q^2) - (72p^2q^4):(9p^2q^2) -$$

$$= \frac{54p^3q^2}{9p^2q^2} - \frac{72p^2q^4}{9p^2q^2} = 6p - 8q^2. \blacksquare$$

Ko'rilgan 1) misolda ko'phadni birhadga bo'lish natijasi da ko'phad hosil bo'ldi. Bunday hollarda ko'phad birhadga qoldiqsiz bo'linadi, deyiladi.

198. Savollarga javob bering. Topshiriqtarni bajaring:

- 1) Birhad birhadga qanday bo'linadi? Misollarda tushuntiring.
 2) Birhadni birhadga bo'lganda doimo birhad hosil bo'ladi mi?
 Misollar keltiring.
 3) Ko'phad birhadga qanday bo'linadi? Misollarda tushuntiring.
 4) Ko'phadni birhadga bo'lganda doimo ko'phad hosil bo'la-dimi? Misollar keltiring.

Bo'lishni bajaring (199–209):

199. 1) $(18a):(3a)$; 2) $(15x):(2x)$; 3) $(-16xy):(4xy)$; 4) $(-26ab):(2ab)$.

200. 1) $(9a):\left(-\frac{1}{3}a\right)$; 2) $(8c):\left(-\frac{4}{5}c\right)$; 3) $\left(\frac{3}{4}b\right):\left(-\frac{1}{2}b\right)$; 4) $\left(\frac{7}{8}n\right):\left(-1\frac{3}{4}n\right)$.

201. 1) $(10xyz):(-3x)$; 2) $(-18pt):(\bar{3}t)$;
 3) $(8,1ab):(-9a)$; 4) $(5,12pqt):(-0,25qt)$.

202. 1) $(25a^5):(5a^2)$; 2) $(-72x^8):(9x^3)$;
 3) $(-0,8a^8):(-0,5a^3)$; 4) $(-8,5y^5):(-1,7y)$.

203. 1) $\left[1\frac{7}{25}a^3b^2p^2\right]:\left(-3\frac{1}{5}a^2bp\right)$; 2) $\left(-3\frac{1}{2}x^2y^5z\right):\left(1\frac{3}{4}xy^3\right)$;
 3) $(2,25p^2q^2y^3):(-1,5p^2y^3)$; 4) $(1,69a^7b^3c^2):(-1,3a^4b^2c)$.

204. 1) $(1,9a^2b^5c):(3,61ab^5c)$; 2) $(14x^5y^2z^3):(7x^5yz)$;
 3) $\left(-\frac{8}{5}a^8b^3y^3\right):\left(-1\frac{1}{4}a^6b^2y^3\right)$; 4) $\left(-\frac{7}{4}a^6b^4y\right):\left(-2\frac{1}{3}a^3b^3y\right)$.

205. 1) $(3a^4b^3)^3:(4a^2b)^2$; 2) $(5a^3x^2)^3:(15a^2x)^2$; 3) $(-xyz^2)^6:(-x^2yz^3)^3$.

206. 1) $(8,4a^6b^{m+2}):(\bar{0},7a^5b^{n-2})$; 2) $(12,5x^5y^m):(2,5x^3y^{m+2})$;
 3) $(-3,9a^{k+m}b^{k+m}c^2):(-0,3a^{k-1}b^{n-1}c^2)$; 4) $(-1,5x^ny^5z^k):(-0,5x^2y^3z^n)$.

207. 1) $(15x+10):5$; 2) $(23b+26):13$; 3) $(8t-12):4$;
 4) $(18m-12):6$; 5) $(-15+6x):(-3)$; 6) $(-85+34a):(-17)$.

208. 1) $(8ab-6ap):a$; 2) $(9x^2-12xy):3$; 3) $(p-t):t$; 4) $(mn-m):m$.

209. 1) $(13x^2b-26xb^2):(13xb)$; 4) $(-85p^8q^7+34p^9q^6):(-17p^5q^6)$;
 2) $(28a^5b^4-14a^5b^3):(4at)$; 5) $(-54a^2b^4-62a^5b^2):(-4a^2b^3)$;
 3) $(65y^8z^3-26yz^7):(-13yz)$; 6) $(3p^9q^3-5p^8q^5):(-2p^3q^3)$.

210. Ifodani soddalashtiring:

- 1) $(3a^{21}-2a^3):(a^2+(18a^3-27a^2):(9a);$
- 2) $(15a^3-18a^2):(3a^2)+(12a^2-8a):(4a).$

211. Ifodaning qiymatini toping:

- 1) $(8a^4+12a^2):(4a^2)-(10a^2):(5a^2)$, bunda $a=7$;
- 2) $(27a^3-9a^2):(9a)-(54a^3):(18a^2)$, bunda $a=3$;
- 3) $(15x^3y^2+10x^3y):(5x^2y)-(18x^2y^3-12xy^3):(6xy^2)$, bunda $x=-12,5$, $y=7$;
- 4) $(21a^2b^2-14a^4b^3):(7a^2b^2)-(12a^4b^2-6a^2b^2):(6a^2b^2)$, bunda $a=2$, $b=-2$.

212. Bo'lishni bajaring:

- 1) $(25a^8+4a^7):(-5a^6)+(12,5a^5-7,5a^2):(2,5a);$
- 2) $(18b^9-17b^6):(-2b^5)+(15b^7-12b^3):(-3b^2).$



Quyonlar haqida masala. Dirixle prinsipi va uning umumlashgani

Quyontar soni haqidagi masala. Faraz qilaylik, uchta qafasda 4 ta quyon joylashgan. Qandaydir qafasda 1 tadan ko'proq quyon borligini isbotlang.



□ Teskarisini faraz qilaylik, ya'ni har bir qafasda ko'pi bilan 1 tadan quyon joylashgan bo'lsin. Bu holda barcha quyonlar soni eng ko'pi bilan 1·3 ta bo'lishi kerak. Ammo jami quyonlar soni 4 ta bo'lgani uchun, biz ziddiyatga duch keldik. Farazimiz noto'g'ri ekan, ya'ni har bir qafasda ko'pi bilan 1 tadan quyon joylashgan bo'lishi mumkin emas. Shunday qilib, qandaydir qafasda 1 tadan ko'proq quyon borligi isbotlandi. ■

Bu tasdiqni ixtiyoriy natural son *n* uchun ham aytish mumkin:

 Agar *n* ta qafasda *n* tadan ko'proq quyon joylashgan bo'lsa, u holda qandaydir qafasda 2 ta quyon bor.

Keltirilgan tasdiq mashhur fransuz olimi Dirixle sharafiga Dirixle prinsipi nomi bilan yuritiladi.

Izoh. Qafasda 1 tadan ko'proq quyon bor deyilganda qafasda 2, 3, 4 ta quyon bo'lishi mumkinligi tushuntiriladi. Bunda 2 ta quyon, albatta, bor ekanligi kafolatlanadi. Ayrim masalalarda „1 tadan ko'proq quyon bor“ mulohazasi o'rniغا „2 ta quyon albatta bor“, „quyonlar soni 2 tadan kam emas“ yoki „kamida 2 ta quyon bor“ kabi iboralar ishlataladi.

1-masala. Sinfda 30 nafar o'quvchi o'qiydi. Ular orasida familiyalari bir xil harfdan boshlanadigan kamida ikki nafar o'quvchi mavjudligini isbotlang.

□ O'zbek alifbosida 29 ta harf bor (ularni shartli ravishda „qafas“ deylik. O'quvchilar („quyonlar“) soni 29 nafardan ko'proq bo'lgani uchun Dirixle prinsipiiga asosan bir qafasga 2 nafar o'quvchi tushadi (2 tadan ko'proq ham bo'lishi mumkin). Demak, familiyalari bir xil harfdan boshlanadigan ikki nafar o'quvchi albatta mavjud. ■

2-masala. Qopda bir nechta oq va bir nechta qora shar bor. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar oлganimizda, ular ichida albatta bir xil rangli sharlar mavjud bo'ladi?

Javob: 3 ta shar.

□ **1-usul.** 2 ta sharni olaylik. Eng „noqulay sharoit“da ularning ranglari har xil (bittasi qora, ikkinchisi esa oq) bo'ladi. 3-sharni olsak, u albatta yo qora, yo oq rangda bo'ladi, ya'ni oldin olingan sharlardan biri bilan bir xil rangda bo'ladi.

2-usul. Dirixle prinsipiiga tayanaylik. „Quyonlar“ – olingan sharlar, „qafaslar“ esa oq va qora rangda bo'lsin (ya'ni qafaslar soni 2 ga teng). 3 ta shar olaylik. „Quyonlar“ soni „qafaslar“ sonidan katta bo'lgani bois, Dirixle prinsipiiga ko'ra, bir xil rangdagi ikkita shar bor. Shu bilan birga 2 ta sharni olish yetarli bo'imasligi mumkin, chunki ularning ranglari har xil bo'lishi mumkin. ■

3-masala. O'rmonda 800 000 ta daraxt o'smoqda. Har bir daraxtda 500 000 tadan kam yaproq bor. Yaproqlari soni bir xil bo'lgan ikkita daraxt mavjudligini isbotlang.

□ 1, 2, 3,...,500 000 sonlari bilan nomerlangan qafasga 800 000 ta daraxtni quyidagicha joylashtiraylik: 1-qafasga 1 ta yaproqli daraxt-

larni, 2- qafasga 1 ta yaproqli daraxtlarni,..., 500 000- qafasga yaproqlari soni 500 000 ta bo'lgan daraxtlarni „joylashtiramiz“. Daraxtlar soni qafaslar sonidan ko'proq bo'lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko'ra qandaydir qafasga (ya'ni yaproqlari soni bir xil bo'lgan) 2 ta daraxt albatta tushadi. ■

Ayrim masalalarni yechishda Dirixle prinsipining umumlashganiдан foydalanish maqsadga muvofiq.

 Agar n ta qafasda $p+1$ ta quyon joylashgan bo'lsa, u holda qandaydir qafasda $p+1$ ta quyon bor.

4-masala. Ko'p qavatli bir uyda 40 nafar o'quvchi yashaydi. 4 ta o'quvchi tug'ilgan kunini nishonlaydigan biror oy mavjudligini isbotlang.

□ „Qafaslar“ sifatida oylami, „quyonlar“ sifatida esa o'quvchilarni qaraymiz. „Quyonlarni“ „qafaslar“ bo'yicha – tug'ilgan oylar bo'yicha joylashtiramiz. Oylar, ya'ni „qafaslar“ soni 12 ga, o'quvchilar, ya'ni „quyonlar“ soni $40 = 12 \cdot 3 + 4$ ga teng bo'lgani uchun, Dirixlening umumlashgan prinsipiga ko'ra, qandaydir qafasda $3+1=4$ ta „quyon“, ya'ni o'quvchi bor. ■

5-masala. Do'konga 3 ta navdag'i olmalar solingan 25 ta idish olib kelindi (har bir idishdag'i olmalar bir xil navda). Qandaydir navli olma solingan 9 ta idish mavjudligini isbotlang.

□ „Qafaslar“ sifatida navlarni (ularning soni 3 ta), „quyonlar“ sifatida esa idishlarni (ularning soni 25 ta) qaraymiz. „Quyonlarni“ „qafaslar“ bo'yicha joylashtiramiz. $25 = 3 \cdot 8 + 1$ ga teng bo'lgani uchun, Dirixlening umumlashgan prinsipiga ko'ra qandaydir „qafasda“ (ya'ni navli) $8+1=9$ ta „quyon“, ya'ni idish bor. ■

Mashqlar

1. Qopda 4 ta oq va 2 ta qora shar bor. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar oлganimizda, ular ichida albatta a) 1 oq; b) 1 ta qora; d) 1 ta oq va 1 ta qora; e) 2 ta bir xil rangli shar mavjud bo'ladi.
2. Qopda 100 ta sharlar bor: 28 ta qizil, 20 ta yashil, 12 ta sariq, 20 ta ko'k, 10 ta oq va 10 ta qora. Shu qopdan qaramasdan eng kamida nechta shar oлganimizda, ular ichida, albatta, 15 ta bir xil rangli sharlar mavjud bo'ladi?

- Akrom chorshanba, payshanba va juma kunlari 7 ta konfet yedi. Qaysidir kuni u 2 tadan ko'p konfet yeganini isbotlang.
- Inson boshida soch tolalari soni 1 000 000 dan ko'p bo'lmashigi ma'lum bo'lsin. Mamlakatda 8 000 000 nafardan ortiq fuqarolar yashaydi. Boshida soch tolalari soni bir xil bo'lgan 8 ta fuqaro mavjudligini isbotlang.
- Kompyuter operatori 25 betli matnni terganda 102 ta imloviy xatoga yo'l qo'ydi. Qandaydir betda 4 tadan ortiq xato borligini isbotlang.
- Qopda 4 ta navdag'i 109 ta olma bor. Ular ichida bir xil navli 27 ta olma borligini isbotlang.
- Maktabning 30 ta sinfida 995 nafar o'quvchi o'qiydi. Qandaydir sinfda 34 nafardan kam bo'limagan o'quvchi borligini isbotlang.



Dirixle prinsipi va natural sonlarning bo'linishi

Ma'lumki, berilgan natural son n natural songa bo'linganda qoldiq $0, 1, 2, \dots, n-1$ sonlaridan biri bo'lishi mumkin. Bo'linishga oid masalalarning Dirixle prinsipiga asoslangan yechimlari da ko'pincha „qafaslar“ sifatida ana shu qoldiqlar qaraladi.

1-masala. 6 ta natural son berilgan. Ular ichida ayirmasi 5 ga bo'linadigan ikkita son mavjudligini isbotlang.

└ Ixtiyoriy natural son 5 ga bo'linganda qoldiq 0, 1, 2, 3, 4 sonlaridan biri bo'lishi mumkin. Bu qoldiqlarni 0, 1, 2, 3, 4 sonlari yordamida nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz:

0-nomerli „qafasga“ 5 ga bo'lganda qoldiqda 0 bo'ladigan (ya'ni 5 ga bo'linadigan) sonlarni;

1-nomerli „qafasga“ 5 ga bo'lganda qoldiqda 1 bo'ladigan sonlarni;

2-nomerli „qafasga“ 5 ga bo'lganda qoldiqda 2 bo'ladigan sonlarni;

3-nomerli „qafasga“ 5 ga bo'lganda qoldiqda 3 bo'ladigan sonlarni;

4-nomerli „qafasga“ 6 ga bo'lganda qoldiqda 4 bo'ladigan sonlarni joylashtiramiz.

„Qafaslar“ (ya'ni qoldiqlar) soni 5 ga, „quyonlar“ soni (ya'ni berilgan sonlar) 6 ga teng bo'lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko'ra,

qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor. Shu ikkita sonni 5 ga bo‘lganda qoldiqlari bir xil, chunki ular bitta „qafasda“ joylashgan. Demak, ularning ayirmasi 5 ga bo‘linadi. ■

2-masala. O‘nlik yozuvi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonlar orasida 2019 ga bo‘linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

□ Birlardan tashkil topgan 2020 ta sonni (1, 11, 111, ..., 111...11 (2020 ta bir)) sonlarni qaraymiz va ularni 0, 1, 2, ..., 2018 sonlari yordamida (bu sonlarni 2019 ga bo‘lgandagi qoldiqlар bo‘ladi) nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz: har bir son 2019 ga bo‘lganda hosil bo‘lgan qoldiq bilan nomerlangan „qafasga“ tu-shadi.

Dirixle prinsipiga ko‘ra qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor.

Ular 2019 ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega, demak, ularning ayirmasi 2019 ga bo‘linadi. Bu sonlar 11...11 (m ta bir) va 11...11 (n ta bir) bo‘lsin, bu yerda $m > n$. Ularning 2019 ga bo‘linadigan ayirmasi 11...1100...00 ko‘rinishga ega (bu yerda $m-n$ ta bir raqami va n ta nol raqami). Bu sondagi barcha nol-larni o‘chiramiz – ularning 2019 ga bo‘linish-bo‘linmasligiga ta’sir ko‘rsatmaydi. Natijada 2019 ga bo‘linadigan va o‘nlik yozuvi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonni hosil qilamiz. ■

3-masala. n – ixtiyoriy natural son bo‘lsin. O‘nlik yozuvi faqat 0 va 5 raqamlaridan tashkil topgan va n ga bo‘linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

□ $a_1=50$, $a_2=5050$, $a_3=505050$, ..., $a_n=50\dots50$ (n ta 0 va n ta 5) sonlarni qaraymiz va ularni 0, 1, ..., $n-1$ sonlari yordamida (bu sonlar n ga bo‘lgandagi qoldiqlari bo‘ladi) nomerlangan „qafaslarga“ quyidagicha joylashtiramiz: s nomerli „qafasga“ n ga bo‘lganda s qoldiqqa ega bo‘lgan a_s sonni joylashtiramiz.

Agar 0 nomerli „qafasga“ bitta „quyon“ (ya’ni sonlardan bitti) tushsa, masala yechildi. Aks holda n ta „quyon“ $n-1$ ta „qafasga“ joylashgan bo‘ladi. Dirixle prinsipiga ko‘ra, qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor.

Ular n ga bo‘lganda bir xil qoldiqqa ega, demak, ularning ayirmasi n ga bo‘linadi. Shu sonlar ayirmasining o‘nlik yozuvi ham faqat 0 va 5 raqamlaridan tashkil topgan bo‘ladi. ■

4-masala. 52 ta butun son berilgan bo‘lsin. Shular ichida kvadratlari ayirmasi 100 ga bo‘linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.

\square x^2 va $(100-x^2)=100^2-200x+x^2$ sonlar 100 ga bo'lganda bir xil qoldiqqa ega. Demak, berilgan sonlar kvadratlarini 100 ga bo'lganda 51 ta qoldiq hosil bo'ladi. Yuqorida masalalardagidek shu qoldiqlardan 51 ta „qafas“ni hosil qilib, ular ichiga berilgan 52 ta butun son kvadratlarini joylashtiramiz. Dirixle prinsipiqa ko'ra, qandaydir qafasda 2 ta „quyon“ (son) bor. Ularning ayirmasi 100 ga bo'linadi. ■

5-masala. 1, 3, $3^2, \dots$ ko'rinishdagi sonlar ichida o'nlik yozushi 001 raqamlari bilan tugaydigan son mavjud ekanligini isbotlang.

\square Dirixle prinsipiqa ko'ra, 1000 ga bo'lganda qoldig'i bir xil bo'lgan ikkita 3^m va 3^n sonlar mavjud. Ularning $3^m - 3^n = 3^n(3^{m-n} - 1)$ ayirmasi 1000 ga bo'linadi (aniqlik uchun $m > n$ deb olamiz). 3^n ko'paytuvchi 1000 ga bo'linish-bo'linmasligiga ta'sir ko'rsatmaydi. Demak, $3^{m-n} - 1$ son 1000 ga bo'linadi. Bundan 3^{m-n} sonning o'nlik yozushi 001 raqamlari bilan tugashi kelib chiqadi. ■

6-masala. 100 ta natural son bir qatorga yozilgan. Yig'indisi 10 ga bo'linadigan bir nechta (jumladan, bitta) ketma-ket joylashgan sonlar mavjudligini isbotlang.

\square 1, $1+2, \dots, 1+2+\dots+100$ sonlarini qaraylik.

1-hol: shu sonlar orasida 100 ga bo'linadigan son mavjud bo'lsin. Bu holda masala yechilgan bo'ladi.

2-hol: sonlardan hech biri 100 ga bo'linmasin. 100 ga bo'lganda qoldiqlar soni 99 ga teng bo'lgani uchun (1, 2, 3, ... 99) Dirixle prinsipiqa asosan, bir xil qoldiqqa ega 2 ta son mavjud. Shu sonlar ayirmasi izlanayotgan yig'indini beradi. ■

7-masala. a, b, c – toq sonlar bo'lsa, $ab-1, bc-1, ca-1$ sonlaridan kamida bittasi 4 ga bo'linishini isbotlang.

\square Berilgan sonlar toq bo'lgani uchun, ularni 4 ga bo'lganda 1 yoki 3 qoldiq chiqishi mumkin. Sonlar soni 3 ga, qoldiqlar soni esa 2 ga teng. Dirixle prinsipiqa ko'ra shulardan ikkitasi bir xil qoldiqqa ega. Umumiylikka zarar qilmasdan shu sonlar a, b bo'lib, ular 4 ga bo'linganda qoldiq 3 bo'lsin (qolgan hollar xuddi shunday tarzda qaraladi). Demak, $a=4k+3$ va $b=4n+3$. Bundan $ab-1=(4k+3)(4n+3)-1=16kn+12(k+n)+8$. Hosil bo'lgan sonning 4 ga bo'linishi ravshan. ■

8-masala. M to'plam n ta natural sondan iborat bo'lsin. M to'plamdan shunday M_1 qism to'plamni ajratish mumkinki, undagi sonlar yig'indisi n ga bo'linadi.

$\square M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ bo'lsin.

$S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, \dots, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ yig'indilarni qaraymiz.

Agar S_k ($k=1, \dots, n$) yig'indilardan birortasi ham n ga bo'linmasa, bu yig'indilarni n ga bo'lganda 1, 2, ..., $n-1$ qoldiqlar hosil bo'ladi. Yig'indilar soni n ga, qoldiqlar soni esa $n-1$ ga teng. Dirixle prinsipiga asosan, qandaydir ikkita yig'indi n ga bo'linganda bir xil qoldiqqa ega. Ularni S_k va S_m ($1 \leq k < m \leq n$), deylik. $S_m - S_k$ ayirma n ga bo'linadi. Demak, izlanayotgan qism to'plam $\{a_{k+1}, \dots, a_m\}$ bo'ladidi. ■

9-masala. $2n$ dan kichik bo'lgan $n+1$ ta turli natural sonlar ichida shunday 3 ta sonni tanlash mumkinki, ulardan biri qolgan ikkitasining yig'indisiga teng bo'ladi. Shuni isbotlang.

\square Bu sonlar $a_1 < a_2 < \dots < a_{n+1}$ bo'lsin. $a_2 - a_1, a_3 - a_1, \dots, a_{n+1} - a_1$ ayirmalarni qaraymiz.

Bu sonlar turli, musbat va $2n$ dan kichik. Dirixle prinsipiga ko'ra, ulardan ikkitasi ustma-ust tushadi. Mazkur ikkita sonni a_k va $a_m - a_1$ deylik. Bundan tashqari, shu sonlardan biri

$$\{a_2 - a_1, \dots, a_{n+1} - a_1\}$$

to'plamga tegishli. Bundan $a_k = a_m - a_1$ va $a_m = a_k + a_1$. ■

10-masala. a_1, a_2, \dots, a_n sonlar 1, 2, 3, ..., n sonlarning o'rinalarini almashtirish yordamida hosil bo'lsin. Agar n toq bo'lsa, $(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_n-n)$ son juft ekanligini isbotlang.

\square $n=2k+1$ bo'lsin. a_1, a_2, \dots, a_n sonlar ichida $k+1$ tasi toq bo'ladidi.

$$(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_n-n)$$

ko'paytmada kamayuvchilar va ayriluvchilar orasida $(k+1)+(k+1)=2(k+1)=n+1$ ta toq son mavjud.

Ko'paytmada n ta ko'payuvchi bo'lgani uchun, Dirixle prinsipiga ko'ra shu ayirmalardan kamida bittasi toq sonlardan iborat, ya'ni ayriluvchi va kamayuvchi toq bo'ladi. Demak, mos ko'paytuvchi juft, bundan esa butun ko'paytma ham juft bo'ladi. ■

11-masala. Agar m, n butun sonlar o'zaro tub bo'lsa, u holda shunday natural k son mavjudki, m^k-1 son n ga bo'linadi.

\square $a_1 = m, a_2 = m^2, a_3 = m^3, \dots, a_{m+1} = m^{m+1}$ ketma-ketlikni qaraymiz.

Dirixle prinsipiga ko'ra, n ga bo'lganda qoldig'i bir xil bo'lgan

ikkita m^a va m^b sonlar mavjud. Ularning $m^a - m^b = m^b(m^{a-b} - 1)$ ayirmasi n ga bo'linadi (aniqlik uchun $a > b$ deb olamiz). m, n o'zaro tub bo'lgani uchun $m^{a-b} - 1$ son n ga bo'linadi. ■

Izoh. Bu masalani 5-masala bilan solishtiring.

Mashqlar

8. 11 ta butun son berilgan bo'lsin. Shular ichida 10 ga bo'lganda bir xil qoldiqqa ega bo'lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.
9. 12 ta butun son berilgan bo'lsin. Shular ichida ayirmasi 11 ga bo'linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.
10. $n+1$ ta butun son berilgan bo'lsin. Shular ichida n ga bo'lganda bir xil qoldiqqa ega bo'lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.
11. $n+1$ ta butun son berilgan bo'lsin. Shular ichida ayirmasi n ga bo'linadigan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.
12. 3 ta butun son berilgan bo'lsin. Shular ichida yig'indisi juft bo'lgan ikkita son mavjud ekanligini isbotlang.
13. 3 ning darajasi ko'rinishida bo'lgan sonlar orasida ayirmasi 2019 ga bo'linadigan ikkita son mavjudmi?
14. 1, 3, 3^2 , 3^3 , ... ko'rinishdagi sonlar orasida ayirmasi 2019 ga bo'linadigan ikkita son mavjudmi?
15. 19991999...199900...0 ko'rinishdagi sonlar orasida 2001 ga bo'linadigan son mavjudligini isbotlang.
16. n ta natural son bir qatorga yozilgan. Yig'indisi n ga bo'linadigan bir nechta (jumladan, bitta) sonlar mavjudligini isbotlang.
17. n natural son 2 va 5 sonlariga bo'linmasin. O'nlik yozushi faqat 1 raqamidan tashkil topgan sonlar orasida n ga bo'linadigan natural son mavjudligini isbotlang.
18. $p > 3$ – tub son bo'lsin. a) $(p+1)$ va $(p-1)$ sonlar tub bo'ladimi? b) Ulardan 3 ga bo'linadiganlari bormi?
19. Natural a, b, c, d sonlar uchun
$$abcd (a^2 - b^2)(a^2 - d^2)(b^2 - c^2)(b^2 - d^2)(c^2 - d^2)$$
son 7 ga karrali ekanligini isbotlang.



Dirixle prinsipiga oid masalalar

1-masala. 15 nafar bola jami 100 ta yong‘oq terdi. Shular ichida ikki nafari bir xil sonda yong‘oq terganini isbotlang.

□ Teskarisini faraz qilamiz, ya’ni barchasi tergan yong‘oqlari soni turlichay bo‘lsin. Bolalarni tergan yong‘oqlari bo‘yicha tartiblaymiz. 2-bola 1 tadan kam emas, 3-bola 2 tadan kam emas va h.k., 15-bola $-14 = 1$ tadan kam bo‘lmagan yong‘oq tergan bo‘lsin. Bu holda jami $0+1+2+\dots+14=105$ tadan kam bo‘lmagan yong‘oq terildi. Bu esa masala shartiga ziddir. Demak, barchasi tergan yong‘oqlari soni turlichay degan farazimiz noto‘g‘ri va bolalardan qaysidir ikki nafari bir xil sonda yong‘oq tergan. ■

2-masala. 10 nafar do‘sst bir-biriga tabrik xatlarini yo‘lladi. Har bir bola 5 ta xat jo‘natgani ma’lum. Bolalar ichida ikki nafari bir-biriga xat yo‘llaganini isbotlang.

□ Do‘stlardan tashkil topgan juftliklar sonini hisoblaylik. Har bir bolaning do‘satlari soni 9 ga teng bo‘lgani uchun jami 90 ta juftlik bo‘lishi kerak. Ammo har bir juftlik ikki marta sanalgani sababli, do‘stlardan tashkil topgan juftliklar soni 45 ga teng. Xatlar soni jami 50 ta bo‘lgani uchun Dirixle prinsipiga ko‘ra, qandaydir juftlikka 1 tadan ortiq xat to‘g‘ri kelyapti. Bundan bolalardan qandaydir ikki nafari bir-biriga xat yo‘llaganligi kelib chiqadi. ■

3-masala. Sichqon 4×4 metr o‘lchamli gilamni yeb, 15 ta teshikni hosil qildi. Shu gilamdan 1×1 metr o‘lchamli teshiksiz gilamchani qirqib olish mumkinligini isbotlang.

□ Gilamni qirqib 16 ta 1×1 metr o‘lchamli gilamchalarni hosil qilsa bo‘ladi. Dirixle prinsipiga asosan, shulardan bittasi teshiksiz bo‘ladi. ■

4-masala. Ixtiyoriy 6 nafar bola orasida yo 3 nafar bir-birini taniydiغان, yo 3 nafari bir-birini tanimaydigan bolalar topiladi. Shuni isbotlang.

□ Bolalar ichidan qandaydir birini tanlaylik. Uning ismi Olim bo‘lsin. Qolgan 5 nafar bola ichida yo 3 nafari Olim bilan tanish, yo 3 nafari Olim bilan notanish. Umumiylikka zarar keltirmasdan birinchi holni qaraymiz. Agar shu 3 nafar bola bir-biri bilan tanish bo‘lmasa, u holda masala yechildi. Agar shu 3 nafar bolalar ichida qandaydir 2 nafari bir-biri bilan tanish bo‘lsa, u holda ular Olim bilan birgalikda talab qilinayotgan uchlikni tashkil qiladi. ■

5-masala. Shaxmat taxtasida 31 ta shashka donasi turibdi. 3 ta katakdan tashkil topgan „burchak“ mavjud ekanligini isbotlang.

□ Shaxmat taxtasini 2×2 o'lchamdagisi 16 ta kvadratga ajrata-miz. Bu holda, Dirixle prinsipiiga ko'ra, shu 16 tadan bittasiga bit-tadan ko'p bo'limgan shashka donasi tushadi. Shu kvadratga 3 ta katakdan tashkil topgan „burchak“ni joylashtirsa bo'ladi. ■

6-masala. 3×3 o'lchamdagisi jadval kataklariiga $-1, 0, 1$ sonlar yozilgan. Har bir qator, har bir ustun va ikkita bosh diagonalda turgan sonlarni qo'shib, 8 ta yig'indi hosil qilamiz. Shulardan qandaydir ikkitasi o'zaro teng bo'lishini isbotlang.

□ Mazkur 8 ta yig'indi -3 dan 3 gacha 7 ta qiymatni qabul qila oladi. Dirixle prinsipiiga ko'ra, shulardan qandaydir ikkitasi o'zaro teng bo'ladi. ■

Mashqilar

20. Shaharda ko'chalar soni 201 tadan kam emas. Har bir ko'chada 52 tadan kam bo'limgan va 252 tadan ko'p bo'limgan uylar bor. Uylar soni bir xil bo'lgan ikkita ko'cha mavjudligini isbotlang.
21. Matematik musobaqada 21 ta jamoa ishtirok etmoqda. Har bir jamoaga 9 ta masala berilgan. Bir xil sondagi masalalar yech-gan uchta jamoa mavjudligini isbotlang
22. 15×15 o'lchamdagisi jadval kataklarini 3 ta rangga shunday bo'yash kerakki, barcha qatorlarda bir xil rangga bo'yagan kataklar soni turlicha bo'lsin. Shuni amalgga oshirish mumkinmi?
23. Tomoni 1 m bo'lgan kvadratga 51 ta nuqta tashlandi. Shulardan qandaydir 3 tasini tomoni 0,2 m bo'lgan kvadrat bilan qoplash mumkinligini isbotlang.
24. 4×7 o'lchamdagisi jadval kataklarini shunday bo'yash kerakki, barcha qatorlar va barcha ustunlarda bo'yagan kataklar soni turlicha bo'lsin. Shuni amalgga oshirish mumkinmi?
25. Matematiklar davlatida 15 ta shahar bor. Ulardan ba'zilari yo'llar bilan tutashdirilgan. Qandaydir ikkita shahardan bir xil sondagi yo'llar orqali chiqish mumkinligini isbotlang.
26. O'n beshta o'rtoq uchrashib qolib, qo'l berib so'rasha boshlash-di. Ixtiyoriy vaqtda bir xil sonda qo'l berib ko'rishgan ikkita o'rtoq topilishini isbotlang.

27. a) Qahvaxonada muzqaymoqning 4 xili sotiladi. 47 kishining har biri bittadan muzqaymoq sotib oldi. O'n ikkitadan kam bo'lmagan odam bir xil muzqaymoq tanlaganini isbotlang.
b) Qahvaxonada muzqaymoqning 4 xili sotiladi. 47 kishining har biri 2 tadan muzqaymoq sotib oldi (bir xil bo'lishi ham mumkin). Bir xildagi xaridni amalga oshirgan to'rt kishi topilishini isbotlang.
28. a) Bayram kuni sinf xonasi turli rangdagi 50 ta havo sharlari bilan bezatildi. Ular orasida 8 ta bir xil rangdagi yoki 8 ta turli rangdagi sharlar topilishini isbotlang.
b) Agar 50 ni 49 ga almashtirsak, tasdiq to'g'rilingicha qoladimi?
d) Yuqoridagi kabi masalani o'ngacha bir xil rangdagi yoki 10 ta turli rangdagi sharlar topiladigan qilib tuzing.
e) 200 ta shar uchun yuqoridagi kabi masala tuzing.
29. O'lchamlari 3×3 bo'lgan jadvalning har bir katagiga 1, 2 yoki 3 sonlari yozilgan. Hamma satrlar, hamma ustunlar va katta diagonallardagi sonlarning yig'indisi har xil bo'lishi mumkinmi?
30. Shaxmat taxtasi da bir-birini urmaydigan qilib nechta: a) rux;
b) shoh; d) ot; e) fillarni joylashtirish mumkin?
31. „Dengiz jangi“ o'yinida o'lchami 6×6 bo'lgan doskada uch katakli burchak shaklida kema joylashgan. Eng kami bilan necha marta o'q otib, kemaga tekkizish mumkin?
32. Doira shaklidagi katta stol atrofida 100 kishi o'tiribdi, shularidan 51 tasi erkak kishi. Qaysidir 2 ta erkak kishi bir-biriga qarama-qarshi o'tirganini isbotlang.
33. Sinfda 26 o'quvchi o'qiydi. Chorak davomida sinf o'quvchilarini matematikadan 313 baho to'plashdi. Bir xilda baho to'plagan ikkita o'quvchi borligini isbotlang.
34. 1, 2, ..., 9 sonlari uch guruhg'a ajratildi. Hech bo'lmaganda bitta guruhdagi sonlar ko'paytmasi: a) 72 dan kichik; b) 72 dan kichik emasligini isbotlang.
35. Sayyoramizdag'i ikkita odam bir kunda, bir sekundda tug'ilganini isbotlang. Uchta odam haqida nima deyish mumkin?
36. (*Qadimgi ertak-masala.*) Qirol bir oy davomida har kuni shirinlik sifatida pirojniyning ikki turini buyurdi. Agar qaysidir ikki kunda shirinliklar bir xil bo'lib qolsa, oshpazning boshi ketadi.

Oshpaz boshi ketmasligi uchun pirojniyning necha xilini pishirishni bilishi kerak?



Bir nechta qo'shiluvchilar yig'indisi

Quyidagilarni eslatib o'tamiz.

2 ga bo'linadigan har qanday natural son juft, aks holda tog son deyiladi.

Ixtiyoriy juft son $2n$, toq son esa $2n-1$ ko'rinishga ega, bu yerdan n -natural son.

Agar ikkita sondan bittasi juft, ikkinchisi esa toq bo'lsa, shu sonlar turli juft-toqlikdagi sonlar deyiladi. Aks holda ikkita son bir xil juft-toqlikdagi sonlar deyiladi.

Ravshanki, turli juft-toqlikdagi ikkita sonning yig'indisi toq, bir xil juft-toqlikdagi ikkita sonning yig'indisi juft bo'ladi.

Aksincha, agar ikkita sonning yig'indisi toq bo'lsa, u holda ular turli juft-toqlikdagi sonlar, agar juft bo'lsa, u holda ular bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo'ladi.

Bunday mulohazalar ayirma uchun ham o'rinli bo'ladi, chunki ikkita sonning yig'indisi va ayirmasi har doim bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo'ladi.

1-masala. Ixtiyoriy m, n natural sonlar uchun $mn(m+n)$ son juft bo'lishini isbotlang.

|| **1-hot:** m, n -turli juft-toqlikdagi sonlar bo'lsa, ularning mn ko'paytmasi juft bo'ladi. Demak, bu holda $mn(m+n)$ son juft bo'ladi.

2-hot. m, n -bir xil juft-toqlikdagi sonlar bo'lsa, ularning $m+n$ yig'indisi juft bo'ladi. Demak, bu holda ham $mn(m+n)$ son juft bo'ladi. ■

2-masala. Uchta sonning yig'indisi toq bo'lsa, qo'shiluvchilardan nechtasi toq bo'ladi?

Javob: bittasi yoki uchtasi.

Bu masaladan quyidagi xulosaga kelamiz:

 Bir nechta sonning yig'indisi uning toq bo'lgan qo'shiluvchilari soni bilan bir xil juft-toqlikda bo'ladi.

Boshqacha aytganda, agar yig'indidagi toq qo'shiluvchilar soni juft (toq) bo'lsa, u holda yig'indi juft (toq) bo'ladi, va aksincha, agar yig'indi juft (toq) bo'lsa, u holda yig'indidagi toq qo'shiluvchilar soni juft (toq) bo'ladi.

3-masala. $1+2+3+\dots+10$ yig'indini hisoblamasdan, uning juft-toqligi aniqlang.

□ Bu yig'indida toq qo'shiluvchilar soni toq (5 ta) bo'lganligi bois, yig'indi ham toq bo'ladi. ■

4-masala. $1, 2, \dots, 10$ sonlari orasiga „+“ va „-“ ishoralarini qo'yib chiqib, 0 sonini hosil qilish mumkinmi?

□ Ikkita sonning yig'indisi va ayirmasi har doim bir xil juft-toqlidagi sonlar bo'lganligi bois, hosil bo'lgan ifodaning qiymati juft-toqligi „+“ va „-“ ishoralarining soniga bog'liq emas. Oldingi masalaga ko'ra $1+2+3+\dots+10$ yig'indi toq. Demak, shu ifodada ayrim „+“ ishoralarini „-“ ishoralariga almashtirsak ham, hosil bo'lgan ifoda juft son (jumladan, 0) bo'la olmaydi. ■

5-masala. Sinf doskasida 613 ta son yozilgan. Bu sonlarning bittasini shunday o'chirish mumkinki, qolgan sonlar yig'indisi juft bo'ladi. Shuni isbotlang.

□ 1. Agar yozilgan sonlarning yig'indisi juft bo'lsa, u holda toq qo'shiluvchilar soni juft bo'ladi. Demak, kamida bitta juft son mavjud. Uni o'chirsak, qolgan sonlar yig'indisi juft bo'ladi.

2. Agar yozilgan sonlarning yig'indisi toq bo'lsa, u holda toq qo'shiluvchilar soni toq bo'ladi. Demak, birorta toq sonni o'chirsak, toq qo'shiluvchilar soni juft bo'lib qoladi. Bu holda qolgan sonlar yig'indisi juft bo'ladi.

Izoh. Doskada 612 ta son yozilgan bo'lsa, masala yechimga ega emas. 612 ta son uchun barcha qo'shiluvchilar toq bo'lsa, uning juft-toqligini saqlab, birorta ham sonni o'chirish mumkin emas.

6-masala. $1, 2, \dots, 21$ sonlar to'plami bir nechta guruhga bo'linmoqda. Har bir guruhdagi eng katta son shu guruhdagi qolgan sonlarning yig'indisiga teng bo'la oladimi?

□ Bunday bo'lishda har bir guruhdagi sonlar yig'indisi juft bo'ladi. Ammo barcha sonlarning yig'indisi toq. Ziddiyat. ■

Quyida qaralayotgan masalalarning yechilishi ushbu sodda xulosaga tayanadi:

Biror jarayonning har qadamida o'zgaradigan miqdorga juft son qo'silsa (ayirilsa), u holda bu miqdorning juft-toqligi o'zgarmaydi.

7-masala. Stolda tangalardan iborat oltita ustun turibdi. 1-ustunda bitta tanga, 2-ustunda – 2 ta, 3-ustunda – 3 ta, ..., 6-ustunda – 6 ta. Har qadamda ixtiyoriy ikkita ustunga bittadan tanga

qo'yishga ruxsat berilgan. Bir nechta qadamdan so'ng ustunlardagi tangalar sonini bir xil qilish mumkinmi?

□ **Javob:** yo'q. Barcha ustunlardagi tangalarning umumiy soni 21 ga, ya'ni toq songa teng. Har bir qadamda 2 ta tanga qo'shilgani bois bu yig'indining juft-toqligi o'zgarmaydi. Oxirida 6 ta ustunda tangalar soni bir xil bo'lganda, tangalarning umumiy soni juft bo'lishi kerak edi. Demak, bir nechta qadamdan so'ng tangalarning umumiy soni juft bo'la olmaydi. ■

8-masala. Doskada 1, 2, ..., 101 sonlari yozilgan. Har qadamda ixtiyoriy ikkita son o'chirilib, ularning o'rniga ayirmasi yoziladi. Oxirida faqat nollar qolishi mumkinmi?

□ Yozilgan sonlarning yig'indisi toq, chunki toq qo'shiluvchilar soni 51 ga teng. Har bir qadamda m va n qo'shiluvchilar o'rniga $m-n$ qo'shiluvchi paydo bo'ladi, ya'ni yig'indi juft bo'lgan $2n$ songa o'zgaradi. Demak, yig'indi doimo toq bo'lib qolib, 0 ga teng bo'la olmaydi. ■

9-masala. Doira 6 ta sektorga bo'lingan. Dastlab har bir sektorda bittadan shashka turibdi. Har bir qadamda ikkita shashkani qarama-qarshi yo'nalishda bitta sektorga siljitim mumkin. Bir nechta qadamdan keyin barcha shashkalarni bitta sektorga joylashtirish mumkinmi?

□ Sektorlarni 1, 2, ..., 6 raqamlari bilan nomerlab, har bir shashkaga u turgan sektorning nomerini mos qo'yamiz. Shashka qo'shni sektorga surilsa, uning nomeri va juft-toqligi o'zgaradi. Ammo har qadamda shashkalar nomerlari yig'indsining juft-toqligi o'zgarmas bo'lib qoladi. Dastlab bu yig'indi 21 toq soniga teng. Oxirida barcha shashkalar bitta sektorda tursa, ularning nomerlari yig'indisi juft bo'ladi. Bu esa mumkin emas.

Izoh. Agar masala shartida sektorlar soni 12 ga teng bo'lganda, javob o'zgarmas ekan.

Haqiqatan ham, quyidagi hollardan boshqa hollarda har qadamda shashkalar nomerlari yig'indisi o'zgarmas bo'lib qoladi.

1-hot: 12-sektordagi shashka 1 sektorga surildi. Bunda uning nomeri 11 ga, boshqa shashkaning nomeri 1 ga kamaydi.

2-hot: 1-sektordagi shashka 12 sektorga surildi. Bunda uning nomeri 11 ga, boshqa shashkaning nomeri 1 ga ko'paydi.

Har qanday holda shashkalar nomerlarining yig'indisi 4 ga bo'linganda qoldig'i o'zgarmaydi.

Dastlab bu yig'indi 4 ga bo'linmaydigan 78 songa teng. Oxirida barcha shashkalar bitta sektorda tursa, ularning nomerlari yig'indisi 4 ga bo'linadi. Bu esa mumkin emas. ■

10-masala. Bog'da bir qatorda 8 tup olma daraxti bor. Qo'shni daraxtlardagi mevalar soni bittaga farqanyapti. Daraxflardagi jami olma 1225 ga teng bo'la oladimi?

Javob: yo'q. Daraxflarning 4 tasida, ya'ni yarmida toq sondagi, yarmida juft sondagi mevalar bor. Ya'ni jami mevalar soni faqat juft bo'lishi mumkin.

Bu masaladan quyidagi xulosaga kelamiz:



Agar qandaydir obyektlar soni juft bo'lib, ularning holati ketma-ket almashinib tursa, u holda bu obyektlarning yarmi bir holatda, ikkinchi yarmi esa boshqa holatda bo'ladi.

11-masala. Aylanada sonlar shunday joylashganki, har bir qo'shni ikkita sonlarning yig'indisi toq bo'lsin. Yozilgan sonlar soni juft bo'lishini isbotlang.

Qo'shni ikkita sonlarning juft-toqligi qarama-qarshi. Bu esa barcha sonlar soni juft bo'lgandagina bo'lishi mumkin. ■

Mashqlar

1. Po'lat 96 varaqli daftar sotib olib, barcha betlarni 1 dan 192 gacha sonlar yordamida nomerlab chiqdi. Vali shu daftardan 25 varaqni belgilab oldi va ulardagi 50 ta sonni qo'shib chiqdi. U 1990 sonni hosil qilishi mumkinmi?
2. 22 ta butun sonning ko'paytmasi 1 ga teng. Ularning yig'indisi 0 ga teng bo'la oladimi?
3. Qurbaqa to'g'ri chiziq bo'ylab sakramoqda. Birinchi marta u qaysidir tomonga 1 cm uzoqlikka sakradi, ikkinchisida 2 cm ga va h.k. 2019 ta sakrashdan so'ng u dastlabki nuqtaga qaytib bora olmasligini isbotlang.
4. To'g'ri chiziqda *AB* kesmaga tegishli bo'Imagan 45 ta nuqta belgilangan. Bu nuqtalardan *A* nuqtagacha bo'lgan masofalar yig'indisi *B* nuqtagacha bo'lgan masofalar yig'indisiga teng emasligini isbotlang.
5. $1+2+3+\dots+2019$ yig'indini hisoblamasdan, uning juft-toqligini aniqlang.

6. 1, 2, ..., 2014 sonlari orasiga „+“ va „-“ ishoralarni qo'yib chiqib, 0 sonini hosil qilish mumkinmi?

Amaliy-tatbiqiy masalalar

213. Berilgan o'lchamlar bo'yicha shtrixlangan soha yuzini hisoblash formulasini chiqaring:

1) $2bc + 2c(a-2c) = 2ac + 2c(b-2c)$
 tenglikning to'g'riligini shakl yordamida ko'rsating, bunda $a=AB$,
 $b=BC$, $c=BE$, $BK=c$;

2) shtrixlangan soha yuzini ikkita to'g'ri to'rtburchak yuzlarining ayirmasi sifatida tasvirlang. Bundan foydalanib, $ab - (b-2c)(a-2c) = 2ac + 2c \cdot (b-2c)$ tenglikni isbotlang.



214. Firma 143 dona kompyuter sotib oldi va ularni bo'limlarga teng miqdorda tarqatishni rejalashtirdi. Ammo yana 2 ta bo'lim ochishga to'g'ri keldi. Natijada har bir bo'lim 2 tadan kam kompyuter oldi. Firmada bo'limlar soni nechta bo'ldi?

215. Firma ishlab chiqarishda yangi texnologiyadan foydalanib, mart oyida fevral oyiga nisbatan mahsulot ishlab chiqarishni $\frac{1}{5}$ hissa, aprel oyida mart oyiga nisbatan $\frac{1}{20}$ hissa, may oyida esa aprel oyiga nisbatan $\frac{1}{10}$ hissa oshirdi. Firma may oyida 11088 ta mahsulot ishlab chiqargan bo'lsa, u aprel, mart, fevral oyalarida qanchadan mahsulot ishlab chiqargan?

216. 7-„A“ va 7-„B“ sinf o'g'il bolalari bayramda qizlarga berish uchun 58 ta oq va qizil atirgullar olishdi. 7-„A“ dagi har bir qizga 5 tadan oq, 7-„B“ dagi har bir qizga 7 tadan qizil atirgullar berishdi. 7-„A“ da necha, 7-„B“ da necha nafar qizlar bor?

217. Bir dona daftari 70 so'm, bir dona qalam 40 so'm turadi. 530 so'mga nechta daftari va nechta qalam sotib olish mumkin?

218. Rasmda inson qadamlari izlari tasvirlangan. Ma'lumki, erkaklar uchun quyidagi taqrifiy formula o'rinni:

$$\frac{n}{p} \approx 140,$$

bu yerda n – bir minutda bosilgan qadamlar soni, p – qadam uzunligi (metrlarda).



1-savot. Agar bu formula Samandarning yurishi uchun o'rinli bo'lsa va Samandar bir minutda 70 ta qadam bosgan bo'lsa, uning qadami necha metr? Yechish jarayonini yozib bering.

2-savot. Iskandar qadamining uzunligi 0,8 metrga teng. Agar formula uning yurishi uchun o'rinli bo'lsa, uning tezligini km/h soatda va m/minda ifodalang. Yechish jarayonini yozib bering.



219. Toshkentda marafon tashkil qilinmoqda.

Marafon o'tkazilgan ko'chalarda jami bo'lib 42 195 metr masofani aniqlash uchun bo'r yordamida chiziq chizildi. So'ng shu chiziq bo'ylab aylanishlar sonini sanaydigan moslama o'rnatilgan maxsus g'ildirak yordamida yurildi.

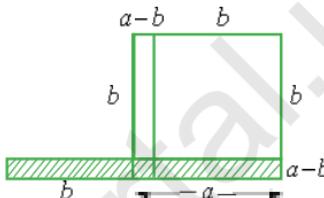
1) G'ildirakning diametri 70 cm. Yo'l oxirida moslama qanday ko'rsatkichni ko'rsatadi?

2) Standart g'ildirak o'rniiga velosiped g'ildiragi ishlataldi, deb faraz qilaylik. Shu g'ildirakning diametri ham 70 cm bo'isin. Birozdan so'ng bu g'ildirak dami chiqa boshladi. Bunday holat so'nggi natijaga qanday ta'sir ko'rsatadi? Javobingizni asoslang.

1- §. Umumiy ko'paytuvchini qavsdan
tashqariga chiqarish

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ tenglikning to'g'riligi shakldan ravshan. $a^2 - b^2$ ayirma tomoni a bo'lgan kvadrat yuzidan tomoni b ga teng bo'lgan kvadrat yuzining ayirmasiga teng. Ayni shu yuz shtrixlangan soha yuzi $(a-b)(a+b)$ ga teng (1-rasm).

$a^2 - b^2$ ifoda unga teng bo'lgan $(a-b) \times (a+b)$ ifoda bilan almashtirilsa, hisoblash anch a soddalashadi. Chindan ham, $a=287$, $b=213$ bo'linda $a^2 - b^2 = (287-213)(287+213)=74 \cdot 500=37000$.



1-rasm.

Ko'phadni ikkita yoki bir nechta ko'phadlar ko'paytmasi ko'rinishida ifodalash ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish (yoshish) deyiladi.

1-masala. $ab - ac + ad$ ifodaning $a=40$, $b=21$, $c=15$, $d=19$ bo'lqdagi son qiyamatini toping.

□ Hisoblashlarni quyidagicha olib boramiz:

$$40 \cdot 21 - 40 \cdot 15 + 40 \cdot 19 = 40 \cdot (21 - 15 + 19) = 40 \cdot 25 = 1000. \blacksquare$$

Bunda ko'paytirishning taqsimot qonunidan foydalanaligan:

$$ab - ac + ad = a(b - c + d).$$

$40 \cdot 21 - 40 \cdot 15 + 40 \cdot 19$ sonli ifodada umumiy ko'paytuvchi 40 soni bo'ladi; $ab - ac + ad$ algebraik ifodada esa umumiy ko'paytuvchi a bo'ladi.

Agar ko'phadning barcha (son yoki harfiy) hadlari umumiy ko'paytuvchiga ega bo'lsa, u holda shu ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish mumkin.

Qavs ichida berilgan ko'phadni shu umumiy ko'paytuvchiga bo'lish natijasida hosil bo'lgan ko'phad qoladi.

2-masala. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating: $4ab - 10b + 14bc$.

□ Bu ko'phadning barcha hadlari $2b$ umumiy ko'paytuvchiga ega:

$$4ab = 2b \cdot 2a, -10b = 2b \cdot (-5), 14bc = 2b \cdot 7c.$$

Shuning uchun $4ab - 10b + 14bc = 2b(2a - 5 + 7c)$. ■

Masalaning mazmuniga qarab, umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga „+“ ishorasi bilan ham, „-“ ishorasi bilan ham chiqarish mumkin.

Misollar:

- 1) $ab - bc = b(a - c) = -b(c - a);$
- 2) $2ab^2 - 6a^2b = 2ab(b - 3a) = -2ab(3a - b).$

Ko'phadni umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish yo'li bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun:

- 1) shu umumiy ko'paytuvchini aniqlab olish;
- 2) uni qavsdan tashqariga chiqarish kerak.

Ko'phadning koeffitsiyentlari natural sonlar bo'lganda ularning eng katta umumiy bo'luvchisi (EKUB) ni topish, bir xil asosli darajalar orasidan esa kichik ko'rsatkichli darajani topish lozim. Masalan, $15x^3b^2 - 35x^2b^3$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratib, ushbu $5x^2b^2(3x - 7b)$ ifodani hosil qilamiz. Bunda EKUB($15; 35$) = 5, x^2 va b^2 esa x va b ning eng kichik ko'rsatkichli darajalaridir.

Agar ko'phad ko'paytuvchilarga ajratilgan bo'lsa, shu jarayon to'g'ri bajarilganligini tekshirish uchun ko'paytuvchilarni o'zaro ko'paytirib chiqish kerak. Chindan ham,

$$5x^2b^2(3x - 7b) = 15x^3b^2 - 35x^2b^3,$$

ya'ni berilgan ko'phad hosil bo'ldi.

Umumiy ko'paytuvchi ko'phad bo'lishi ham mumkin. Masalan:

- 1) $3(m-n) + x(m-n) = (m-n)(3+x);$
- 2) $4x(2a-b) - 6y(2a-b) + 9(2a-b) = (2a-b)(4x-6y+9).$

Ba'zi hollarda $m-n = -(n-m)$ kabi tenglikdan foydalаниш qulayroq bo'ladi. Masalan:

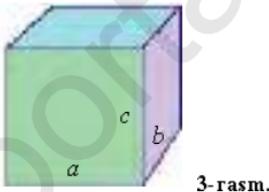
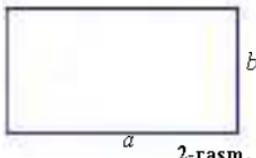
- 1) $(3-a)x - (a-3)y = (3-a)x + (3-a)y = (3-a)(x+y);$
- 2) $16mn^2(x-y^2) + 20m^2n(x-y^2) + 24mn(y^2-x) = 16mn^2(x-y^2) + 20m^2n(x-y^2) - 24mn \cdot (x-y^2) = (x-y^2)(16mn^2 + 20m^2n - 24mn) = 4mn \cdot (x-y^2)(4n + 5m - 6).$

Ko'phadning koeffitsiyentlari oddiy yoki o'nli kasrlar bo'lishi mumkin. Masalan:

$$1) \frac{1}{3}ab - \frac{2}{3}bc = \frac{1}{3}b(a - 2c); \quad 2) 1,6mn + 0,4ma - 0,8mb = 0,4m(4n - a - 2b).$$

1. Savollarga javob bering:

1. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish deb nimaga aytildi?
2. Umumiyoq ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish deyilganda nima tushuniladi?
3. Umumiyoq ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish uchun nimalar qilish kerak?
2. Agar to'g'ri to'rtburchakning bo'yisi a cm, eni b cm bo'lsa, uning perimetrining toping (2-rasm).
- To'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari o'zaro teng bo'lгani uchun uning perimetri $P=2a+2b$ bo'ladi. Bu ifodada 2 umumiyoq ko'paytuvchi. Uni qavsdan tashqariga chiqaramiz: $P=2a+2b=2(a+b)$. ■



3. Agar to'g'ri burchaklı parallelepipedning asosi tomonlari a va b , balandligi c bo'lsa, uning barcha qirralari uzunliklari yig'indisini toping (3-rasm).

Umumiyoq ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring (4-9):

4. 1) $12a^3b - 18a^2b^2 - 36a^4b^3 + 42a^2b$;
2) $15a^4b^3 - 9a^3b^2 + 12a^2b^3 - 21ab$;
3) $28x^5y^4 - 21x^4y^3 + 14x^3y^2 - 35x^2y^2$.
5. 1) $81a^6b^5 + 72a^5b^4 - 63a^4b^3 - 54a^3b^2 + 45a^2b$;
2) $0,01x^8y^5 - 0,04x^7y^6 - 0,09x^6y^7 - 0,03x^5y^8$.
6. 1) $(5a - 4b)(3x - 2y) + (3b - a)(3x - 2y)$;
2) $(6a - 7b)(4x - 3y) - (4a - 5b)(4x - 3y)$.
7. 1) $3x(2a + 4b) + y(-a - 2b) + (3ab + 6b^2)$;
2) $a(2b - c) + (4b - 2c) - (2bc - c^2)$;
3) $a(u - v) - (4v - 4u)b - (3u - 3v)c$.
8. 1) $a(x + 5y) - (bx + 5by) - (3x + 15y)$;
2) $a(t - 5) - (10 - 2t)b + (4t - 20)c$;
3) $(ab - 2a) + (4c - 2bc) - (3b - 6)$.

9. 1) $(a-b)a^2 + ab(b-a)$; 2) $(3x+6y)y + (x+2y)x$.

10. Ko'paytmani ko'phad shaklida yozing:

1) $(a+1)(a-1)$; 2) $3x(1-x)$;
3) $5b^2(2b+3)$; 4) $a^2(a+3b)+b^2(3a+b)$.

11. Ko'paytmani ko'phad shaklida yozing:

1) $(a+2b)(2a-b)$; 2) $\left(\frac{1}{2}x+y\right)\left(\frac{1}{3}x-y\right)$; 3) $(2y+x)(2x-y)$; 4) $(a-b)(a+2b)$.

12. Umumiyo ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring:

1) $7a^2bc - 14ab^2c$; 2) $18xyz^2 - 24xy^2z$; 3) $12x^3 - 4x^3$; 4) $6a^2b^2 - 3ab^3$.

13. A shahardan B shaharga tomon 20 km/h tezlik bilan velosipedchi yo'lga chiqdi. Oradan ikki soat o'tgandan keyin A dan B ga tomon 24 km/h tezlik bilan ikkinchi velosipedchi jo'nadi. Ikkala velosipedchi ham B shaharga bir vaqtda yetib keldi. A va B shaharlar orasidagi masofani toping?

14. A shahardan B shaharga tomon 70 km/h tezlik bilan, B shahardan A shaharga tomon 60 km/h tezlik bilan yengil mashinalar yo'lga chiqdi. Agar shaharlar orasidagi masofa 260 km bo'lsa, ular necha soatdan keyin uchrashadi?

15. Ko'paytmani taqsimot qonunidan foydalanib hisoblang:

1) $17 \cdot 312 + 17 \cdot 188$; 2) $58 \cdot 129 + 58 \cdot 171$;
3) $119 \cdot 425 + 119 \cdot 375$; 4) $27 \cdot 1\frac{1}{4} - 23 \cdot 1\frac{1}{4}$.

Umumiyo ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring (16–19):

16. 1) $3a+3b$; 2) $4m-4n$; 3) $3x-6$; 4) $9+3a$;
5) $4a+8b-4$; 6) $8m-12n-16$;
7) $\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}b-\frac{1}{3}$; 8) $0,8m+0,2b-0,4c$.

17. 1) $mx-my$; 2) $ac+bc$; 3) $x+3xy$; 4) $2xy-3x$;
5) $7ab+7b$; 6) $2bd-2ab$; 7) $42z-14xz$; 8) $5p-6pk$.

18. 1) $ab+ac-a^2$; 2) $xy+yz-y^2$; 3) $6b^2-3b+12ab$;
4) $a^2b-2ab+b$; 5) a^3+3a ; 6) a^4+4a^3 ;
7) $a^2b^4-a^3b$; 8) $x^3y^4-x^4y^3$.

- 19.** 1) $15m^6 + 5m^2$; 2) $7x^4 - 28x^2$; 3) $4a^4 - 2a$;
 4) $9xyz^2 - 54xy^2z$; 5) $15x^2y^3 + 5xy^2$; 6) $7a^2bc - 49ab^2c$.
- 20.** Umumiy ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarib hisoblang:
 1) $136 \cdot 2 + 136 \cdot 64$; 2) $0,6 \cdot 2 + 0,6 \cdot 0,4$;
 3) $129 \cdot 2 - 129 \cdot 29$; 4) $0,51 \cdot 2 + 0,51 \cdot 0,49$.
- Ko‘paytuvchilarga ajrating (21–22):
- 21.** 1) $m(a+b) + n(a+b)$; 2) $a(b+4) - b(b+4)$;
 3) $a(b+2) - (b+2)$; 4) $a(y-3) + b(y-3)$.
- 22.** 1) $m^2(x-1) - 2mn(x-1) + n^2(x-1)$;
 2) $x(p-q) + y(p-q) - z(p-q)$;
 3) $a(x^2+y^2) + b(x^2+y^2) - z(x^2+y^2)$;
 4) $m^2(x^2+2) - 2mn(x^2+2) + n^2(x^2+2)$.
- 23.** Tenglamani yeching:
 1) $5 + (x-2)(x+2) = (x-3)^2 + 4$; 2) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 = 24$;
 3) $x : 15 = 2\frac{1}{2} : 12,5$; 4) $\frac{x}{3,5} = \frac{1,2 \cdot 2}{2,1}$;
 5) $(x-4)^2 - (x+4)^2 = 16$; 6) $(3-x)^2 + (3+x)^2 = 18$.
- 24.** Zavodda mehnat unumidorligi o‘rtacha 20% ga ortdi. Yil oxirida 12 000 ta mahsulot ishlab chiqarilgan. Yil boshida ishlab chiqarilgan mahsulot sonini toping.
 Dastlabki mahsulot miqdori q_0 , oxirgisi q_1 , o‘sish foizi $p\%$ bo‘lsin. Unda dastlabki mahsulot miqdoriga, masalaning shartiga ko‘ra, uning $p\%$ ini qo‘shamiz: $q_1 = q_0 + q_0 \frac{p}{100}$, bunda, q_0 – umumiy koefitsiyent, uni qavsdan tashqariga chiqaramiz:

$$q_1 = q_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$
. Agar $q_1 = 12\,000$, $p = 20\%$ bo‘lsa, $q_1 = 12\,000 = q_0 \left(1 + \frac{20}{100}\right)$. Bundan $q_0 = 10\,000$ kelib chiqadi. ■
- 25.** Firma a dona mahsulot ishlab chiqardi. Uning $\frac{3}{5}$ qismini b_1 so‘mdan, qolgan qismini b_2 so‘mdan sotdi. Firma a dona mahsulotni necha so‘mga sotdi?
 Agar $a = 20\,000$, $b_1 = 150$ so‘m, $b_2 = 180$ so‘m bo‘lsa, $\frac{20\,000}{5} \cdot (3 \cdot 150 + 1 \cdot 180) = 4\,000 \cdot 810 = 3\,240\,000$.
- Javob:** Firma 20 000 dona mahsulotni 3 240 000 so‘mga sotgan.

2- §. Guruhash usuli

Ko'phadning hamma hadlari uchun umumiy ko'paytuvchi mayjud bo'lmasi ligi mumkin. Bunday hollarda guruhash usuli qo'llaniladi.

Ba'zi hollarda ko'phadning bir nechta hadini qavs ichiga olib, ko'phad ko'rinishidagi umumiy ko'paytuvchini hosil qilish mumkin. Masalan:

$$\begin{aligned} 1) \quad m(2a+b)-2a-b &= m(2a+b)-(2a+b)=(2a+b)(m-1); \\ 2) \quad 2(a+b)+ca+cb &= 2(a+b)+(ca+cb)=2(a+b)+c(a+b)= \\ &= (a+b)(2+c). \end{aligned}$$

Birinchi misolda oxirgi ikki hadini „-“ ishorasi bilan, ikkinchi misolda oxirgi ikki hadini „+“ ishorasi bilan olindi. Natijada ko'phad ko'rinishidagi umumiy ko'paytuvchi hosil bo'ldi. Birinchi misolda hosil qilingan umumiy ko'paytuvchi $2a+b$ qavsdan tashqariga chiqarildi, ikkinchi misolda esa hosil qilingan umumiy ko'paytuvchi $a+b$ qavsdan tashqariga chiqarildi.

Ba'zan ko'phad hadlarini turli usullar bilan guruhash mumkin bo'ladi.

Masalan, $3ap+3aq-bp-bq$ ko'phadni ikki usul bilan ko'paytuvchilarga ajratish mumkin:

$$1\text{-usul. } 3ap+3aq-bp-bq=(3ap+3aq)-(bp+bq)=3a(p+q)-b(p+q)=(p+q)(3a-b);$$

$$2\text{-usul. } 3ap+3aq-bp-bq=(3ap-bp)+(3aq-bq)=p(3a-b)+q(3a-b)=(3a-b)(p+q).$$

Bu misolda ko'phad hadlarini ikitadan guruhladi. Ko'phad hadlarini ikitadan ham, uchtadan ham guruhash mumkin bo'lgan hollarga misol keltiramiz:

1-misol. $ax+bx+ay+by-az-bz$ ko'phad berilgan bo'lsa, uni quyidagicha guruhlaymiz:

$$ax+bx+ay+by-az-bz=(ax+bx)+(ay+by)-(az+bz)=x(a+b)+y(a+b)-z(a+b)=(a+b)(x+y-z).$$

Bunda hadlar ikitadan guruhlandi. Shu ko'phad hadlarini uchtadan guruhlasa ham bo'ladi:

$$ax+bx+ay+by-az-bz=(ax+ay-az)+(bx+by-bz)=a(x+y-z)+b(x+y-z)=(x+y-z)(a+b).$$

2-misol. $ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx$ ko'phadning hadlarini avval ikitadan, keyin uchtadan guruhlaymiz:

$$ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx=(ax^3+bx^3)+(bx^2+ax^2)+(ax+bx)=x^3\cdot(a+b)+x^2\cdot(a+b)+x\cdot(a+b)=(a+b)\cdot(x^3+x^2+x)=x\cdot(a+b)(x^2+x+1);$$

$$ax^3+bx^3+bx^2+ax^2+ax+bx = (ax^3+ax^2+ax) + (bx^3+bx^2+bx) = a \cdot x \cdot (x^2+x+1) + b \cdot x \cdot (x^2+x+1) = (x^2+x+1) \cdot (ax+bx) = x \cdot (a+b)(x^2+x+1).$$

 Ko'phadni guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun:

- 1) ko'phadning hadlarini, ular ko'phad ko'rinishidagi umumiy ko'paytuvchiga ega bo'ladigan qilib, guruhlarga ajratiladi;
- 2) bu umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqariladi.

26. Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:

-  1) Ko'phad hadlarini guruhlash nima?
 2) Guruhlash usullarini tushuntirib bering.
 3) Ko'phadni guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun nimalar qilish kerak?

Guruhlash usulidan foydalani, ko'paytuvchilarga ajrating (27–29):

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 27. 1) $m+n+a(m+n)$; | 3) $x+2m(x+y)+y$; |
| 2) $a-b+p(a-b)$; | 4) $x+2m(x-y)-y$. |
-
- | | |
|------------------------|------------------------|
| 28. 1) $x-y+(x-y)^2$; | 3) $3ap-3aq+(p-q)^2$; |
| 2) $(m-n)^2+m-n$; | 4) $4ab-4b+a-1$. |
-
- | | |
|-------------------------|---------------------|
| 29. 1) $a(x-c)+bc-bx$; | 3) $2a(x-y)-y+x$; |
| 2) $4p(q-1)+q-1$; | 4) $3q(p-1)+2-2p$. |

Guruhlashlar usuli bilan ko'paytuvchilarga ajrating (30–32):

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| 30. 1) $ac+bc-2ad-2bd$; | 3) $ac-3bd+ad-3bc$; |
| 2) $2bx-3ay-6by+ax$; | 4) $5ay-3bx+ax-15by$. |
-
- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| 31. 1) $18a^2-27ab+14ac-21bc$; | 3) $35ax+24xy-20ay-42x^2$; |
| 2) $10x^2+10xy+5x+5y$; | 4) $48xz^2+32xy^2-15yz^2-10y^3$. |
-
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| 32. 1) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$; | 3) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$; |
| 2) $6mnk^2+15m^2k-14n^3k-35mn^2$; | 4) $ax^2-ay-bx^2+cy+by-cx^2$. |

33. Qulay usul bilan hisoblang:

- 1) $127 \cdot 170 + 182 \cdot 15 + 127 \cdot 130 + 118 \cdot 15$;
- 2) $125 \cdot 75 - 216 \cdot 15 + 125 \cdot 25 - 216 \cdot 35$.

34. Guruhlash usulidan foydalani, tenglamani yeching:

- 1) $2x(x-3)+4x-12=0$;
- 2) $y(y+6)-2y-12=0$;

$$3) 3 \cdot (2x - 5) + 4x^2 - 10x = 0; \quad 4) \frac{1}{2}(3x - 4) - 1 + \frac{3}{4}x = 0.$$

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating (35–36):

35. 1) $ac + ad + 2bc + 2bd;$ 2) $2ax - 2ay + 3by - 3bx;$
3) $x^2y - z^2x + y^2x - z^2y;$ 4) $x^2 + xz - xy - yz;$
5) $a^3 + 2 + a + 2a^2;$ 6) $y^2 + 3 - y - 3y^3.$
36. 1) $x^3 + x - 3xy + 2 + 2x^2 - 6y;$ 2) $ab - a^2 + 5 - 5b - 5a^2 + a^3;$
3) $4ax + 2ay - az - 4bx - 2by + bz;$ 4) $6ax + 3bx - 3x + 6ay + 3by - 3y.$

Ko'phadni, uning ba'zi hadlarini o'xshash hadlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlab, ko'paytuvchilarga ajrating (37–38):

37. 1) $a^2 + 3ab + 2b^2;$ 2) $x^2 - 4xy + 3y^2;$ 3) $x^2 - 5ax + 4a^2;$
4) $a^2 + 7ab + 6b^2;$ 5) $a^2 + 5ab + 6b^2;$ 6) $x^2 + 7xy + 12y^2.$
38. 1) $y^2 + by - 2b^2;$ 2) $x^2 - xy - 2y^2;$ 3) $6x^2 - 7xy + 4y^2;$
4) $18x^2 + 39xy - 20y^2;$ 5) $14x^2 - 30ax - 5a^2;$ 6) $2x^2 - 5xy + 2y^2.$

Namuna: 1) $a^2 - 5a - 6 = a^2 - 6a + a - 6 = (a^2 + a) + (-6a - 6) = -a(a + 1) - 6(a + 1) - (a + 1)(a - 6).$
2) $0,2x^2 + 0,9xy - 0,5y^2 = 0,2x^2 + xy - 0,1xy - 0,5y^2 = (0,2x^2 + xy) + (-0,1xy - 0,5y^2) = x \cdot (0,2x + y) - 0,5 \cdot (0,2x + y) = (0,2x + y)(x - 0,5y).$

39. Guruhash usulidan foydalanim, ko'paytuvchilarga ajrating:

- 1) $20a^2 + 3bc - 15ab - 4ac;$ 2) $9a^3 - 2bc^2 - ac^2 + 18a^2b;$
3) $-15x^2 + 4y^2 - 10xy + 6xy;$ 4) $pq - 20k^3 - 4k^2p + 5qk.$

40. 38-misolni yechish usulidan foydalanim, tenglamani hal qiling:

- 1) $x^2 - 2x + 1 = 0;$ 2) $x^2 + 2x + 1 = 0;$ 3) $x^2 - 5x + 6 = 0;$
4) $x^2 + 5x + 6 = 0;$ 5) $x^2 - x - 20 = 0;$ 6) $x^2 + x - 20 = 0.$

41. 1) $x^2 + 5x - 6 = 0;$ 2) $x^2 + x - 12 = 0;$ 3) $6x^2 - 11x + 3 = 0;$
4) $4x^2 - 5x + 1 = 0;$ 5) $2x^2 - 3x - 2 = 0;$ 6) $3x^2 + 11x - 4 = 0.$

Namuna: $10x^2 - 13x - 3 = 0$ tenglamani yeching.

$$\square \quad 10x^2 - 13x - 3 = 10x^2 - 15x + 2x - 3 = (10x^2 - 15x) + (2x - 3) = 5x \cdot (2x - 3) + (2x - 3) = (2x - 3)(5x + 1) = 0.$$

Bundan:

$$2x - 3 = 0; \quad 2x = 3; \quad x = \frac{3}{2}; \quad 5x + 1 = 0; \quad 5x = -1; \quad x = -\frac{1}{5}.$$

Javob: $x = \frac{3}{2}; \quad x = -\frac{1}{5}. \blacksquare$

42. Hisoblang:

$$1) 318^2 - 318 \cdot 57 + 261 \cdot 682; \quad 2) (89,4)^2 + 89,4 \cdot 13,7 - 103,1 \cdot 49,4.$$

3- §. Yig'indining kvadrati. Ayirmaning kvadrati

Ikki son yig'indisining kvadrati $(a+b)^2$ ni ko'ramiz.

Bu algebraik ifoda $a+b$ va $a+b$ ko'phadlarning ko'paytmasini anglatadi. Shuning uchun ko'paytirishni bajarib,

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ko'phadni hosil qilamiz. Biz ushbu formulani chiqardik:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (1)$$

Bu formula so'z bilan quyidagicha aytildi:

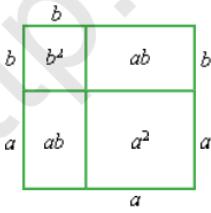
Ikki son yig'indisining kvadrati – birinchi sonning kvadrati qo'shuv birinchi son bilan ikkinchi son ko'paytmasining ikki-langani qo'shuv ikkinchi sonning kvadratiga teng.

(1) formulani geometrik usul bilan ham osongina isbotlash mumkin. Buning uchun tomonining uzunligi $a+b$ bo'lgan kvadratni ko'raylik (4-rasm). Shu kvadratning yuzi tomoni a bo'lgan kvadratdan, tomonlari a va b bo'lgan ikkita to'g'ri to'rtburchakdan, tomoni b bo'lgan kvadratdan iborat. Bundan kvadrat yuzi $a^2 + 2ab + b^2$ ga tengligi kelib chiqadi.

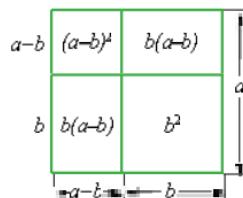
Endi ikki son ayirmasining kvadratini ko'raylik:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2, \text{ ya'ni} \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2. \quad (2)$$

Bu formulani ham geometrik usul bilan osongina isbot qilish mumkin. 5-rasmdan ko'rindaniki, tomoni a bo'lgan kvadrat yuzi a^2 bo'lib, $a^2 = (a-b)^2 + 2b(a-b) + b^2$.



4-rasm.



5-rasm.

Bu ifodani soddalashtirib, (2) formulani hosil qilamiz.

(2) formulani so'z bilan quyidagicha aytish mumkin:

Ikki son ayirmasining kvadrati – birinchi son kvadrati ayiruv birinchi son bilan ikkinchi son ko'paytmasining ikkilangani qo'shuv ikkinchi sonning kvadratiga teng.

Endi uchta son yig'indisining kvadrati uchun formula chiqaramiz: $(a+b+c)^2$ ni ko'raylik. Uni $((a+b)+c)^2$ kabi yozib olamiz. Ikki son yig'indisi kvadratining formulasidan foydalanish uchun $(a+b)$ ni birinchi had, c ni ikkinchi had deb qaraymiz va $((a+b)+c)^2$ ni yozib chiqamiz:

$$(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2, \text{ ya'ni}$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad (3)$$

formulani hosil qilamiz.

Bu formulani ham geometrik usul bilan isbot qilish mumkin. Tekislikda tomonining uzunligi $a+b+c$ bo'lgan kvadrat chizamiz (6-rasm). U uchta, tomonlarni mos ravishda, a , b , c lardan iborat bo'lgan kvadratdan, tomoni a va b bo'lgan 2 ta, tomoni b va c bo'lgan 2 ta, tomoni c va a bo'lgan 2 ta to'g'ri to'rtburchakdan iborat. 3 ta kvadrat va 6 ta to'g'ri to'rtburchaklarning yuzlari topilgan formulaning o'ng tomonini ifodalaydi (6-rasm).

	a	b	c
c	ac	bc	c^2
b	ab	b^2	bc
a	a^2	ab	ac
a	b	c	

6-rasm.

(1), (2) va (3) formulalarning qo'llanilishiga doir misollar ko'ramiz:

- 1) $(3a+4b)^2 = (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2;$
- 2) $(2a^2 - 5)^2 = (2a^2)^2 - 2 \cdot 2a^2 \cdot 5 + 5^2 = 4a^4 - 20a^2 + 25;$
- 3) $(-2m - n)^2 = ((-1)(2m + n))^2 = (-1)^2 \cdot (2m + n)^2 = (2m + n)^2 = (2m)^2 + 2 \cdot 2m \cdot n + n^2 = 4m^2 + 4mn + n^2;$
- 4) $(2a + 3b + 4c)^2 = (2a)^2 + (3b)^2 + (4c)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + 2 \cdot 2a \cdot 4c + 2 \cdot 3b \cdot 4c = 4a^2 + 9b^2 + 16c^2 + 12ab + 16ac + 24bc;$
- 5) $(a - 2b + 3c)^2 = a^2 + (-2b)^2 + (3c)^2 + 2a \cdot (-2b) + 2 \cdot a \cdot 3c + 2 \cdot (-2b) \cdot 3c = a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 4ab + 6ac - 12bc.$



*Yig'indining yoki ayirmaning kvadrati formulalari **qisqa ko'paytirish formulalari** deyiladi.*

Qisqa ko'paytirish formulalaridan hisoblashlarni soddalashtirishda foydalaniш mumkin. Masalan:

$$\begin{aligned}1) \quad 61^2 &= (60+1)^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721; \\2) \quad 79^2 &= (80-1)^2 = 6400 - 160 + 1 = 6241.\end{aligned}$$

(1), (2) va (3) formulalarni guruhash usuli bilan isbotlash mumkin:

$$1) \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ ni isbotlaymiz:}$$

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= a^2 + ab + ab + b^2 = (a^2 + ab) + (ab + b^2) = a(a+b) + \\+ b(a+b) &= (a+b)(a+b) = (a+b)^2;\end{aligned}$$

$$2) \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ ni ham shunga o'xshash isbotlanadi:}$$

$$\begin{aligned}a^2 - 2ab + b^2 &= a^2 - ab + b^2 - ab = a(a-b) + b(b-a) = a(a-b) - b(a-b) = \\= (a-b)(a-b) &= (a-b)^2;\end{aligned}$$

$$3) \quad (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \text{ ni isbot qilamiz:}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a+b)^2 + 2c(a+b) + c^2 = (a+b+c)^2.$$

Ushbu

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \tag{4}$$

formulani isbotlaylik.

$$\square \quad (a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + \\+ 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \blacksquare$$

Shu yo'l bilan

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \tag{5}$$

formulani ham isbot qilish mumkin.

(4), (5) formulalarni $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$, $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ kabi yozib olish ko'pgina hisoblashlarda qo'l keladi.



*(4), (5) formulalar, mos ravishda, **yig'indining kubi** va **ayirmaning kubi** deyiladi.*

(1), (2), (4), (5) formulalar qisqa ko'paytirish formulalari deb hisoblanadi.

43. Topshiriqlarni bajaring:

1) Ikki son yig'indisining kvadrati, ikki son ayirmasining kvadrati formulasini so'z bilan aytib bering.

- 2) Ikki son yig'indisining va ayirmasining kvadrati formulasini geometrik usul bilan isbotlang.
 3) Ikki son yig'indisining va ayirmasining kubi formulasini yozing.
 4) Shu formulalarning geometrik ma'nosini tushuntirib bering.
 5) Uchta son yig'indisining kvadrati formulasini yozing.

44. Yig'indi va ayirmaning kvadratini ko'phad shaklida yozing (**44–46**):

$$1) (q+2p)^2; \quad 2) (2x+3y)^2; \quad 3) (4m-6n)^2; \quad 4) (7a-b)^2.$$

$$45. 1) \left(a - \frac{1}{2}\right)^2; \quad 2) \left(m - \frac{1}{3}\right)^2; \quad 3) \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{2}\right)^2; \quad 4) \left(\frac{m}{2} + \frac{n}{3}\right)^2.$$

$$46. 1) (0,1m+0,3n)^2; \quad 2) (0,7z-0,4d)^2; \\ 3) \left(\frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4}\right)^2; \quad 4) \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{4}\right)^2.$$

Ifodani soddalashtiring (**47–48**):

$$47. 1) (a+b-4)^2 - (a^2+b-1)(a^2+b-8); \\ 2) (2a^2+a-5)^2 - (2a^2+a)(2a^2+a-1) + 9(2a+3)(a-1).$$

$$48. 1) 2x(x+3)^2 - 3x(x-1)(x+8) - 3x \cdot (2-3x); \\ 2) y(2y-1)(2y-2) - 4y(y+1)^2 + 2y(7y+1).$$

Isbotlang (**49–50**):

$$49. 1) (a-1)^2 + 2(a-1) + 1 = a^2; \quad 2) (1-a)^2 + 2a(1-a) + a^2 = 1.$$

$$50. 1) (x+y)^2 - 2(x+y)(x-y) + (x-y)^2 = 4y^2; \\ 2) (a^2+b^2)(c^2+d^2) = (ac+bd)^2 + (ad-bc)^2.$$

51. Qirrasining uzunligi a va b bo'lgan ikkita kub yasang. So'ngra o'slchlamlari a , a , b va a , b , b bo'lgan 3 tadan to'g'ri burchakli parallelipiped yasang. Ularni taxlab, qirrasining uzunligi $a+b$ bo'lgan kubni hosil qiling.

Bu bilan $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ formulalning geometrik ma'nosini ochgan bo'lasiz. (Masalan, $a=5$ cm, $b=9$ cm deb oling.)

52. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi oynaning bir tomoni ikkinchisidan 30 cm uzun. Uni deraza romiga solish uchun bo'yи va

enidan 10 cm dan kesishdi. Oynaning kesib tashlangan bo'laklarining yuzi 1400 cm^2 ga teng. Oynaning dastlabki o'lchamlarini toping.

Ifodani soddalashtiring (53–54):

53. 1) $(x-2y)^2+(x+2y)^2$; | 2) $(2x-y)^2-(2x+y)^2$; | 3) $(x+2y)^2-(x-2y)^2$.

54. 1) $(2-3a)^2-(2+3a)^2$; | 2) $(4-a)^2+(4+a)^2$; | 3) $(x+1)^2-(x-1)^2$.

4-§. Kvadratlar ayirmasi formulasi

Kvadratlar ayirmasi formulasini chiqarish uchun ikki son yig'indisining ular ayirmasiga ko'paytmasini ko'ramiz:

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

ya'ni $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. Demak,

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b). \quad (1)$$

Ikki son kvadratlarining ayirmasi shu sonlar yig'indisining ular ayirmasiga ko'paytmasiga teng.

(1) formulani geometrik usulda ham isbotlash mumkin.

Tomoni a bo'lgan kvadrat ichiga tomoni b bo'lgan ($b < a$) kvadrat 7-rasm dagi dek joylashtirilgan bo'lsin. Unda katta kvadrat yuzi a^2 , kichik kvadrat yuzi esa b^2 bo'ladi. Tomoni $a-b$ bo'lgan kvadrat yuzi $(a-b)^2$, tomonlari $(a-b)$ va b bo'lgan ikkita to'g'ri to'rtburchak yuzlari yig'indisi $2b(a-b)$ bo'ladi. Bundan ko'rinishdiki, $a^2=b^2+(a-b)^2+2b(a-b)$ tenglik o'rinni. Shu tenglikda b^2 ni chap tomonga o'tkazib, o'ng tomonda $(a-b)$ umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarsak, $a^2-b^2=(a-b)(a-b+2b)=(a-b)(a+b)$, ya'ni

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

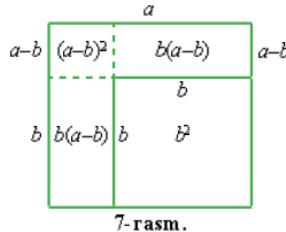
kelib chiqadi.

Bu formulani guruhlash usuli bilan ham isbotlasa bo'ladi. Buning uchun ifodaga ab ni qo'shib, ab ni ayiramiz: $a^2-ab+ab-b^2=a(a-b)+b(a-b)$.

Misol. $\left(\frac{1}{2}p+\frac{2}{3}q\right)\left(\frac{1}{2}p-\frac{2}{3}q\right)-\frac{1}{4}p^2-\frac{4}{9}q^2$.

Bunda $(a-b)$ umumiy ko'paytuvchi, uni qavsdan tashqariga chiqarsak, $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ kelib chiqadi.

(1) formulani ham qisqa ko'paytinish formulasi deyiladi.



7-rasm.

(1) formuladan hisoblashlarni soddalashtirish uchun ham foydalanildi. Masalan:

- 1) $72 \cdot 68 = (70+2)(70-2) = 4900 - 4 = 4896;$
- 2) $97 \cdot 103 = (100-3)(100+3) = 10000 - 9 = 9991;$
- 3) $998 \cdot 1002 = (1000-2)(1000+2) = 1000000 - 4 = 999996;$
- 4) $58 \cdot 62 = (60-2)(60+2) = 3600 - 4 = 3596;$
- 5) $101 \cdot 99 = (100+1)(100-1) = 10000 - 1 = 9999.$

(1) tenglik ikki son kvadratlari ayirmasi formulasi deyiladi.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (55–56):

55. 1) $9a^2 - 4b^2;$ 2) $4m^2 - 25n^2;$ 3) $16p^2 - 9q^2;$ 4) $36a^2 - 9b^2.$

56. 1) $(a+b)^2 - c^2;$ | 2) $m^2 - (n-q)^2;$ | 3) $(a+b)^2 - 4(a-b)^2;$ | 4) $\frac{1}{9}m^2 - 9n^2.$

57. Quyidagi tenglikni isbotlang:

- 1) $(10a+5)^2 = 100a(a+1) + 25;$
- 2) $(10a+b)(10a+b+2) = (10a+b+1)^2 - 1.$

58. Ko‘paytuvchilarga ajrating:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| 1) $36a^4 - 49b^4;$ | 2) $36a^4b - 64b^5;$ |
| 3) $(a^2 - 5a)^2 - 25;$ | 4) $(6a - 7d)^2 - 49d^2.$ |

59. Ko‘paytirishni bajaring:

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1) $(2+x)(2-x)(4+x^2);$ | 2) $(x^2 + 16)(x-4)(x+4);$ |
| 3) $(2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2);$ | 4) $\left(3x - \frac{1}{2}y\right)\left(3x + \frac{1}{2}y\right)\left(9x^2 + \frac{1}{4}y^2\right).$ |

60. Tenglamani yeching:

1) $(2x+1)^2 - 4(x-1)(x+1) = 17;$ 2) $(2x-3)^2 - (2x-3)(2x+3) = 18.$

61. Tenglamani yeching:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $16x^2 - 9 = 0;$ | 2) $0,02x^2 - 0,08 = 0;$ |
| 3) $1,44x^2 - 1,21 = 0;$ | 4) $9x^2 + 6x + 1 = 0.$ |

62. Ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $(2a+3b)^2 - (3a+4b)^2$;
3) $(5a-2b)^2 - (3a+b)^2$;

2) $(3+7a)^2 - (3a-3)^2$;
4) $(a^2-3)^2 - (a^2+3)^2$.

63. Kvadratga oshiring:

1) $(a-b+c)^2$; | 2) $(a-b-c)^2$; | 3) $(a+b+c+d)^2$; | 4) $(a+b-c+d)^2$.

Tenglamani yeching (**64–66**):

64. 1) $x(x-1)-x(x-3)=12$;
2) $(x-5)(x+1)-x=x^2+5$;

3) $(x-1)(x-3)-(x-2)(x-4)$;
4) $(x+1)(x+2)-x^2=5x+4$.

65. 1) $(x-4)^2-x^2=16$;
2) $(x+1)^2=x^2+1$;

3) $(x+12)^2=x(x+8)$;
4) $(x-3)(x+1)=(x-2)^2$.

66. 1) $(x-2)(x^2+2x+4)-x(x-3)(x+3)=26$;
2) $(x-3)(x^2+3x+9)-x(x+4)(x-4)=21$.

x ni shunday birhadga almashtiringki, natijada tenglik to'g'ri bo'lsin:

67. 1) $(x-5b^2)^2=9x^2-30b^2x+25b^4$;
2) $(x-3b^3)^2=16a^2b^2-24ab^4+9b^6$.

x ni shunday birhadga almashtiringki, natijada ikkihadning kvadrati hosil bo'lsin:

68. 1) $9a^2+24ab+x$;
2) $x-12ab+9b^2$;
3) $49a^2-x+16b^2$;
4) $0,01a^2-x+100b^2$;
5) $49a^2-x+16b^2$;
6) $\frac{4}{9}a^2+x+\frac{9}{4}b^2$.

Qisqa ko'paytirish formulalaridan foydalanib, hisoblang:

69. 1) 1999^2 ;
2) 1001^2 ;
3) 81^2 ;
4) 198^2 ;
5) 59^2 ;
6) 79^2 ;
7) 38^2 ;
8) 71^2 ;
9) 101^2 ;
10) 2001^2 .

Ifodani ikkihadning kvadrati shaklida tasvirlang:

70. 1) $a^6-8a^3b^3+16b^{10}$;
3) $81x^2-144xy+64y^2$;
5) $0,25x^2+0,4xy+0,16y^2$;
2) $16a^2+40ab+25b^2$;
4) $49x^2-42xy+9y^2$;
6) $\frac{1}{9}a^2-2ab+9b^2$.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ formulada $a=1$, b esa moduli 1 ga nisbatan kichik bo'lsa (masalan, $b=0,0032$ yoki $b=-0,0021$), u holda b^2 son yanada kichik bo'ladi. Shu sababli $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

tenglikni $a=1$ bo'lganda $(1+b)^2 \approx 1+2b$ taqribiy tenglik bilan almashtirish mumkin.

Masalan: $(1,002)^2 = (1+0,002)^2 \approx 1+2 \cdot 0,002 = 1,004$;
 $(0,997)^2 = (1-0,003)^2 \approx 1-2 \cdot 0,003 = 1-0,006 = 0,994$.

71. Taqribiy formula yordamida hisoblang:

- 1) $(1,001)^2$; 2) $(1,003)^2$; 3) $(0,998)^2$; 4) $(0,999)^2$;
5) $(1,0001)^2$; 6) $(1,0003)^2$; 7) $(0,9998)^2$; 8) $(0,9999)^2$.

Agar $a=2$ bo'lib, b son moduli bo'yicha kichik bo'lsa, masalan, $b=0,001$ bo'lsa, ushbu $(2+b)^2 \approx 4+4b$ taqribiy formuladan foydalansa bo'ladi. Masalan, $(2,001)^2 = (2+0,001)^2 \approx 4+4 \cdot 0,001 = 4+0,004 = 4,004$.

72. Taqribiy formula $(2+b)^2 \approx 4+4b$ yordamida hisoblang:

- 1) $(2,002)^2$; 2) $(2,003)^2$; 3) $(1,998)^2$; 4) $(1,999)^2$.

Kvadratlar ayirmasi formulasidan foydalaniib, hisoblang (73–75):

73. 1) $2011^2 - 2001^2$; 2) $(49,7)^2 - (39,7)^2$;
3) $1999^2 - 1^2$; 4) $(2003)^2 - 3^2$.

74. 1) $(349,5)^2 - (249,5)^2$; 2) $\left(17\frac{11}{19}\right)^2 - \left(7\frac{11}{19}\right)^2$; 3) $999 \cdot 1001$;
4) $28 \cdot 32$; 5) $49 \cdot 51$; 6) $4,5 \cdot 5,5$.

75. 1) $\frac{(1,7)^2 - (1,3)^2}{(2,8)^2 - (2,2)^2}$; 2) $\frac{(1,2)^2 - (0,3)^2}{(0,8)^2 - (0,7)^2}$.

(1) formuladan foydalaniib, ko'paytirishni bajaring (76–77):

76. 1) $(a+b)(b-a)$; 2) $(m-2)(2+m)$; 3) $(p-q)(p+q)$;
4) $(4+q)(4-q)$; 5) $(2a-b)(2a+b)$; 6) $(3a+b)(3a-b)$.

77. 1) $\left(y - \frac{1}{3}x\right)\left(y + \frac{1}{3}x\right)$; 3) $\left(2d - \frac{1}{2}\right)\left(2d + \frac{1}{2}\right)$;
2) $\left(2m - \frac{1}{2}n\right)\left(2m + \frac{1}{2}n\right)$; 4) $\left(a - \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b + a\right)$.

Ko'paytuvchilarga ajrating (78–81):

78. 1) $(5a+4b)^2 - (2a+3b)^2$; 3) $(a^2+5)^2 - (a^2+7)^2$;
2) $(7a-3b)^2 - (5a+6b)^2$; 4) $(7+5a)^2 - (3a-2)^2$.

- 79.** 1) $(2a+5b)^2 - (2a-3c)^2$; 2) $(4a-3b)^2 - (3a+2c)^2$;
 3) $(3x-1)^2 - (5-2x)^2$; 4) $(a^2-2)^2 - (a^2+2)^2$.
- 80.** 1) $49a^4 - 81b^4$; 2) $(a^2+10a)^2 - 625$;
 3) $49a^4b - 64b^5$; 4) $(4a-5d)^2 - 25d^2$.
- 81.** 1) $(2a+5b)^2 - 9(2b-a)^2$;
 2) $(2a-3b)(4a^2-c^2) - (2a-c)(4a^2-9b^2)$;
 3) $8a^3 - 60a^2b + 15ab^2 - 125b^3$;
 4) $2x^3 - 18x^2 + xy^2 - 9y^2$.
- 82.** Ko‘paytirishni bajaring:
- 1) $(5+x)(5-x)(25+x^2)$; 2) $(x^2+9)(x+3)(x-3)$;
 3) $(16x^2+9y^2)(4x+3y)(4x-3y)$; 4) $(5x-4y)(5x+4y)(25x^2+16y^2)$.

Tenglamani yeching (**83–84**):

- 83.** 1) $(3x+2)^2 - 9(x-1)(x+1) = 27$; 2) $(4x+3)(4x-3) - (4x-1)^2 = 6$;
 3) $(2x-5)^2 - (2x-1)(2x+1) = 30$; 4) $(3x-2)^2 - (4-3x)^2 = 12$.
- 84.** 1) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; 2) $16x^2 + 40x + 25 = 0$;
 3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$; 4) $16x^2 - 40x + 25 = 0$.
- 85.** Agar kvadratning ikki qarama-qarshi tomonining har biri 6 cm ga qisqartirilsa hamda qolgan ikki tomonining har biri 6 cm ga uzaytirilsa, kvadratning yuzi qanday o‘zgaradi?
- 86.** Kubning qirrasi 4 cm. Agar uning har bir qirrasini 1 cm ga qisqartirilsa, uning hajmi qanchaga kamayadi?
- 87.** Ifodaning son qiymatini toping:

- 1) $14m - (m+2)^2 + (m-2)(m+2)$, bunda $m = 2,5$;
 2) $(2x+3)^2 - 5x - (x-3)(x+3)$, bunda $x = -1,5$;
 3) $3(n-5)(n+3) - (n-3)^2 - (n-5)(5+n)$, bunda $n = 9$;
 4) $(b+2)^2 + (b-2)(b+2) - 2(b+1)(b-3)$, bunda $b = -\frac{1}{3}$.

5-§. Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishning bir nechta usullarining qo‘llanilishi

Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishda ko‘phadning shakliga qarab turli usullardan foydalilaniladi: umumiyl ko‘paytuvchini (agar u bor bo‘lsa) qavsdan tashqariga chiqarish, kvadratlar ayirmasi formu-

lasidan foydalanish, guruhlashning har ikki usulini qo'llash, qisqa ko'paytirish formulalarini ishlatalish shular jumlasidandir. Misollar kel-tiramiz:

1) $a^3 - 4a$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating:

$\square \quad a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a^2 - 2^2) = a(a+2)(a-2)$. ■

Bunda avval qavsdan tashqariga chiqarish, so'ngra esa kvadratlar ayirmasi formulasini qo'llash bajarilgan.

2) $(a^2 + 4)^2 - 16a^2$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating:

$\square \quad (a^2 + 4)^2 - 16a^2 = (a^2 + 4)^2 - (4a)^2 = ((a^2 + 4) - 4a)((a^2 + 4) + 4a) = (a^2 - 4a + 4) \cdot (a^2 + 4a + 4) = (a-2)^2(a+2)^2$. Berilgan ko'phad umumiy ko'paytuvchiga ega emas. Unga kvadratlar ayirmasi formulasini qo'llaniladi, keyin ikki son yig'indisi va ayirmasining kvadrati formulasidan foydalaniladi. Natijada ko'phad ko'paytuvchilarga ajraladi:

$$(a^2 - 4)^2 - 16a^2 = (a-2)^2(a+2)^2. ■$$

3) $x^2 - 9y^2 + 2(x+3y)$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrataylik:

$$x^2 - 9y^2 + 2(x+3y) = (x^2 - 9y^2) + 2(x+3y) = (x+3y)(x-3y) + 2(x+3y) = (x+3y) \cdot (x-3y+2).$$

Bunda avval guruhlash usuli qo'llanildi, so'ngra kvadratlar ayirmasi formulasidan foydalanildi, nihoyat, umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish bajarildi.

Ko'rib chiqilgan misollardan ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish uchun quyidagi tartibga rioya qilish lozimligi kelib chiqadi:

1) umumiy ko'paytuvchini (agar u bor bo'lsa) qavsdan tashqariga chigarish;

2) ko'phadni qisqa ko'paytirish formulalari bo'yicha ko'paytuvchilarga ajratishga urinib ko'rish;

3) agar oldingi usullar maqsadga olib kelmasa, guruhlash usulini qo'llanishga harakat qilish.

Masala. Tenglikni isbotlang:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2). \quad (1)$$

(1) tenglikning o'ng tomonidagi qavslarni ochamiz:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

Shunga o'xshash

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \quad (2)$$

formulani ham isbot qilish mumkin. (2) tenglikni mustaqil isbotlashga urinib ko'ring.

Misollar:

- 1) $(2a)^3 + (3b)^3 = (2a+3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2);$
- 2) $\left(\frac{1}{3}a\right)^3 - (3b)^3 = \left(\frac{1}{3}a - 3b\right)\left(\frac{1}{9}a^2 - ab + 9b^2\right);$
- 3) $(3a)^3 - (2b)^3 = (3a-2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2);$
- 4) $\left(\frac{1}{2}a\right)^3 - \left(\frac{2}{3}b\right)^3 = \left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{4}{9}b^2\right).$

(1) va (2) formulalar, mos ravishda, **kublar yig'indisi va kublar ayirmasi formutasi** deyiladi. Bu formulalar ham ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda qo'llaniladi.

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda ko'phadni ikkihadga bo'lish haqidagi Bezu teoremasi muhim ahamiyatga ega:

Bezu teoremasi: $P(x)$ ko'phadni $(x-a)$ ikkihadga bo'lganda chiqadigan qoldiq $P(a)$ ga teng (ya'ni qoldiq $P(x)$ ko'phadning $x=a$ bo'lgandagi son qiymatiga teng).

Bezu teoremasining natijasi: a son $P(x)$ ko'phadning ildizi bo'lishi uchun $P(x)$ ning $(x-a)$ ga qoldiqsiz bo'linishi zarur va yetarlidir.

Agar $P(x)$ ko'phad $x-a$ ga qoldiqsiz bo'linib, bo'linma $q(x)$ bo'lsa, u holda $P(x)$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish va

$$P(x) = (x-a)q(x)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Masalan $8a^3 + 27b^3$ ko'phad $2a+3b$ ga qoldiqsiz bo'linishini ko'rsatamiz. Bo'lishni burchak usulida bajaramiz:

$$\begin{array}{r} -8a^3 - 27b^3 \\ \hline -8a^3 - 12a^2b \\ \hline -12a^2b + 27b^3 \\ \hline -12a^2b - 18ab^2 \\ \hline -18ab^2 + 27b^3 \\ \hline 18ab^2 - 27b^3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Demak, berilgan ko'phadni quyidagicha ko'paytuvchilarga ajratish mumkin:

$$8a^3 + 27b^3 = (2a+3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2).$$

88. Quyidagi ko'phadlar ikkihadga qoldiqsiz bo'linishini ko'rsating. Bo'lishni burchak usuli bilan bajaring:

- 1) $(a^4 + ab^3 - a^2b^2 - a^3b) : (a^2 - b^2)$;
- 2) $(2a^3 - 15b^2 + 6ab - 5a^2b) : (2a - 5b)$;
- 3) $(3a^5 + a^4 - 3a^3 - 3a^2 + 2) : (-a^2 + 1)$.

89. Ko‘phadni Bezu teoremasi yordamida ko‘paytuvchilarga ajrating:

- 1) $x^n - a^n$ ko‘phad $(x - a)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini;
 - 2) $x^n + a^n$ ko‘phad $(x + a)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini isbotlang, bunda n – natural son.
- (Ko‘rsatma:** Bezu teoremasining natijasidan foydalaning).
- 3) $3x^5 - 5x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 3$ ko‘phad $(x - 1)$ ga, $(x - 2)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini ko‘rsating.
 - 4) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$ ko‘phadni $(x + 1)$ ga, $(x - 2)$ ga, $(x - 3)$ ga qoldiqsiz bo‘linishini ko‘rsating.

90. $2x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ ko‘phadni $(x - 1)$ ga, $(x + 1)$ ga, $(x - 2)$, $(x + 2)$ ga bo‘lgandagi qoldiqni toping.

91. Savollarga javob bering. Topshiriqlarni bajaring:

- 7) 1) Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishni qanday tartibda amalga oshirish kerak?
- 2) Ikki son kublari yig‘indisi, kublari ayirmasi formulalarini yozing va misollar keltiring.
- 3) Ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratishning burchak usuli nima? Misollar keltiring.

Ko‘paytuvchilarga ajrating (92–94):

92. 1) $ax + ay - bx - x - by - y$; 3) $a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5$;
 - 2) $2a^2 - a + 2ab - b - 2ac + c$; 4) $ax^2 + bx + b^2y + abxy + a^2bx + ab^2$.
93. 1) $xyz + 4xz + 3xy + 12x$; 3) $a^3 + a^2b - a^2x - abx$;
 - 2) $2a + a^2 + 2a^3 + a^4$; 4) $a^4 - a^3 + a^2 - a$.
94. 1) $3xyz + x^2y + x^2z + y^2x + y^2z + z^2x + z^2y$;
 - 2) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$;
 - 3) $3abc + ab(a + b) + bc(b + c) + ac(a + c) + ab + bc + ac$;
 - 4) $xy(x - y) - xz(y - z) - xz(x - y) + yz(y - z)$.

95. Tenglikni isbotlang:

- 1) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
- 2) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
- 3) $(a^3 + b^3) : (a + b) + ab = a^2 + b^2$;
- 4) $(a^3 - b^3) : (a - b) + ab = (a + b)^2$;

$$5) (a^3 + b^3) : (a+b) - ab = (a-b)^2;$$

$$6) (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b);$$

$$7) (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b).$$

Hisoblang (96–98):

$$96. 1) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{16}}\right) \left(1 + \frac{1}{2^{32}}\right);$$

$$2) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right).$$

□ 1-misolning ishlaniishi:

$$M = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{16}}\right) \left(1 + \frac{1}{2^{32}}\right) \text{ sonli ifodani } 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ ga}$$

ko‘paytiramiz va bo‘lamiz. Unda $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2^{32}}\right)$ ekanini hisobga olsak,

$$M = 2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{16}}\right) \left(1 + \frac{1}{2^{32}}\right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \dots$$

$$\dots \left(1 + \frac{1}{2^{16}}\right) \left(1 + \frac{1}{2^{32}}\right) - 2 \left(1 - \frac{1}{2^{64}}\right).$$

Demak, $M = 2 \left(1 - \frac{1}{2^{64}}\right)$. ■

□ 2-misolning ishlaniishi:

$$N_{100} = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \\ \dots \left(1 - \frac{1}{100}\right) \left(1 + \frac{1}{100}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \dots \frac{99}{100} \cdot \frac{101}{100} - \frac{1}{2} \cdot \frac{101}{100} - \frac{101}{200}.$$

Umumiy holda: $N_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n}$.

$$97. 1) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{103^2}\right); \quad 2) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{101^2}\right).$$

$$98. 1) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{102^2}\right); \quad 2) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2000^2}\right).$$

Hisoblang (99–101):

$$99. 1) \frac{(3,7^2 - 6,3^2) \cdot (1,3^2 - 12,6^2)}{(4,2^2 - 5,8^2) \cdot (2,3^2 - 0,3^2)};$$

$$2) \frac{(7,2^2 - 6,8^2) \cdot (17,3^2 - 7,3^2)}{(14^2 - 13,4^2) \cdot (5,4^2 - 6,5^2)}.$$

100. 1) $\frac{27,1^4 - 12,9^4}{(27,1+12,9)^2 - 27,1 \cdot 25,8};$

2) $\frac{2,7(1,7^3 - 1,5^3)}{1,7^2 + 1,7 \cdot 1,5 + 1,5^2}.$

101. 1) $\frac{(25^2 - 21^2)(25^2 - 21 \cdot 25 + 21^2)}{25^3 - 21^3};$

2) $\frac{(73^2 - 37^2)(73^2 - 73 \cdot 37 + 37^2)}{73^3 + 37^3}.$

102. 1) Agar $x=7,5$ va $y=6,5$ bo'lsa, $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$ ni;

2) Agar $x=59,3$ va $y=58,3$ bo'lsa, $x^3 - y^3 - 2y^2 - 3y + x^2 - 2xy - 1$ ni hisoblang.

103. Ko'phadning eng kichik qiymatini toping:

- 1) $x^2 - 16xy + 64y^2 - 10;$ 2) $(2x-1)(2x+1) + 3y(3y-4x);$
 3) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 25;$ 4) $(2x-5y+3) \cdot (2x-5y-3).$

104. a va b ning qanday qiymatlarda $2a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2$ ko'phad eng kichik qiymatga erishadi?

□ Berilgan ko'phad ko'rinishini o'zgartiramiz: $2a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2 = a^2 + (a^2 - 2ab + b^2) - 2(a-1) = (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + 1 = (a-b)^2 + (a-1)^2 + 1.$ Bu ifodada $(a-b)^2 \geq 0,$ $(a-1)^2 \geq 0.$ Shuning uchun $(a-b)^2 + (a-1)^2 + 1 > 0$ bo'ladi. Ko'phad eng kichik qiymatga erishishi uchun $(a-b)^2 = 0,$ $(a-1)^2 = 0,$ ya'ni $a = b,$ $a = 1$ bo'lishi kerak. Demak, berilgan ko'phad $a = b = 1$ bo'lganda eng kichik qiymatga erishadi. Ko'phadning eng kichik qiymati 1 ga teng. ■

105. Ko'phadning eng katta qiymatini toping:

- 1) $4y(5x-y) - (5x-2)(5x+2);$ 2) $3y(4x-3y) - (2x-3)(2x+3);$
 3) $100 - 9x^2 + 30xy - 25y^2;$ 4) $25 - 4x^2 - 4xy - y^2.$

4-misolni ishlab ko'rsatamiz:

□ Ko'phadning ko'rinishini o'zgartiramiz:

$$25 - 4x^2 - 4xy - y^2 = 25 - (4x^2 + 4xy + y^2) = 25 - (2x + y)^2.$$

Hosil bo'lgan ifoda eng katta qiymatga erishishi uchun 25 dan ayriluvchi son nolga teng bo'lishi kerak. Demak, berilgan ko'phad eng katta qiymatiga $2x + y = 0$ bo'lganda erishadi va bu eng katta qiymat 25 ga teng bo'ladi.

106. Ko'paytuvchilarga ajrating:

- 1) $x^3 + y^3 + z^3 - (x+y+z)^3;$ 3) $(3x-2y)^3 - (2y-2)^3 - (3x-2)^3;$
 2) $(x-2y)^3 - (32-2y)^3 - (x-32)^3;$ 4) $(3z-x)^3 - (2y-x)^3 - (3z-2y)^3.$

Oxirgi 4-misolni ishlab ko'rsatamiz:

$$\begin{aligned} \square (3z-x)^3 - (2y-x)^3 - (3z-2y)^3 &= (3z-x-2y+x)((3z-x)^2 - (3z-x)(2y-x) + \\ &+ (2y-x)^2) - (3z-2y)^3 = (3z-2y)((3z-x)^2 - (3z-x)(2y-x) + (2y-x)^2) - (3z-2y)^3 = \\ &= (3z-2y)((3z-x)^2 - (3z-x)(2y-x) + (2y-x)^2 - (3z-2y)^2) = (3z-2y)(x-(x-2y)) + \\ &+ 3z(2y-x)(-3xz+x^2 + 6yz - 2xy) = (3z-2y)(-x(2y-x) + 3z(2y-x)) = \\ &= (3z-2y)(2y-x)(3z-x). \blacksquare \end{aligned}$$

107. Tenglamani yeching:

$$1) \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{7}\right) \left(\frac{4}{11} - \frac{1}{x}\right) = 0;$$

$$3) \left(\frac{7}{x} + 8\right) \left(\frac{3}{x} - 4\right) = 0;$$

$$2) \left(\frac{3}{8} - \frac{2}{x}\right) \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{x}\right) = 0;$$

$$4) \left(\frac{5}{3x} - \frac{1}{9}\right) \left(\frac{2}{3x} - \frac{5}{6}\right) = 0.$$

Tenglamalarni ko'paytuvchilarga ajratib yeching (**108–110**):

$$108. 1) 2x^3 + 24x^2 + 72x = 0;$$

$$2) x^3 + 4x^2 + 4x = 0;$$

$$3) x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0;$$

$$4) 4x^3 - 4x^2 - 9x + 9 = 0.$$

$$109. 1) \left(\frac{x}{3} - \frac{x}{4}\right)^2 - 16 = 0;$$

$$3) 1 \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right)^2 = 0;$$

$$2) 25 - \left(x - \frac{x}{9}\right)^2 = 0;$$

$$4) \left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9} = 0.$$

$$110. 1) 2(x-3)^2 + (x^2 - 9) = 0;$$

$$2) (x+3)^2 - 4(9-x^2) = 0;$$

$$3) 5(16-x^2) = x(x-4);$$

$$4) x(2x+1) = (2x+1)^2.$$

$$111. 1) (x+4)(x^2 - 4x + 16) - 4(x+6) = x^3 + 14;$$

$$2) (x-3)(x^2 + 3x + 9) - x(x-2)(x+2) + 5x = 0.$$

112. Ko'paytuvchilarga ajrating:

$$1) (x-y)^3 - (2-y)^3 + (2-x)^3; \quad 2) (x+y)(x+y+2) - (x-y)(x-y-2);$$

$$3) x^2 + xy - 2y^2 - x + y; \quad 4) (x+y+2)(x+y) - (x-y)^2 + 1.$$

Qisqa ko'paytirish formulalarining bo'linishiga oid masalalarga qo'llanilishi

$a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$ formulani butun sonlarning bo'linishiga oid misol va masalalarni yechishda qo'llaymiz.

1-masala. Ixtiyoriy toq a natural son uchun $a^2 - 1$ sonning 4 ga bo'linishini isbotlang.

|| a – toq son bo'lgani uchun $a+1$ va $a-1$ sonlarning ikkalasi

ham juft bo'ladi. Demak, ularning $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$ ko'paytmasi 4 ga bo'linadi. ■

2-masala. Ixtiyoriy toq a butun son uchun $a^2 - 1$ son 8 ga bo'linishini isbotlang.

□ a – toq son bo'lgani uchun u $a=2k+1$ ko'rinishga ega, bu yerda k – butun son. Demak,

$$a^2 - 1 = (2k+1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4k(k+1).$$

Ravshanki, k va $k+1$ ketma-ket ikkita sondan bittasi albatta juft bo'ladi. Demak, hosil bo'lgan ko'paytma 8 ga bo'linadi. ■

Bu masaladan quyidagi tasdiq kelib chiqadi:



Toq sonning kvadrati 8 ga bo'linganda qoldig'i har doim 1 ga teng bo'ladi.

3-masala. a – toq son bo'lsa, $3a^2 + 1$ son 8 ga bo'linadimi?

□ a toq son bo'lgani uchun $a^2 = 8b+1$ ($b=0, 1, 2, \dots$). Demak,

$$\begin{aligned} 3a^2 + 1 &= 3(8b+1)^2 + 1 = 3(64b^2 + 16b + 1) + 1 = 3 \cdot 64b^2 + 3 \cdot 16b + 3 + 1 = \\ &= 3 \cdot 64b^2 + 3 \cdot 16b + 4 = 3 \cdot 8 \cdot (8b^2 + 2b) + 4. \end{aligned}$$

Ko'rinib turibdiki, har qanday a toq son uchun $3a^2 + 1$ son 8 ga bo'linmaydi. ■

4-masala. Ixtiyoriy butun n uchun $n^5 - 5n^3 + 4n$ son 120 ga bo'linishini isbotlang.

□ 120 sonini tub ko'paytuvchilarga yoyamiz: $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$. Demak, $n^5 - 5n^3 + 4n$ sonning 8, 3 va 5 ga bo'linishini ko'rsatsak yetarli. Buning uchun $n^5 - 5n^3 + 4n$ ifodani ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$n^5 - 5n^3 + 4n = n(n^4 - 5n^2 + 4) = n(n^2 - 4)(n^2 - 1) = (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2).$$

Demak, $n^5 - 5n^3 + 4n$ ifoda 5 ta ketma-ket kelgan butun sonning ko'paytmasidir.

Shu sonlardan biri 3 ga, biri esa 5 ga albatta bo'lingani sababli $n^5 - 5n^3 + 4n$ son 3 va 5 ga bo'linar ekan. Endi uning 8 ga bo'linishini ko'rsatamiz.

Agar n juft bo'lsa, $n-2$, n va $n+2$ juft sonlarning ko'paytmasi 8 ga bo'linadi.

Agar n toq bo'lsa, 2-masalaga ko'ra, $(n-1)(n+1) = n^2 - 1$ son 8 ga bo'linadi. Demak, ixtiyoriy butun n uchun $n^5 - 5n^3 + 4n$ son 8, 3 va 5 ga bo'linadi. ■

Mashqlar

- Ixtiyoriy toq a va b butun sonlar uchun $a^2 - b^2$ son 8 ga bo'linishini isbotlang.
- Agar P – tub son bo'lsa, $p^2 - 5$ son 8 ga bo'linmaydi. Nega?
- Ixtiyoriy a butun son uchun $9a^3 - 5a^3 - 4a$ soni 120 ga bo'linadimi?
- Agar butun n son na 2 ga, na 3 ga, na 5 ga bo'linmasa, $n^4 - 1$ ayirma 240 ga bo'linishini isbotlang.
- Ixtiyoriy butun n uchun $n^7 - 14n^5 + 49n^3 - 36n$ son 5040 ga bo'linishini isbotlang.

n – natural son bo'lsin. Biz bilgan qisqa ko'paytirish formulalarini quyidagicha umumlashtirish mumkin ekan:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}), \quad (1)$$

$$a^n + b^n = (a - b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}) (n - \text{toq}), \quad (2)$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - b^{n-1}) (n - \text{juft}). \quad (3)$$

(1) formula kvadratlar ayirmasi va kublar ayirmasi formulalarini, (2) formula kublar yig'indisi formulasini, (3) formula esa kvadratlar ayirmasi formulasini umumlashtiradi. Ular ifodalarni ayniy almashtirishlardan tashqari bo'linishga oid masalalarni hal qilishda ham qo'llaniladi.

Quyidagi tasdiqlar o'tinli:

- $a \neq b$ bo'lsa, $a^n - b^n$ ayirma $a - b$ ayirmaga bo'linadi.
- n – toq va $a \neq -b$ bo'lsa, $a^n + b^n$ yig'indi $a + b$ yig'indiga bo'linadi.
- n – juft va $a \neq -b$ bo'lsa, $a^n - b^n$ ayirma $a + b$ yig'indiga bo'linadi.

5-masala. Ixtiyoriy natural n larda $26^n - 7^n$ son 19 ga bo'linishi ni isbotlang.

□ 1-tasdiqqa ko'ra, $26^n - 7^n$ ayirma $26 - 7 = 19$ ga bo'linadi. ■

6-masala. Ixtiyoriy natural n larda $8^n + 6$ son 7 ga bo'linishini isbotlang.

□ $8^n + 6 = 8^n - 1^n + 7$ bo'lgani sababli 1-tasdiqqa ko'ra, $8^n + 6$ son 7 ga bo'linadi. ■

7-masala. $13^{49} + 5^{49}$ son 18 ga bo'linishini isbotlang.

□ 2-tasdiqqa ko'ra, $13^{49} + 5^{49} \equiv 1+5=18$ ga bo'linadi. ■

8-masala. $47^{100} - 14^{100}$ son 61 ga bo'linishini isbotlang.

□ 3-tasdiqqa ko'ra, $47^{100} - 14^{100} \equiv 47+14=61$ ga bo'linadi. ■

6. $146^{15} - 51^{15}$ son 19 ga bo'linishini isbotlang.

7. Ixtiyoriy natural n larda $18^n + 15^n - 5^n - 2^n$ son 13 ga bo'linadimi?

8. a) $5^{22} - 18^{11}$ son 7 ga; **b)** $2^{35} - 3^{20}$ son 47 ga; **d)** $67^{24} - 1$ son 17 ga; **e)** $2^{48} - 1$ son 105 ga; **f)** $3^{60} - 2^{60}$ son 11 ga bo'linishini isbotlang.

9. Ixtiyoriy natural n larda $5^{2n} + 48^n - 2^{n+1}$ son 23 ga bo'linadimi?

10. Nega $20^{41} - 13^{41} - 8^{41} + 1$ son 23 ga bo'linadi?

11. $2^{155} + 1$ son 11 ga bo'linadimi?

12. $1^{2019} + 2^{2019} + \dots + 30^{2019}$ son 31 ga bo'linishini isbotlang.

13. Qanday natural n larda $20^n + 16^n - 3^n - 1$ son 323 ga bo'linadi?

14. Qanday natural n larda $13^n + 6$ son 7 ga bo'linadi?

8-masala. $17^{15} - 3^{15}$ son 4 ga bo'linmasligini isbotlang.

□ 1-tasdiqqa ko'ra, $17^{15} - 3^{15} \equiv 17-3=14$ ga, jumladan, 2 ga bo'linadi.

(1) formulaga ko'ra, $17^{15} - 3^{15} = 14 \cdot (17^{14} + 17^{13} \cdot 3 + 17^{12} \cdot 3^2 + \dots + 3^{14})$.

Ikkinci ko'paytuvchi 15 ta toq qo'shiluvchilar yig'indisi bo'lgani bois, uning qiymati toq bo'ladi. Demak, $17^{15} - 3^{15}$ ayirma 4 ga bo'linmaydi. ■

15. $11^{10} - 1$ son 100 ga bo'linadimi?

16. a) $2^9 + 1$ yig'indi 125 ga bo'linadimi? **b)** $2^{50} + 1$ yig'indi-chi?

10-masala. Ixtiyoriy natural n larda $6^{2(n+1)} - 2^{(n+3)}3^{(n+2)} + 36$ son 900 ga bo'linishini isbotlang.

|| Quyidagi tengliklar o'rinali ekanligini tekshirish qiyin emas:

$$6^{2(n+1)} - 2^{(n+3)}3^{(n+2)} + 36 = (6^{n+1} - 6)^2 = 6^2(6^n - 1)^2 = 6^2(6-1)^2(6^{n-1} + 6^{n-2} + \dots + 6+1)^2.$$

Bundan berilgan son $36 \times 25 = 900$ ga bo'linishi kelib chiqadi. ■

11-masala. $2^9 + 2^{99}$ son 100 ga bo'linishini isbotlang.

□ $2^{10} = 1024$ ekanini inobatga olib, quyidagi tengliklar o'rinni ekanligini tekshirish qiyin emas:

$$\begin{aligned}2^9 + 2^{99} &= 2^9(1 + 2^{90}) = 2^9(1 + 1024^9) = 2^9(1024 + 1)(1024^3 + \\&+ 1024^7 + \dots + 1024 + 1) = 2^7 \cdot 2^2 \cdot 1025 \cdot (1024^8 + 1024^7 + \dots + 1024 + 1) = \\&= 4100 \cdot 2^7 \cdot (1024^8 + 1024^7 + \dots + 1024 + 1).\end{aligned}$$

Bundan berilgan sonning 100 ga bo'linishi kelib chiqadi. ■

12-masala. Ixtiyoriy natural n larda $7 + 7^2 + \dots + 7^{4n}$ son 400 ga bo'linishini isbotlang.

Berilgan yig'indini quyidagicha yozamiz:

$$(7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + (7^5 + 7^6 + 7^7 + 7^8) + \dots + (7^{4n-3} + 7^{4n-2} + 7^{4n-1} + 7^{4n}) = \\= (7 + 7^2 + 7^3 + 7^4)(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{4n-4}).$$

$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 7 \cdot 400$ yig'indi 400 ga bo'lingani uchun berilgan yig'indi ham 400 ga bo'linishi kelib chiqadi.

13-masala. $1^{2019} + 2^{2019} + \dots + 16^{2019}$ son 17 ga bo'linishini isbotlang.

□ Berilgan ifodani quyidagicha yozaylik:

$$1^{2019} + 2^{2019} + \dots + 16^{2019} = (1^{2019} + 16^{2019}) + (2^{2019} + 15^{2019}) + \dots + (8^{2019} + 9^{2019})$$

2-tasdiqqa ko'ra, $k=1, 2, \dots, 16$ lar uchun $k^{2019} + (17-k)^{2019}$ yi-g'indilar $k+(17-k)=17$ ga bo'linadi. Demak, har bir qo'shiluvchi 17 ga bo'lingani uchun berilgan yig'indi ham 17 ga bo'linishi kelib chiqadi. ■

14-masala (Sofi Jermen masalasi). Qanday natural n larda $n^4 + 4$ son tub bo'ladi?

□ Ravshanki, $n=1$ bo'lganda $n^4 + 4 = 5$ bo'lib, u tub sondir. Bundan tashqari, qisqa ko'paytirish formulalaridan foydalanib, $n^4 + 4 - n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2 - (n^2 + 2)^2 - (2n)^2 - (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$ $n \neq 1$ bo'lganda ikkala ko'paytivchi ham 1 dan katta. Haqiqatan ham, $n^2 - 2n + 2 = (n-1)^2 + 1 > 1$ va $n^2 + 2n + 2 = (n+1)^2 + 1 > 1$.

Demak, $n^4 + 4$ son faqat $n=1$ bo'lganda tub bo'ladi. ■



Ketma-ketliklar ta'rifi va berilish usullari

Turmushda biror qonuniyatga bo'yсинадиган сонлар ко'п учрайди. Masalan:

- Ko'chadagi uylar nomerlari (ko'chaning bir tomonida uylar nomerlari toq, boshqa tomonida esa – juft);

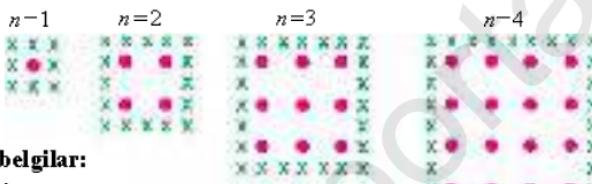
- Agar ko'p qavatlari uyning har bir qavatida 3 tadan xonadon bo'lsa, uyning barcha qavatlari o'rtada joylashgan xonadonlar nomerlari qanday o'zgaradi?

Yana bir misolni qarab chiqaylik.

1-masala. Fermer bog'ida kvadrat shaklidagi yer uchastkalariga rasmda ko'rsatilganidek, olma ko'chatlari, shu yer uchastkalari chegarasiga esa teraklar ekdi.

n – olma ko'chatlari o'tqazilgan kvadratdagi qatorlar soni bo'l-sin.

Rasmida n ning 1, 2, 3, 4 qiymatlari uchun olma va teraklarning joylashish sxemasi keltirilgan.



Shartli belgilar:

– terak;

– olma ko'chati.

Quyidagi jadvalni to'ldiring.

n	Olma ko'chatlari soni	Teraklar soni
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

b) n ning qanday qiymatida olma ko'chatlari soni teraklar soniga teng bo'ladi?

a) Rasmidan ko'rinish turibdiki, olma ko'chatlari soni quyida-gicha o'zgaradi: 1, 4, 9, 16,

Bu qator ketma-ket kelgan natural sonlar kvadratlaridan tashkil topgan. Demak, $n=5$ bo'lganda olma ko'chatlari soni $5^2=25$ ga teng. Teraklar soni esa quyidagicha o'zgaradi: 8, 16, 24, 32, Bu qatorning har bir elementi undan oldin turgan elementdan 8 ga katta ekanligi ko'rinish turibdi. Demak, $n=5$ bo'lganda teraklar soni $32+8=40$ ga teng.

Jadvalni to'ldiraylik:

<i>n</i>	Olma ko'chatlari soni	Teraklar soni
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

b) Jadvaldagı ustunlarga diqqat bilan qarasak, ikkinchı ustundagi har bir son birinchi ustundagi mos sonning (*ya’ni, n ning*) kvadratiga (*ya’ni, n² ga*) teng. Xuddi shunday, uchinchi ustundagi har bir son birinchi ustundagi mos sondan (*ya’ni, n dan*) 8 marta katta (*ya’ni, 8n ga teng*).

n ning olma ko'chatlari soni teraklar soniga teng bo'ladigan qiy-matini aniqlash uchun hosil bo'lgan ifodalarni tenglashtiramiz:

$$n^2 = 8n. \text{ Bundan } n^2 - 8n = 0, n(n-8) = 0.$$

$n \neq 0$ bo'lgani uchun bu tenglamadan $n=8$ qiymatni hosil qilamiz. Demak, n ning $n=8$ qiyatida olma ko'chatlari soni teraklan soniga teng bo'ladi. ■



Ketma-ket yozilgan n ta son (ular ichida o'zaro tenglari ham bo'lishi mumkin) **uzunligi n ga teng bo'lgan ketma-kettik** deviladi.

Bu ketma-ketlik $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ kabi belgilanadi.

k-o'rinda yozilgan a_k son ketma-ketlikning *k*-hadi deyiladi.

Misollar

Ketma-ketliklarni davom ettiring:

- 1) 6, 4, 10, 8, 14, ... 2) 3, 6, 12, 24, 48, ...
 3) 0, 3, 8, 15, 24, ... 4) 5, 8, 11, 15, 19 ...

Qo'shni hadlar nechtaga farqlanishini qaraylik:

- $$1) \underbrace{6, 4,}_{-2} \underbrace{10, 8,}_{+6} \underbrace{14, \dots}_{-2}$$

Demak, ketma-ketlikni quyidagicha davom ettirsak bo'ldi:

- $$\underbrace{6, 4, \underbrace{10, 8, \underbrace{14, 12, \underbrace{18, \dots}}_{+6}}_{-2}, \underbrace{-2, \dots}_{+6}}$$

- $$2) \ 3, \ 6, \ 12, \ 24, \ 48, \ 96, \ 192, \ \dots$$

Har bir keyingi hadni oldingi hadni 2 ga ko'paytirib topsa bo'jadi.

3) 0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, ...

3, 5, 7, 9, 11, 13 toq sonlar qo'shiladi.

4) $\underbrace{5}_{+3}, \underbrace{8}_{+3}, \underbrace{11}_{+4}, \underbrace{15}_{+4}, \underbrace{19}_{+3}, 24, 29, \dots$

+3 +3 +4 +4 +3

Matematikada cheksiz ketma-ketliklar ham qaraladi.

Masalan,

1, 2, 3, 4, 5, ... – natural sonlar ketma-ketligi;

2, 4, 6, 8, 10, ... – juft sonlar ketma-ketligi;

1, 3, 5, 7, 9, ... – toq sonlar ketma-ketligi;

1, 4, 9, 16, 25, ... – natural sonlarning kvadratlari bo'lgan sonlar ketma-ketligi;

2, 3, 5, 7, 11, ... – tub sonlar ketma-ketligi;

1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ – natural sonlarga teskari bo'lgan kasrlar ketma-ketligi.

Juft sonlarni yozishni boshlaylik: 2, 4, 6, 8, 10, ...

Juft sonlar cheksiz ko'p bo'lgani uchun, biz bu jarayonni hech qachon tugata olmaymiz. Ammo har qanday juft son qachondir al-batta yoziladi.

Masalan, 2000 000 soni 1 000 000-o'rinda bo'ladi va shuning uchun $a_{1\ 000\ 000} = 2\ 000\ 000$.

Odatda, n -o'rinda yozilgan a_n had ketma-ketlikning umumiy hadi deyiladi.

Ko'rinib turibdiki, yuqorida qaralgan juft sonlar 2, 4, 6, 8, 10, ... ketma-ketligining umumiy hadi $a_n = 2n$ ifoda yordamida aniqlanadi.

Bu formulaga ketma-ket $n=1, 2, 3, \dots$ qiymatlarni qo'yib, juft sonlar 2, 4, 6, 8, 10, ... ketma-ketligining mos hadlarini topsak bo'ladi.

1-masala. Ketma-ketlikning birinchi hadi 934 ga teng. Har bir had o'zidan oldingi haddagi raqamlar yig'indisi bilan 13 sonining ko'paytmasiga teng. 2019- hadni toping.

□ Bir nechta hadni hisoblaylik: $a_2 = 16 \cdot 13 = 208$, $a_3 = 10 \cdot 13 = 130$, $a_4 = 4 \cdot 13 = 52$, $a_5 = 7 \cdot 13 = 91$, $a_6 = 10 \cdot 13 = 130 = a_3$. Qolgan hadlar davriy takrorlanadi. 2019 sonni 3 ga karallli bo'lgani bois, $a_{2019} = a_3 = 130$. ■

2-masala. Ketma-ketlikning umumiy hadini toping:

- a) 1, -1, 1, -1, 1, -1, ...; b) -1, 1, -1, 1, -1, 1, ...;
d) 1, 5, 9, ...; e) 2, 6, 12, 20, 30,

$$\square \text{ a) } a_n = (-1)^{n+1}.$$

b) $b_n = (-1)^n$.

d) Ketma-ketlikning hadlari 4 taga ortib boryatganini inobatga olsak, umumiy hadning formulasi $x_n = 1 + 4(n-1)$ yoki $x_n = 4n - 3$ ko'rinishiga ega. Bu formula bo'yicha dastlabki 5 ta hadini yozaylik:
1, 5, 9, 13, 17.

Javob: 42. Ko 'rsatma: n -hadga $2n+2$ son qo'shilmoqda. ■

3-masala. Umumiy hadi $x_n = 10 + 2n$ formula bilan berilgan ketma-ketlik uchun:

- a) x_1, x_{10}, x_{100} hadlarni toping;
 b) x_n ($n \geq 2$) had uchun oldingi va keyingi had qanday ko'rinishda bo'ladi?
 d) $(n+2)$ -hadni toping.
 Umumiy had uchun formulaga ko'ra
 a) $x_1 = 10 + 2 \cdot 1 = 12, x_{10} = 10 + 2 \cdot 10 = 30, x_{100} = 10 + 2 \cdot 100 = 210;$
 b) $x_{n+1} = 10 + 2(n+1) = 12 + 2n, x_{n-1} = 10 + 2(n-1) = 8 + 2n;$
 d) $x_{n+2} = 10 + 2(n+2) = 14 + 2n.$ ■

4-masala. a) $a_n = 3n + 2$; b) $a_n = (-1)^n \cdot n$ bo'lsa, dastlabki 6 ta hadinig yig'indisini toping.

Umumiy had uchun formuladan foydalaniib, dastlabki 6 ta hadni topamiz, so'ng ularni qo'shib chiqamiz:

- $$\begin{aligned} \text{a) } & a_1=5, a_2=8, a_3=11, a_4=14, a_5=17, a_6=20; 5+8+11+14+ \\ & +17+20=75; \\ \text{b) } & a_1=-1, a_2=2, a_3=-3, a_4=4, a_5=-5, a_6=6; -1+2-3+4-5+ \\ & +6=3. \blacksquare \end{aligned}$$

Agar a_{n+1} had oldingi hadlar orqali (masalan, a_n had orqali) ifodalansa, bu ketma-ketlik **rekurrent usulda** berilgan deyiladi.

Bunda dastlabki bir nechta had ham berilgan bo'lishi kerak.

5-masala. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 3$ rekurrent usulda berilgan ketma-ketlikning dastlabki 5 ta hadini toping.

$$\begin{aligned} \square \quad & a_{n+1}=a_n+3 \text{ formulaga } n \text{ o'rniغا } 1, 2, 3, 4 \text{ sonlarni qo'yaylik:} \\ & a_2=a_1+3=2+3=5; \\ & a_3=a_2+3=5+3=8; \\ & a_4=a_3+3=8+3=11; \\ & a_5=a_4+3=11+3=14. \end{aligned}$$

Natijada dastlabki 5 ta had hosil bo'ladi: 2, 5, 8, 11, 14. ■

6-masala. $a_1=3$, $a_{n+1}=a_n+2$ rekurrent usulda berilgan ketma-ketlikning umumiy hadini va dastlabki 5 ta hadini toping.

□ $a_{n+1}=a_n+2$ formulaga n o‘rniga 1, 2, 3, 4 sonlarni qo‘yaylik:

$$a_2=a_1+2=3+2=5;$$

$$a_3=a_2+2=5+2=7;$$

$$a_4=a_3+2=7+2=9;$$

$$a_5=a_4+2=9+2=11.$$

Ketma-ketlikning hadlari 2 taga ortib borayotgani uchun uning n-hadi

$$x_n=3+2(n-1) \text{ yoki } x_n=2n+1 \text{ ko‘rinishda bo‘ladi.} \blacksquare$$

7-masala. n-hadi berilgan ketma-ketlikni rekurrent usulda ifodalang:

a) $a_n=5n$; b) $b_n=27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

□ a) $a_n=5n$ formulaga n o‘rniga 1, 2, 3, 4, ..., sonlarni qo‘yib, ketma-ketlikning hadlarini yozamiz: 5, 10, 15, 20, Ketma-ketlikning hadlari 5 taga ortib borayotgani uchun uni quyidagi ko‘rinishda ifodalashimiz mumkin: $a_1=5$, $a_{n+1}=a_n+5$.

b) $b_n=27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ formulada n o‘rniga 1, 2, 3, 4, ... sonlarni qo‘yib, ketma-ketlikning hadlarini yozamiz: 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, ... Ketma-ketlikning har bir keyingi hadi oldingisini $\frac{1}{3}$ ga ko‘paytirish bilan hosil qilinganligi uchun uni quyidagi ko‘rinishda ifodalashimiz mumkin:

$$b_1=9, b_{n+1}=\frac{1}{3}b_n. \blacksquare$$

8-masala. $2^{3^n}+1$ sonning 3 ga bo‘linishini isbotlang.

□ $x_n=2^{3^n}+1$ deylik. $2^{3^n-1}=\left(2^{3^n}\right)^3$ dan $x_{n+1}-1=(x_n-1)^3$ kelib chiqadi. Bundan quyidagi rekurrent munosabatga ega bo‘lamiz:

$$x_{n+1}=x_n^3-3x_n^2+3x_n=x_n(x_n^2-3x_n+3).$$

$x_1=9$ ekani ravshan. Har bir keyingi had oldingi hadga bo‘linganli uchun ixtiyoriy had 3 ga bo‘linadi. ■

9-masala. Samandar 12 ta zinadan iborat bo'lgan zinapoya bo'yicha yuqoriga chiqmoqda. Birinchi zinaga chiqqach, u yuqoriga yo keyingi zinaga chiqadi, yo sakrab o'tib undan keyingi zinaga o'tadi. U zinapoya bo'yicha yuqoriga nechta usulda sakray oladi?

□ n ta zinali zinapoyadan chiqish usullari sonini u_n deb belgilaymiz. Birinchi va ikkinchi zinaga chiqishni yagona usul bilan amalga oshirsa bo'ladi, ya'ni $u_1=1$, $u_2=1$. Samandar $n+2$ ta zinali zinapoyadan chiqmoqchi deb faraz qilamiz. Agar u birinchi chiqishda birinchi zinadan uchinchi zinaga o'tsa, u holda unga n ta zinali zinapoyadan chiqish qoladi. Bunday zinapoyadan chiqish usullari soni u_n ga teng.

Agar u birinchi zinadan ikkinchi zinaga sakrasa, u holda unga $n+1$ ta zinali zinapoyadan chiqish qoladi. Bunday zinapoyadan chiqish usullari soni u_{n+1} ga teng.

Demak, $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ rekurrent munosabat o'rini.

Undan foydalanib, u_n qiymatlarini ketma-ket topamiz:

$u_3=2$, $u_4=3$, $u_5=5$, $u_6=8$, $u_7=13$, $u_8=21$, $u_9=34$, $u_{10}=55$,
 $u_{11}=89$, $u_{12}=144$.



Javob: 144. ■

$u_1=u_2=1$, $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ tengliklar bilan aniqlangan ketma-ketlik Fibonachchi ketma-ketligi deyiladi.

10-masala. Barcha natural n lar uchun Fibonachchi ketma-ketligi

$$u_1+u_2+\dots+u_n=u_{n+2}-1 \quad (1)$$

xossaga ega ekanligini isbotlang.

□ $u_{n+2}=u_n+u_{n+1}$ tengliklarda ketma-ket $n=1, 2, \dots$ deylik. U holda

$$u_3=u_2+u_1,$$

$$u_4=u_3+u_2,$$

$$u_5=u_4+u_3,$$

.....

$$u_{n+1}=u_n+u_{n-1},$$

$$u_{n+2}=u_{n+1}+u_n.$$

Bu n ta tengliklarni qo'shib, hosil bo'lgan tenglikning ikkala tomonidan bir xil qo'shiluvchilarni (ular boshqa rang bilan ajratilgan) o'chirib tashlaylik. Natijada

$$u_{n+2} = u_2 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n \quad (2)$$

tenglikni hosil qilamiz. (2) da bitta u_2 ni 1 ga almashtiramiz va ikkala tomonidan 1 ni ayiramiz:

$$u_{n+2} - 1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n. \blacksquare$$

Mashqlar

Tushirib qoldirilgan hadni toping. Javobingizni tushuntiring (1–5):

1. 18, 10, 6, 4, ?.
2. 6, 10, 18, 34, ?.
3. 0, 3, 8, 15, ?.
4. 1, 8, 16, 25, ?.
5. 2, 8, 5, 6, 8, ?, 11.

6. Umumiy hadi

a) $a_n = 2n^2 - 1$; b) $a_n = \frac{(-3n)^n}{n^3}$; d) $a_n = n^2 \cdot 2^n$ formula bilan berilgan ketma-ketlikning dastlabki 6 ta hadini toping.

7. $a_n = n^2 + 1$ bo'lsin. a_5 ; a_{n+4} ; a_{2n-1} ; a_n^3 larni toping.
8. Umumiy hadi $a_n = n^3 + 3n + 1$ bo'lgan ketma-ketlikning barcha hadlari tub bo'ladimi? $a_n = n^2 + n + 41$ ketma-ketlikning-chi?
9. a) 1, 4, 9, 16, 25, ...;
b) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...;
d) 1, 4, 8, 16, 32, 64, ...;
e) 1, 7, 31, 127, 511, ...;
f) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \frac{5}{14}, \frac{6}{17}, \frac{7}{20}, \frac{8}{23}, \dots$
ketma-ketliklarning umumiy hadini toping.

10. n -hadi berilgan ketma-ketlikni rekurrent usulda ifodalang:

a) $a_n = 3n$; b) $b_n = 25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$.

11. (1–5) misollarda umumiy had uchun formulani chiqaring.

12. Ketma-ketlikning keyingi hadini toping:

- 1) 6, 9, 12, 15, 18, 21, ..;
- 2) 9, 1, 7, 1, 5, 1, ..;
- 3) 2, 3, 5, 6, 8, 9, ..;
- 4) 10, 12, 9, 11, 8, 10, ..;
- 5) 1, 3, 6, 8, 16, 18, ..;
- 6) 3, 4, 6, 9, 13, 18, ..;
- 7) 15, 13, 16, 12, 17, 11, ..;
- 8) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ..;
- 9) 1, 2, 5, 10, 17, 26, ..;
- 10) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ..;
- 11) 1, 2, 6, 16, 31, 56, ..;
- 12) 31, 24, 18, 13, 9, 6, ..;
- 13) 174, 171, 57, 54, 18, 15, ..;
- 14) 54, 19, 18, 14, 6, 9, ..;
- 15) 301, 294, 49, 44, 11, 8, ..

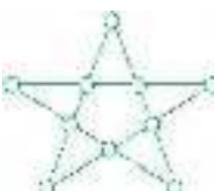
Amaliy-tatbiqiy masalalar

26. 1) Matematikadan shahar olimpiadasida Hasan va Husan qatnashishdi. „Sizlarning akangiz ham bormi va u necha yoshda“ degan savolga ular: „Ha, bitta akamiz bor, uning yoshi ikkita bir xil raqam bilan yoziladigan ikki xonali son, uchalamizning yoshlарimiz yig‘indisi esa 2-raqami 1-raqamidan 2 marta katta bo‘lgan ikki xonali son“, – deb javob berishdi. Hasan, Husan va akasining yoshi nechada ekan?

2) Maktabimizning 7-sinflarini 102 nafar o‘quvchi bitirdi. Ularning 25 nafari matematikadan, 28 nafari tarixdan, 30 nafari geografiyadan 5 baho olgan. Tarixdan 5 olganlarning 8 nafari geografiyadan, 7 nafari matematikadan ham 5 olgan. Geografiyadan 5 olganlarning 6 nafari matematikadan ham 5 olgan. 3 nafar o‘quvchi matematika, tarix, geografiya fanlaridan 5 olgan. Bu o‘quv fanlarining birortasidan ham 5 olmagan o‘quvchilar necha nafarni tashkil etadi?

Ko‘rsatma: Masalada aytilgan 3 ta o‘quv fanidan hech bo‘lma ganda 1 ta 5 olgan o‘quvchilar soni 16
 $+19+15+4+5+3+3=65$ nafar, demak,
izlanayotgan son $102-65=37$. ■

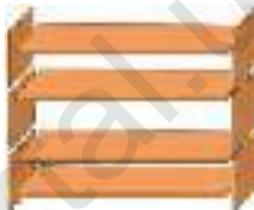
27. 10 ta tanga bor: 2 ta 2 tiyinlik, 2 ta 3 tiyinlik, 2 ta 5 tiyinlik, 2 ta 10 tiyinlik, 1 ta 15 tiyinlik, 1 ta 20 tiyinlik. Ularni



yulduzdagи doirachalarga shunday joylashtiringki, uning har bir tomonidagi tanga qiyatlari yig'indisi o'zaro teng bo'lsin.

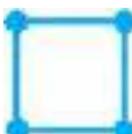
28. Do'konga 1 tonna meva keltirildi: olma, nok, olxo'ri, olcha. Har bir qutiga: 48 kg olma, 20 kg nok, 14 kg olxo'ri, 10 kg olcha joylandi. Olma solingan qutilar soni nokli qutilardan 2 baravar ko'p, olxo'ri solingan qutilar soni olchali qutilar soniga teng. Do'konga har bir xil mevadan qanchadan keltirilgan?

1. Kitob javonini yasash uchun ustaga quyidagilar zarur: 4 ta uzun taxta paneli, 6 ta kalta taxta paneli, 12 ta kichik mix, 2 ta uzun mix va 14 ta shurup.

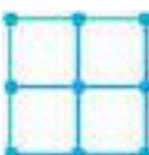


Ustada 25 ta uzun taxta paneli, 33 ta kalta taxta paneli, 200 ta kichik mix, 20 ta uzun mix va 510 ta shurup bor. Usta eng ko'pi bilan nechta javon yasay oladi?

2. Rasmda ko'rsatilgandek, o'lchami 1×1 bo'lgan kvadratni yasash uchun 4 ta tayoqcha kerak:



O'lchami 2×2 bo'lgan kvadratni yasash uchun o'lchami 1×1 bo'lgan kvadratga qo'shimcha yana 8 ta tayoqcha, ya'ni jami 12 ta tayoqcha kerak bo'ladi:



O'lchami 4×4 bo'lgan kvadratni yasash uchun o'lchami 3×3 bo'lgan kvadratga qo'shimcha yana nechta tayoqcha kerak bo'ladi?

3. Firmada 50 ta kompyuter o'rnatilmoqda, bunda ayrimlarining juftliklari bitta sim bilan ulanmoqda. Har bir kompyuterdan 8 ta sim chiqishi lozim bo'lsa, jami bo'lib nechta sim kerak?

Javob: 200.

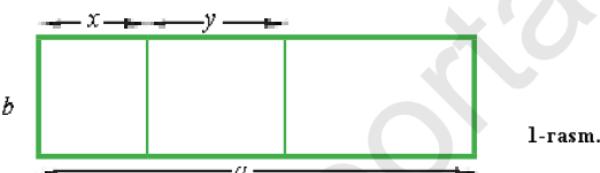
V BOB.

ALGEBRAIK KASRLAR

1-§. Algebraik kasr. Kasrlarni qisqartirish

Algebraik kasr tushunchasiga olib keladigan ikkita masala ko'ramiz.

1-masala. Tomonlari a va b bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi taxtadan eni x va y bo'lgan ikkita taxtacha arralab olindi (1-rasm).



Berilgan taxtaning yuzi bu taxtachalar yuzlari yig'indisidan necha marta katta?

□ Berilgan taxtaning yuzi $a \cdot b$ ga, arralab olingan taxtachalar yuzlari bx va by ga, ular yig'indisi $(bx+by)$ ga teng. U holda berilgan taxtaning yuzi arralab olingan taxtachalar yuzlari yig'indisidan necha marta kattaligini topish uchun $a \cdot b$ ni $(bx+by)$ ga bo'lish kerak, ya'ni masalaning javobi $\frac{a \cdot b}{bx+by}$ kasr bo'ladi. ■

Shu bilan birga, arralab olingan taxtachalar yuzi $a \cdot b$ yuzning qancha qismini tashkil etishini bilish uchun esa $\frac{bx+by}{a \cdot b}$ kasrni hisoblash kerak. Bu kasrlar algebraik kasrlarga misol bo'la oladi.

2-masala. Velosipedchining shamol bo'lmagandagi tezligi a km/h ga, shamolning tezligi b km/h ga teng. Velosipedchining shamol yo'nalishi bo'yicha tezligi uning shamol yo'nalishiga qarshi harakat tezligidan necha marta ortiq?

□ Velosipedchining shamol yo'nalishi bo'yicha tezligi $(a+b)$ km/h ga, shamol yo'nalishiga qarshi tezligi $(a-b)$ km/h ga teng. Shunga ko'ra, velosipedchining shamol yo'nalishi bo'yicha harakat tezligi shamol yo'nalishiga qarshi tezligidan $a > b$ bo'lganda $\frac{a+b}{a-b}$ marta ortiq bo'ladi. ■

$\frac{a+b}{a-b}$ ifoda algebraik kasr deyiladi, unda $a+b$ kasrning surati, $a-b$ esa uning maxraji.

Agar kasrning surat va maxraji algebraik ifodalar bo'lsa, u *algebraik kasr* deyiladi.

Misollar:

$$\frac{x}{y}; \quad \frac{x+y}{3}; \quad \frac{m \cdot n}{p}; \quad \frac{a(x-y)}{b(a-x)}; \quad \frac{a^2 - a + 1}{a+1}.$$

Agar kasrning surat va maxraji o'zgarmas son bo'lsa, u, baribir, *algebraik kasr* deyilaveradi. Surat va maxrajlar o'zgarmas bo'lganda oddiy kasrga ega bo'lamiz.

Agar algebraik kasrga kirgan harflar o'rniga sonlar qo'yilsa, zarur hisoblashlar bajarilgandan keyin biror son hosil bo'ladi. Shu son *algebraik kasrning son qiymati* deyiladi.

Masalan: 1) $x=7$, $y=5$ bo'lganda $\frac{x+y}{x-y}$ algebraik kasrning son qiymati $\frac{7+5}{7-5} - \frac{12}{2} - 6$ ga teng bo'ladi;

2) $a=3,5$, $b=0,5$ bo'lganda $\frac{a+b}{(a-b)^2}$ algebraik kasrning son qiymatini topaylik: $\frac{3,5+0,5}{(3,5-0,5)^2} - \frac{4}{3^2} - \frac{4}{9}$.

$\frac{a+b}{a-b}$ algebraik kasrda a va b o'rniga $a \neq b$ bo'lgan istalgan sonni qo'yish mumkin. Aks holda $a-b=0$ bo'ladi, nolga esa bo'lish mumkin emas. Shuning uchun, har bir berilgan ko'phadga kiruvchi harflar kasrning maxraji nolga aylanmaydigan qiymatlarni – joiz qiymatlarni qabul qildi, deb kelishib olamiz.

Algebraik kasrning ham oddiy kasrning asosiy xossasiga o'xshash xossasi bor.

Algebraik kasrning asosiy xossasi $\frac{a}{b} = \frac{na}{nb}$ kabi yoziladi, bu yerda $b \neq 0$, $n \neq 0$.

Bu xossa kasrning surat va maxraji bir xil algebraik ifodaga ko'paytirilsa yoki bo'linsa, berilgan kasrga teng kasr hosil bo'lishini bildiradi.

$$\text{Masalan: } \frac{a+b^2}{b} - \frac{(a+b^2)c}{bc}; \quad \frac{ab-2}{a} - \frac{(ab-2)c}{ac}.$$

Kasning asosiy xossasi kasning surati va maxraji bir xil umumiy ko‘paytuvchiga ega bo‘lsa, surat va maxrajni shu umumiy ko‘paytuvchiga bo‘lish mumkinligini anglatadi.

Masalan:

$$1) \frac{a(2b+c)}{a(2b-c)} = \frac{2b+c}{2b-c};$$

$$2) \frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{(a-b)(a+b)}{a-b} = a+b;$$

$$3) \frac{4a+4b}{a+b} = \frac{4(a+b)}{a+b} = 4.$$

Ikkinci va uchinchi misollardan kasrni qisqartirish uchun avval kasning surati va maxrajining umumiy ko‘paytuvchisini ajratish kerakligi kelib chiqadi.

3-masala. Kasrni qisqartiring: 1) $\frac{24a^2b}{8ab^2}$; 2) $\frac{m^3-n^3}{m^2-mn}$.

□ 1) $24a^2b$ va $8ab^2$ ifodalar $8ab$ umumiy ko‘paytuvchiga ega.

Kasrning surat va maxrajini $8ab$ ga bo‘lamiz: $\frac{24a^2b}{8ab^2} = \frac{2ab \cdot 3a}{8ab \cdot b} = \frac{3a}{b}$.

2) m^3-n^3 va m^2-mn ko‘phadlar $m-n$ umumiy ko‘paytuvchiga ega, chunki

$$m^3-n^3 = (m-n)(m^2+mn+n^2), \quad m^2-mn = n(m-n).$$

Kasrning surat va maxrajini $m-n$ ga bo‘lamiz:

$$\frac{m^3-n^3}{m^2-mn} = \frac{(m-n)(m^2+mn+n^2)}{m(m-n)} = \frac{m^2+mn+n^2}{m}. \blacksquare$$



Shunday qilib, kasrlarni qisqartirish uchun kasrlarning surat va maxrajini ularning umumiy ko‘paytuvchisiga bo‘lish kerak.

Agar $\frac{a}{b}$ kasrning surati yoki maxrajidagi ishora qarama-qarshisiga o‘zgartirilsa, u holda berilgan kasrga ishorasi qarama-qarshi bo‘lgan kasr hosil bo‘ladi: $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$; $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$.

Misollar: $\frac{-3}{8} = -\frac{3}{8}$; $\frac{-a}{a-1} = -\frac{a}{a-1} - \frac{a}{1-a}$; $\frac{-(ax+b)}{x^2+4} = -\frac{ax+b}{x^2-4}$.

4-masala. $\frac{5m(x-y)}{m^2(y-x)}$ kasrni qisqartiring:

$$\square \quad \frac{5m(x-y)}{m^2(y-x)} = \frac{5m(x-y)}{-m^2(x-y)} = \frac{5m}{-m^2} = -\frac{5}{m}. \blacksquare$$

1. Savollarga javob bering:

- ?) 1) Algebraik kasr deb nimaga aytildi?
2) Algebraik kasrning qiymati deyilganda nimani tushuniladi?
3) Algebraik kasrni qisqartirish uchun nima qilish kerak?
2. Surati x va y sonlarining yig'indisiga, maxraji shu sonlarning ko'paytmasiga teng algebraik kasrni yozing.
3. Surati x va y sonlarining ayirmasiga, maxraji shu sonlarning yig'indisiga teng algebraik kasrni yozing.
4. Surati a va b sonlar kvadratlari yig'indisiga, maxraji shu sonlar ayirmasiga teng algebraik kasrni yozing.
5. Surati a va b sonlar kublarining ayirmasiga, maxraji shu sonlar kvadratlari yig'indisiga teng algebraik kasrni yozing.
6. Surati a va b sonlar yig'indisining kvadratiga, maxraji shu sonlar ayirmasining kvadratiga teng algebraik kasrni yozing.

7. Algebraik kasrning son qiymatini toping:

- 1) $\frac{1}{a-b}$, bunda $a=1\frac{2}{3}$, $b=3\frac{1}{3}$; 2) $\frac{b-a}{2a+b}$, bunda $a=1\frac{1}{3}$, $b=4\frac{2}{3}$;
3) $\frac{a+b}{a-b}$, bunda $a=2,5$, $b=1,5$; 4) $\frac{a^2+3b}{a^2-b}$, bunda $a=1,5$, $b=0,25$.

8. Agar:

$$1) \frac{x}{y}=4 \text{ bo'lsa}, \frac{x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}; \quad 2) \frac{y}{x}=3 \text{ bo'lsa}, \frac{3y^2-2xy+x^2}{x^2+xy+y^2};$$

$$3) \frac{x}{y}=2 \text{ bo'lsa}, \frac{4y^2-3xy-x^2}{x^2-xy+y^2}; \quad 4) \frac{x+y}{x-y}=\frac{5}{2} \text{ bo'lsa}, \frac{x^2-y^2}{xy}$$

ifodaning son qiymatini toping.

9. Agar $\frac{a+4b}{5a-7b}=2$ bo'lsa,

$$1) \frac{4a-5b}{3a+b}; \quad 2) \frac{3a^2-2ab+b^2}{5a^2+2b^2}; \quad 3) \frac{a^3-3ab^2}{4a^2b-3b^2}; \quad 4) \frac{a^2-ab-b^2}{a^2-b^2}$$

ifodaning son qiymatini toping.

Kasmi qisqartiring (10–26):

$$10. \quad 1) \frac{-16}{48}; \quad 2) \frac{-64}{-128}; \quad 3) \frac{-169}{26}; \quad 4) \frac{144}{-12}.$$

$$11. \quad 1) \frac{14a}{22}; \quad 2) \frac{3m}{8m}; \quad 3) \frac{18n}{72n}; \quad 4) \frac{5ab}{15ac}.$$

$$12. \quad 1) \frac{6a}{4ab}; \quad 2) \frac{15c}{48b}; \quad 3) \frac{4a^2b}{16a^3}; \quad 4) \frac{12a^4b^2}{18a^2b^2}.$$

$$13. \quad 1) \frac{2(m-n)}{3(m-n)}; \quad 2) \frac{3(m+n)}{27(m+n)(m-n)}; \quad 3) \frac{4(a-b)}{3(b-a)}; \quad 4) \frac{6(x-y)}{18(y-x)}.$$

$$14. \quad 1) \frac{a+b}{(a+b)^2}; \quad 2) \frac{(m-n)}{(m-n)^2}; \quad 3) \frac{2mn(1+x)^2}{4m^2(1-x)}; \quad 4) \frac{3n(1-x)^2}{8n^2(x-1)^2}.$$

$$15. \quad 1) \frac{m+n}{(m-n)^3}; \quad 2) \frac{(3x-2y)^2}{(2y-3x)}; \quad 3) \frac{10m^2n(m-n)}{5m^2n(n-m)^2}; \quad 4) \frac{9mn^2(m+n)}{12m^2n^3(m+n)^2}.$$

$$16. \quad 1) \frac{4x-4y}{8c}; \quad 2) \frac{3a+3b}{6a-6b}; \quad 3) \frac{ac-bc}{ac-bc}; \quad 4) \frac{m+mn}{m-mn}.$$

$$17. \quad 1) \frac{m^2}{m^2-mn}; \quad 2) \frac{pq^2}{p^2q+pq^2}; \quad 3) \frac{4a+6b}{2a+3b}; \quad 4) \frac{3a-6b}{12b-6a}.$$

$$18. \quad 1) \frac{a}{a^2+ab}; \quad 2) \frac{p^2q}{p^2q-pq^2}; \quad 3) \frac{2m^2-mn}{n^2-2mn}; \quad 4) \frac{2xy-x^2}{2y^2-xy}.$$

$$19. \quad 1) \frac{8x^2-20xy}{20x^2-8xy}; \quad 2) \frac{2a^2-ab}{b^2-2ab}; \quad 3) \frac{a-2b}{12b-6a}; \quad 4) \frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}.$$

$$20. \quad 1) \frac{12x^2+30xy}{30x^2+12xy}; \quad 2) \frac{36a^2-24ab}{24a^2-36ab}; \quad 3) \frac{m^3+3m^2n}{3m^2n-3m^3}; \quad 4) \frac{a-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}.$$

21. 1) $\frac{a^2 - b^2}{a+b}$; 2) $\frac{a+b}{a^2 - b^2}$; 3) $\frac{4x^2 - 9y^2}{2x-3y}$; 4) $\frac{16-x^2}{4+x}$.

22. 1) $\frac{2a(a-b)}{6a^2(b-a)}$; 2) $\frac{4a(b-5)}{16a^2(3+b)}$; 3) $\frac{3a(b^2-4)}{6a^2(b+4)}$; 4) $\frac{7b^2(4+b)}{14b(b-3)}$.

23. 1) $\frac{5-2c}{4c^2-25}$; 2) $\frac{d^2-9}{d+3}$; 3) $\frac{16-y^2}{2y-8}$; 4) $\frac{b^2-c^2}{b^4-n^4n}$.

24. 1) $\frac{d^2+6d-9}{d-3}$; 2) $\frac{b-6}{b^2-12b+36}$; 3) $\frac{a^2-4a+4}{a-2}$; 4) $\frac{2p+1}{4p^2+4p+1}$.

25. 1) $\frac{4y^2+4y+1}{2y+1}$; 2) $\frac{4a^2-1}{4a^2+4a+1}$; 3) $\frac{3a^2+6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$; 4) $\frac{50m^2-100mn-50n^2}{12m^2-12n^2}$.

26. 1) $\frac{a^2-1}{(a-1)^2}$; 2) $\frac{(m+n)^2}{m+n}$; 3) $\frac{1-4y+4y^2}{3-6y}$; 4) $\frac{9-2x}{4x^2-36x+81}$.

27. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{4c^2-9}{9-12c+4c^2}$; 2) $\frac{9x^2-24xy+16y^2}{16y^2-9x^2}$; 3) $\frac{16y^2-8xy-x^2}{4y-x}$.

28. Agar:

- 1) $2a-b=5$ bo'lsa, $8a^3-b^3-30ab$ ifoda;
- 2) $a+2b=4$ bo'lsa, a^3+8b^3+24ab ifoda nimaga teng?

29. a va b ning shunday qiymatlarini topingki, x ning barcha joiz

qiymatlari uchun: 1) $\frac{ax^2-3x-b}{x-1} = 2x-1$; 2) $\frac{ax^2+x+b}{2-x} = 2x+3$ tenglik o'rini bo'lsin.

30. To'g'ri to'rtburchak va kvadrat berilgan. To'g'ri to'rtburchak asosi kvadratning tomoni uzunligidan a cm ortiq, balandligi esa kvadrat tomonidan b cm qisqa ($a>b$). Shu to'g'ri to'rtburchak va kvadratning yuzlari teng bo'lsa, kvadratning tomoni uzunligini toping.

31. Bir qotishma tarkibida 60%, ikkinchisida esa 40% kumush bor. Ikkala qotishmani eritib, tarkibida 45% kumush bo'lgan 2 kg massali qotishma olindi. Birinchi va ikkinchi qotishmalarning massasini toping.

32. Birinchi kvadratning tomoni ikkinchi kvadrat tomonidan 3 cm uzun, birinchi kvadrat yuzi ikkinchisindan 21 cm^2 ortiq. Birinchi kvadrat perimetringi ikkinchi kvadrat perimetriga nisbatini toping.

Kasrni qisqartiring (33–35):

$$33. 1) \frac{25b - 49b^3}{49b^3 - 70b^2 - 25b}; \quad 2) \frac{49a^2 - a^4}{a^4 - 14a^3 + 49a^2}; \quad 3) \frac{27a^3 + b^3}{3ab^2 + b^3}; \quad 4) \frac{2ab - b}{8a^3 - 1}.$$

$$34. 1) \frac{x^5 - x^4y - xy^4 + y^5}{x^4 - x^3y - x^2y^2 - xy^3}; \quad 3) \frac{a^2 - (x-y)a - xy}{a^3 + a^2y + ax + xy}; \\ 2) \frac{3a^5 - 8a^2}{(2a^2 + 6a + 18)(a^4 - 3a^3)}; \quad 4) \frac{9a^2 + 6a + 2}{(3a + 1)^4 - 1}.$$

$$35. 1) \frac{x^2 - 4a^2}{x^2 + 4ax + 4a^2}; \quad 3) \frac{(5a - 4)^2 + 2(5a - 4)(a - 3a) + (3a - 4)^2}{(2a - 5)^2 - 2(2a + 5)(5 - 3a) + (3a - 5)^2}; \\ 2) \frac{x^4 - x^2 - 12}{x^3 + x^2 - 4x - 4}; \quad 4) \frac{a^{23} + 1}{a^{11} - a^{22} + a^{33}}.$$

36. a va b ning shunday qiymatlarini topingki, x ning barcha joiz qiymatlari uchun 1) $\frac{ax^2 - x + b}{x - 1} = 2x + 1$; 2) $\frac{ax^2 + 4x - 2b}{3 - x} = 2(x + 1)$ tenglik o'rinni bo'lsin.

37. Hisoblang:

$$\begin{aligned} 1) & \left(2010 \frac{1997}{1999} \right)^2 - 2011 \frac{1997}{1999} \cdot 2009 \frac{1997}{1999}; \\ 2) & \left(2008 \frac{2007}{2008} \right)^2 - 2007 \frac{2007}{2008} \cdot 2009 \frac{2007}{2008}; \\ 3) & (2^2 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) - \frac{1}{3} \cdot 2^{128}; \\ 4) & (3^2 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1)(3^{16} + 1)(3^{32} + 1) - \frac{1}{8} \cdot 3^{64}. \end{aligned}$$

□ 2) va 4) misollarni hisoblab ko'ssatamiz:

$$\begin{aligned} 2) & \left(2008 \frac{2007}{2008} \right)^2 - 2007 \frac{2007}{2008} \cdot 2009 \frac{2007}{2008} = \\ & = \left(2007 \frac{2007}{2008} + 1 \right)^2 - 2007 \frac{2007}{2008} \cdot 2009 \frac{2007}{2008} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(2007 \frac{2007}{2008}\right)^2 + 2 \cdot 2007 \frac{2007}{2008} + 1 - 2007 \frac{2007}{2008} \cdot 2009 \frac{2007}{2008} = \\
 &- 2007 \frac{2007}{2008} \cdot 2007 \frac{2007}{2008} - 2009 \frac{2007}{2008} - 2 \cdot 2007 \frac{2007}{2008} - 1 - \\
 &= (-2) \cdot 2007 \frac{2007}{2008} + 2 \cdot 2007 \frac{2007}{2008} + 1 = 1. \quad \text{Javob: } 1. \blacksquare
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \square \quad 4) \quad &(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1) - \frac{1}{8} \cdot 3^{64} = \\
 &= \frac{(3^2-1)}{3^2-1} \cdot (3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1) - \frac{1}{8} \cdot 3^{64} = \\
 &= \frac{1}{8} \cdot (3^{64}-1) - \frac{1}{8} \cdot 3^{64} = -\frac{1}{8}. \quad \text{Javob: } -\frac{1}{8} \blacksquare
 \end{aligned}$$

38. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{x^{16}-x^8+1}{x^{24}-1}; \quad 2) \frac{x^3-1}{x^4-x^2+1}; \quad 3) \frac{m^4-16}{m^4-4m^3+8m^2-16m+16}.$$

39. Hisoblang:

$$\frac{1}{13} - \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} - \dots + \frac{1}{97 \cdot 99}.$$

40. Hisoblang:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{19^2}\right).$$

Sonli ifodaning qiymatini hisoblang (41–43):

$$41. \frac{(7-6,35) \cdot 6,5-9,9}{\sqrt{1,2 \cdot 36+1,2 \cdot 0,25-1 \frac{5}{16}}} \cdot \frac{169}{24}.$$

$$42. \left(\frac{(2,7-0,8) \cdot 2 \frac{1}{3}}{(5,2-1,4) \cdot \frac{3}{70}} - 0,125 \right) : 2 \frac{1}{2} - 0,43.$$

$$43. \frac{\frac{5}{11} \cdot 0,0006 \cdot 2 \frac{1}{5} + 1 \frac{1}{8} \cdot 0,9954 \frac{8}{9}}{25 \cdot 0,0009 + 0,0001 \cdot 25}.$$

Kasrni qisqartiring:

$$44. \frac{2a^5-12a^2}{(2a^2+8a+32)(a^4-4a^3)}.$$

$$45. \frac{2a^4+3a^3+2a+3}{(a^2-a+1)(2a+3)}.$$

$$46. \frac{3a^3+ab-6a^2b-2b^2}{9a^5-ab^2-18a^4b+2b^3}.$$

$$47. \frac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}.$$

Hisoblang (48–49):

48. $\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{32}}\right)$.

49. $(1+a)(1+a^2)(1+a^4) \dots (1+a^{32})$.

50. Ixtiyoriy natural son n da $\frac{n^3}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}$, ifoda butun songa teng bo'lishini isbotlang.

2-§. Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish

Oddiy kasrlarni qo'shish yoki ayirishda dastlab ularni umumiy maxrajga keltirib olinadi.

Jumladan, $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{7}{9}$ oddiy kasrlar uchun umumiy maxraj 90; $\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{7}{18}$ oddiy kasrlar uchun umumiy maxraj 36 bo'ladi. Birinchi misolda $2, 5, 9$ maxrajlar o'zaro tub, shuning uchun EKUK ($2, 5, 9$) = $2 \cdot 5 \cdot 9 = 90$ bo'ladi. Ikkinchi misolda esa $3, 12, 18$ maxrajlar o'zaro tub emas.

Hisoblashlardan EKUK ($3, 12, 18$) = 36 ekan kelib chiqadi. Bu mulohazalar algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltirish jarayonida qo'llaniladi.

Algebraik kasrlarning umumiy maxraji shu kasrlar maxrajlarining umumiy karralisiadir.

Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish uchun kasrning asosiy xossasidan foydalilaniladi.

1-masala. $\frac{m}{2ab^2}, \frac{n}{3a^2b}$ va $\frac{p}{6ac}$ algebraik kasrlarni umumiy maxrajga keltiring.

□ Berilgan kasrlarning umumiy maxraji har bir kasrning maxrajiga bo'linishi kerak. Avvalo u $2, 3, 6$ ga bo'linishi uchun EKUK ($2, 3, 6$) = 6 ga, ab^2, a^2b va ac ga bo'linishi kerak. Demak, umumiy maxraj o'rniда $6a^2b^2c$ ni olish mumkin. Bu umumiy maxrajni birinchi kasrning maxrajiga bo'lib, natijani uning surat va maxrajiga ko'paytiramiz, bu ko'paytuvchi birhad bo'ladi. U birinchi kasrning qo'shimcha ko'paytuvchisi deyiladi. Birinchi kasr uchun qo'shimcha ko'paytuvchi $3ac$ bo'ladi, ikkinchi va uchinchi kasrlar uchun esa $2bc$ va ab^2 bo'ladi. Shu jarayonni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{3acm}{2ab^2}, \frac{2bcn}{3a^2b}, \frac{ab^4p}{6ac}.$$

Kasrlarning surat va maxrajlarini mos qo'shimcha ko'paytuvchilarga ko'paytirib, ularni $6a^2b^2c$ umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\frac{m}{2ab^2} = \frac{3acm}{6a^2b^2c}; \quad \frac{n}{3a^2b} = \frac{2bcn}{6a^2b^2c}; \quad \frac{p}{6ac} = \frac{ab^2p}{6a^2b^2c}.$$

2-masala. Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

$$\frac{a}{x^2-y^2}; \quad \frac{b}{2x^2+4xy+2y^2}; \quad \frac{c}{5x^2-10xy+5y^2}.$$

Kasrlarning maxrajini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2-y^2=(x-y)(x+y); \quad 2x^2+4xy+2y^2=2(x^2+2xy+y^2)=2(x+y)^2; \\ 5x^2-10xy+5y^2=5(x^2-2xy+y^2)=5(x-y)^2.$$

Umumiyl maxraj shunday ifodalarning ko'paytmasidan iborat bo'lishi kerakki, uning tarkibida $(x-y)(x+y)$, $2(x+y)^2$ va $5(x-y)^2$ ifodalar bo'lishi lozim. Bundan umumiyl maxraj $10(x-y)^2(x+y)^2$ ga teng bo'lishi kelib chiqadi.

Endi berilgan kasrlarni quyidagicha yozib olish mumkin:

$$\frac{a}{x^2-y^2} = \frac{a \cdot 10(x-y)(x+y)}{10(x-y)^2(x+y)^2}; \quad \frac{b}{2x^2+4xy+2y^2} = \frac{b \cdot 5(x-y)^2}{10(x-y)^2(x+y)^2}; \\ \frac{c}{5x^2-10xy+5y^2} = \frac{2(x+y)^2 \cdot c}{10(x-y)^2(x-y)^2}. \blacksquare$$

Shunday qilib, algebraik kasrlarni umumiyl maxrajga keltirish uchun:

- 1) berilgan kasrlarning umumiyl maxrajini topish;
- 2) har bir kasr uchun qo'shimcha ko'paytuvchini topish;
- 3) har bir kasrning suratini uning qo'shimcha ko'paytuvchisiga ko'paytirish;
- 4) har bir kasrni topilgan surat va umumiyl maxraji bilan yozish kerak.

51. Savollarga javob bering:

- 1) Algebraik kasrlarni umumiyl maxrajga keltirish uchun nimalar qilish kerak?
- 2) Kasrlarni umumiyl maxrajga keltirishda muhim tushuncha „qo'shimcha ko'paytuvchi“ nima? U qanday topiladi?

Misollar ko'raylik. Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

$$1) \frac{1}{3} \text{ va } \frac{3}{4}. \text{ Umumiy maxraj } 12. \text{ Shuning uchun } \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} \text{ va } \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3},$$

$$\text{ya'ni } \frac{4}{12} \text{ va } \frac{9}{12};$$

$$2) \frac{4}{7} \text{ va } \frac{5}{21}. \text{ Umumiy maxraj } 21. \text{ Shuning uchun } \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} \text{ va } \frac{5}{21},$$

$$\text{ya'ni } \frac{12}{21} \text{ va } \frac{5}{21};$$

$$3) \frac{2n}{n} \text{ va } \frac{m}{2n}. \text{ Umumiy maxraj } 2n. \text{ Shuning uchun } \frac{4n}{2n} \text{ va } \frac{m}{2n};$$

$$4) \frac{x}{y} \text{ va } \frac{2x}{3y}. \text{ Umumiy maxraj } 3y. \text{ Shuning uchun } \frac{3x}{3y} \text{ va } \frac{2x}{3y};$$

Kasrlami umumiy maxrajga keltiring (52–61):

$$52. 1) \frac{2}{3a}, \frac{7}{15b} \text{ va } \frac{8}{45ab};$$

$$2) \frac{2x}{3y}, \frac{5}{xy} \text{ va } \frac{5y}{4x};$$

$$3) \frac{3}{a} \text{ va } \frac{4}{a^2};$$

$$4) \frac{a}{3x} \text{ va } \frac{b}{9x^3}.$$

$$53. 1) 2m \text{ va } \frac{n^2}{m};$$

$$2) 4b \text{ va } \frac{a^2}{5b};$$

$$3) 2m^2 \text{ va } \frac{c}{3mn};$$

$$4) \frac{a}{2b}, \frac{2c}{3a} \text{ va } ab.$$

$$54. 1) \frac{1}{3p^2}, \frac{1}{9pk} \text{ va } \frac{1}{4k^2};$$

$$2) \frac{1}{4b^2}, \frac{a^2+b^2}{6a^2b^2} \text{ va } \frac{a \cdot 3}{24ab^2};$$

$$3) \frac{2b}{a^2}, \frac{5}{12a^2b} \text{ va } \frac{3}{16a^2b^4};$$

$$4) \frac{3}{20x^3y}, \frac{11}{6xy^3} \text{ va } \frac{17}{3x^2y^3}.$$

$$55. 1) \frac{5a}{2a-3b} \text{ va } \frac{3b}{2a+3b};$$

$$2) \frac{4x}{3x-2y} \text{ va } \frac{5y}{3x+2y};$$

$$3) \frac{2c}{2c-5d} \text{ va } \frac{3d}{2c+5d};$$

$$4) \frac{3a}{3a-4b} \text{ va } \frac{4b}{3a+4b}.$$

$$56. 1) \frac{2a}{16a^2-25} \text{ va } \frac{3a}{5-4a};$$

$$2) \frac{2a}{81-25a^2} \text{ va } \frac{3a}{5a+9};$$

$$3) \frac{5a}{27-8a^3} \text{ va } \frac{4a}{2a-3};$$

$$4) \frac{3a}{9a^2-12a+16} \text{ va } \frac{2a}{3a+4}.$$

57. 1) $\frac{15x}{9x^2-4}$, $\frac{9x-2y}{9x^2+12x+4}$ va $\frac{2y-3x}{9x^2-12x+4}$;

2) $\frac{8b}{4b^2-12bc+9c^2}$, $\frac{2a}{3c-2b}$ va $\frac{1}{12c-8b}$.

58. 1) $\frac{1}{4x^2-9y^2}$, $\frac{1}{4x^2y+12xy^2+9y^3}$ va $\frac{1}{3y-2x}$;

2) $\frac{2x}{8y^3-x^3}$, $\frac{3}{2x^2y-4xy}$ va $\frac{1}{2x^2y+4xy^2+4y^3}$.

59. 1) $\frac{1}{a-b}$, $\frac{1}{30a^2-30b^2}$ va $\frac{1}{5a+5b}$;

2) $\frac{1}{4a^2-9b^2}$, $\frac{3}{6ab-9b^2}$ va $\frac{1}{4a^2+6ab}$.

60. 1) $\frac{1}{64a^3-27b^3}$, $\frac{1}{a(4a-3b)}$ va $\frac{1}{16a+12ab+9b^2}$;

2) $\frac{1}{a^2b+6ab^2+9b^3}$, $\frac{1}{b^2(a+3b)^3}$ va $\frac{1}{2ab+6b^2}$.

61. 1) $\frac{4c}{5a^3b^2}$, $\frac{3d}{10a^2b^2}$ va $\frac{2k}{15ab}$; 2) $\frac{2}{35a^4b^5}$, $\frac{3}{49a^5b^4}$ va $\frac{1}{28a^3b^6}$;

3) $\frac{1}{36-12a-a^2}$, $\frac{1}{36-a^2}$, va $\frac{1}{a+6}$; 4) $\frac{1}{27a^3-b^3}$, $\frac{1}{9a^2+3ab+b^2}$ va $\frac{1}{b-3a}$.

62. Savollarga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) Kasrlardan birortasining maxrajii umumiy maxraj bo'lib qolishi mumkinmi?
 - 2) Umumiy maxraj berilgan barcha kasrlar maxrajlarining ko'paytmasi bo'lib qolishi mumkinmi?
 - 3) Umumiy maxrajda kasrlar maxrajlaridagi harflar qanday darajada qatnashadi?
- Har bir hol uchun 3 tadan misol tuzing.

3-§. Algebraik kasrlarni qo'shish va ayirish

Oddiy kasrlarni bir xil maxrajli va turli maxrajli bo'lgan holdarda qo'shish va ayirish qoidalarini algebraik kasrlarni qo'shish va ayirishga nisbatan ham aytish mumkin. Farqi shundaki, kasrlarning suratida va maxrajida ko'phadlar turgan bo'ladi. Bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish va ayirish qoidalarini bunday yozish mumkin:

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} - \frac{a+b}{k};$$

$$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} - \frac{a-b}{k};$$

1-masala. $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{a+3b}{a+b}$, $\frac{a-8b}{a+b}$ kasrlarni qo'shing.

$$\square \quad \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+3b}{a+b} + \frac{a-8b}{a+b} = \frac{a-b+a+3b+a-8b}{a+b} = \frac{3a-6b}{a+b} = \frac{3(a-2b)}{a+b}. \blacksquare$$

2-masala. $\frac{a^2}{a+2b}$ va $\frac{4b^2}{a+2b}$ kasrlarning ayirmasini toping.

$$\square \quad \frac{a^2}{a+2b} - \frac{4b^2}{a+2b} = \frac{a^2-4b^2}{a+2b} = \frac{(a-2b)(a+2b)}{a+2b} = a-2b. \blacksquare$$

Har xil maxrajli algebraik kasrlarni qo'shish va ayirish uchun shu kasrlarni umumiy maxrajga keltirish va bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish yoki ayirish qoidasini qo'llash kerak.

3-masala. $\frac{2a}{a^3}$, $\frac{1}{2ab^2}$ va $\frac{3}{4a^2b}$ kasrlarni qo'shing.

\square Berilgan kasrlarning umumiy maxraji $4a^3b^2$ ko'paytma bo'ladi.

$$\frac{2}{a^3} + \frac{1}{2ab^2} + \frac{3}{4a^2b} = \frac{2 \cdot 4b^2 + 2a^2 + 3ab}{4a^3b^2} = \frac{8b^3 - 2a^2b + ab^2}{4a^3b^2} = \frac{b(8b^2 + 2a^2 + ab)}{4a^3b^2}. \blacksquare$$

4-masala. $\frac{b}{2a^2c}$ va $\frac{c}{8ab^2}$ kasrlar ayirmasini toping.

$$\square \quad \frac{b}{2a^2c} - \frac{c}{8ab^2} = \frac{4b^2b}{2a^2c} - \frac{ac^2}{8ab^2} = \frac{4b^3 - ac^2}{8a^2b^2c}. \blacksquare$$

Bu misolda qo'shimcha ko'paytuvchilar, mos ravishda, $4b^2$ va ac bo'ladi.

5-masala. $\frac{2}{x^2-x}$ va $\frac{3}{x^2-1}$ kasrlarni qo'shing.

\square Avvalo kasrlarning maxrajlari da turgan ko'phadlarni ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2 - x = x(x-1); \quad x^2 - 1 = (x-1)(x+1).$$

Berilgan kasrlarning umumiy maxraji $x(x-1)(x+1)$ ko'paytma bo'ladi. Kasrlarni umumiy maxrajga keltirib, qo'shishni bajaramiz:

$$\begin{aligned} \frac{2}{x^2-x} + \frac{3}{x^2-1} &= \frac{2}{x(x-1)} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} = \frac{2(x+1)}{x(x-1)(x+1)} + \frac{3x}{x(x-1)(x+1)} = \\ &= \frac{2(x-1)+3x}{x(x-1)(x-1)} = \frac{2x+2-3x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{5x-2}{x(x-1)(x+1)}. \blacksquare \end{aligned}$$

 Shunday qilib, turli maxrajli kasrlarni qo'shish (ayirish)ni ushbu tartibda bajarish lozim:

- 1) kasrlarning umumiy maxraji topiladi;
- 2) kasrlar umumiy maxrajga keltiriladi;
- 3) hosil bo'lgan kasrlar qo'shiladi (ayiriladi);
- 4) mumkin bo'lsa, natija soddalashtiriladi.

6-masala. $\frac{3}{(m+3)^2} - \frac{4}{m^2(m^2+6m+9)} - \frac{3}{m(m+3)}$ ifodaning qiymatini $m = \frac{1}{3}$ bo'lganda hisoblang.

Berilgan ifodani quyidagicha almashtirish mumkin:

$$\begin{aligned} \frac{3}{(m+3)^2} + \frac{4}{m^2(m^2+6m+9)} - \frac{3}{m(m+3)} &= \frac{3}{(m+3)^2} - \frac{3}{(m+3)^2} - \frac{3}{m(m+3)} = \\ &= \frac{3m^2-4-3m^2-9m}{m^2(m+3)^2} = \frac{4-9m}{m^2(m+3)^2}. \end{aligned}$$

Endi ifodaning son qiymatini topamiz: $\frac{\frac{4-9}{3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}+3\right)^2} = \frac{\frac{4}{3}-\frac{9}{1}}{\frac{1}{9}\cdot\frac{100}{9}} = \frac{4\cdot9-9\cdot1}{100} = \frac{81}{100}$. \blacksquare

63. Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:

-  1) Algebraik kasrlarni qo'shish va ayirish amallarini qanday tartibda bajarish lozim?
2) Qo'shish va ayirish qoidalalarini misollarda tushuntirib bering.

Kasrlarning yig'indisini (ayirmasini) toping (64–73):

64. 1) $\frac{2a}{b^2} + \frac{3a}{b^2};$ 2) $\frac{4m}{3n^2} - \frac{2m}{3n^2};$ 3) $\frac{a}{a-b} + \frac{c}{a-b};$ 4) $\frac{x}{m+n} - \frac{y}{m+n}.$

65. 1) $\frac{c+d}{3a} + \frac{2c-d}{3a};$ 2) $\frac{m-2b}{2a^2} - \frac{5m-b}{2a^2};$ 3) $\frac{m+n}{2a} - \frac{m-n}{2a}.$

66. 1) $\frac{(a+1)^2}{4d} + \frac{(a-1)^2}{4d};$ 2) $\frac{(a+2)^2}{a^2b} - \frac{(a-2)^2}{a^2b}.$

$$67. \begin{array}{ll} 1) \frac{8}{11} + \frac{3}{7}; & 2) \frac{9}{11} - \frac{3}{7}; \\ 3) \frac{3}{4a} + \frac{1}{a}; & 4) \frac{c}{12a} + \frac{d}{4}. \end{array}$$

$$68. \begin{array}{ll} 1) \frac{2}{b} - \frac{3}{7b}; & 2) \frac{a}{5} - \frac{b}{15d}; \\ 3) \frac{4}{a} - \frac{b}{5}; & 4) 11 + \frac{3}{a}. \end{array}$$

$$69. \begin{array}{ll} 1) 7 - \frac{1}{a} + \frac{3}{a^2}; & 2) 4 + \frac{2}{c} - \frac{4}{c^2}; \\ 3) b - \frac{c}{d} - \frac{c^2}{d^2}; & 4) \frac{a}{b} - \frac{2}{b} - \frac{a^2}{b^2}. \end{array}$$

$$70. \begin{array}{ll} 1) \frac{1}{ab} - \frac{1}{bc}; & 2) \frac{1}{mn} + \frac{1}{mk}; \\ 3) \frac{a}{bc} + \frac{a}{bd}; & \\ 4) \frac{b}{ac} - \frac{b}{cd}; & 5) \frac{4}{m^2} - \frac{5}{mn}; \\ 6) \frac{3}{mn} + \frac{2}{n^3}. & \end{array}$$

$$71. \begin{array}{ll} 1) \frac{2a}{7b^4d} - \frac{5c}{2bd^3}; & 2) \frac{2a}{5b^4} - \frac{6c}{7a^2b}; \\ 3) \frac{3}{3y^3} - \frac{1}{6x^2y} - \frac{5}{12xy^2}; & 4) \frac{3}{8x^2y} - \frac{3}{5xy^2} + \frac{13}{14x^2y^2}. \end{array}$$

$$72. \begin{array}{ll} 1) \frac{a}{c^2} - \frac{b}{a^2} + \frac{c}{b^2}; & 2) \frac{a}{c} + \frac{a}{c^2d} + \frac{a}{cd^2}; \\ 3) \frac{a}{c} - \frac{b}{a} + \frac{c}{b}; & 4) \frac{b}{c} - \frac{b}{cd^2} + \frac{b}{c^2d}. \end{array}$$

$$73. \begin{array}{ll} 1) \frac{m}{p^2} + \frac{n}{q^2} + \frac{k}{n^2}; & 2) \frac{a}{p} - \frac{b}{q} + \frac{c}{k}; \\ 3) \frac{m}{p^2} + \frac{m}{pd} + \frac{m}{pd^2}; & 4) \frac{a}{bc} - \frac{a}{cd} + \frac{a}{bd}. \end{array}$$

Algebraik kasrlarni qo'shing va ayiring (74–80):

$$74. \begin{array}{ll} 1) \frac{x}{2(a-b)} + \frac{3x}{a-b}; & 2) \frac{5x}{3(x-1)} - \frac{x}{x-1}; \\ 3) \frac{a^2}{2(a-1)} + \frac{4a^2}{5(a-1)}; & 4) \frac{4y}{5(y-3)} - \frac{5x}{2(y-3)}. \end{array}$$

$$75. \begin{array}{ll} 1) \frac{5}{x-1} - \frac{3}{2x-2}; & 2) \frac{a}{2a+2b} - \frac{2a}{4a+4b}; \\ 3) \frac{7}{5b-5} - \frac{3}{10b+10}; & 4) \frac{4x}{3x+3y} - \frac{x}{6x+6y}. \end{array}$$

$$76. \begin{array}{ll} 1) \frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{ab+b}; & 2) \frac{a+y}{b^2+ab} + \frac{y-b}{ab+ad^2}; \\ 3) \frac{a+y}{b^2+ab} + \frac{y-b}{ab+a^2}; & 4) \frac{y-b}{a^2-ab} - \frac{y+a}{ab-b^2}. \end{array}$$

$$77. \quad 1) \frac{2}{x} - \frac{3}{x+y}; \quad 2) \frac{5}{a-1} - \frac{4}{a}; \quad 3) \frac{1}{x(x+3)} - \frac{1}{x(x-3)}; \quad 4) \frac{3}{5(a+b)} - \frac{1}{8(a-b)}.$$

$$78. \quad 1) \frac{a}{1+b} - \frac{b}{1-b^2}; \quad 2) \frac{-2}{x+3} + \frac{2}{x^2-9}; \quad 3) \frac{5+p^2}{6+p} - \frac{p}{p^2-36}; \quad 4) \frac{2x}{x+4} - \frac{5x-2}{x^2-16}.$$

$$79. \quad 1) \frac{2x}{x+4} + \frac{5x-2}{x^2-16}; \quad 2) \frac{c^2-8}{2c-3} + \frac{16c-2c^3}{9-4c^2}; \quad 3) \frac{12n+5}{n^2-49} - \frac{6}{7-n}; \quad 4) \frac{21y^2+1}{1-9y^2} - \frac{1}{1-3y}.$$

$$80. \quad 1) \frac{2y-8}{y^2+4y-4} - \frac{7}{y+2}; \quad 2) \frac{4}{(m+n)^2} - \frac{7}{n-m}; \\ 3) \frac{4+5x}{1+6x+9x^2} - \frac{2}{3x+1}; \quad 4) \frac{2a}{25+10a-a^2} - \frac{10}{a^2-25}.$$

Amallarni bajaring (81–88):

$$81. \quad 1) \frac{10b-1}{12b^2-3} + \frac{2b+2}{4b+2} - \frac{2b+1}{2b-1}; \quad 2) \frac{18a}{81a^2-1} - \frac{9a+1}{3-27a} + \frac{9a-1}{18a+2}; \\ 3) \frac{4a+1}{64a^3-1} + \frac{1}{16a^2+4a+1} - \frac{2}{4a-1}; \quad 4) \frac{12a^2b^2}{8a^3b^2-1} - \frac{2ab-3}{4a^2b^2+2ab-1} - \frac{2ab+1}{4a^2b^2+2ab-1} + \frac{2}{1-2ab}.$$

$$82. \quad 1) \frac{x^3}{2(x+1)^3} - \frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{x}{2(x+1)}; \quad 2) \frac{2}{2x+3} + \frac{3}{3-2x} + \frac{2x+15}{4x^2-9}.$$

$$83. \quad 1) \frac{1}{3a-2} + \frac{3}{3a+2} + \frac{6a}{(3a+2)^2}; \quad 2) \frac{2}{4a-3} + \frac{3}{4a+3} - \frac{16a-6}{16a^2-9}.$$

$$84. \quad 1) \frac{a+2b}{3a-3b} - \frac{3c-a}{2c-2a} - \frac{a^2-bc}{ab+ac-bc-a^2}; \quad 2) \frac{x+2}{x^3-3x^2-4x+12} - \frac{3-x}{x^2-5x+6}.$$

$$85. \quad 1) \frac{2}{a+4} - \frac{a-3}{a^2-4a-16} - \frac{a^2-9a}{a^3+64}; \quad 2) \frac{1}{2a-3b} - \frac{2a+3b}{4a^2+6ab+9b^2} - \frac{6ab}{8a^3-27b^3}.$$

$$86. \quad 1) \frac{1}{a^2-7a+12} - \frac{2a-1}{a^2-4a+3} - \frac{2a-5}{(a^2-5a+4)(a-3)}; \quad 2) \frac{4}{2a+3b} + \frac{5}{2a-3b} - \frac{30b}{4a^2-9b^2}.$$

$$87. \quad 1) \frac{a^2-(b-c)^2}{(a-c)^2-b^2} - \frac{b^2-(a-c)^2}{(a+b)^2-c^2} + \frac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2-a^2}.$$

$$2) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

$$88. \text{ 1) } \frac{1}{2a(2a-3b)(2a-c)} + \frac{1}{3b(3b-2a)(3b-c)};$$

$$\text{2) } \frac{x-y}{x+y} + \frac{y-z}{y+z} + \frac{z-x}{z+x} - \frac{(x-y)(y-z)(2-x)}{(x+y)(y-z)(z+x)}.$$

89. Soddalashtiring:

$$M = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1-x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1-x^{16}}.$$

□ Avval birinchi va ikkinchi kasrlarni qo'shamiz.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{1-x} = \frac{1+x+1-x}{1-x^2} = \frac{2}{1-x^2}.$$

Hosil bo'lgan ifodaga ketma-ket $\frac{2}{1-x^2}$ ni, $\frac{4}{1+x^4}$ ni, $\frac{8}{1+x^8}$ ni,

$\frac{16}{1-x^{16}}$ ni qo'shib boramiz:

$$\begin{aligned} M &= \frac{2}{1-x^2} - \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} - \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} - \frac{16}{1+x^{16}} = \\ &= \frac{8}{1-x^8} + \frac{8}{1+x^8} - \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{16}{1-x^{16}} - \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{32}{1-x^{32}}. \end{aligned}$$

Shunday qilib, $M = \frac{32}{1-x^{32}}$. ■

Soddalashtiring (90–92):

$$90. \frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{1}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}} : \frac{1}{a+\frac{1}{b}}.$$

$$91. \frac{\frac{2b+a-\frac{4a^2-b^2}{24}}{b^3-2ab^2+3a^2b}}{\frac{a^3b+2a^2b^2-ab^3-4a^2b^2}{a^2-b^2}}.$$

$$92. P = \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab}\right)(a-b-2c)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2}}.$$

□ Berilgan kasr ifodaning suratini va maxrajini alohida-alohida soddalashtiramiz:

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab}\right)(a+b+2c) = \frac{(b+a-2c)(a+b+2c)}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 4c^2}{ab};$$

$$\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} - \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2} = \frac{b^2 + a^2 + 2ab - 4c^2}{a^2b^2} = \frac{(a-b)^2 - 4c^2}{a^2b^2}.$$

Endi surat va maxraj uchun topilgan ifodalarni bo'lamiz:

$$P = \frac{(a+b)^2 - 4c^2}{ab} \cdot \frac{(a+b)^2 - 4c^2}{a^2b^2} = \frac{(a-b)^2 - 4c^2}{ab} \cdot \frac{a^2b^2}{(a-b)^2 - 4c^2} = ab.$$

Javob: $P=ab$. ■

93. Hovuzni bir quvur a soatda, ikkinchi quvur esa b soatda to'ldiradi. Agar ikkala quvur bir vaqtda olib qo'yilsa, hovuz necha soatda to'ladi?
94. Ikkita ishchi birligida ishlab vazifani a soatda bajardi. Birinchi ishchi ayni shu vazifani bir o'zi ishlab b soatda bajardi. Ikkinchi ishchingning bir o'zi shu vazifani necha soatda bajardi?
95. 1) $\frac{a-ab+c-cb}{1-3b+3b^2-b^3}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-\frac{1}{4}$ bo'lgandagi son qiymatini toping.
 2) $\frac{3x^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{1}{2}$ bo'lgandagi son qiymatini toping.
96. 1) $\frac{ax+ax+bx+bc}{ay+2ax+2bx-by}$ ifodani soddalashtiring va uning $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{3}$, $c=-\frac{1}{4}$ bo'lgandagi son qiymatini toping.
 2) $1+3a+\frac{9a^2}{1+3a}+\frac{1}{1+3a}-\frac{6a}{1-9a^2}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=1$ bo'lgandagi son qiymatini toping.
97. 1) $\frac{72a^2}{27a^3-1}-\frac{3a-1}{9a^2-3a+1}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=2$ bo'lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{12a^2 - 2a - 3}{8a^3 - 1} - \frac{2a - 1}{4a^2 + 2a + 1} + \frac{2}{1 - 2a}$ ifodani soddalashtiring va uning $a = 1\frac{1}{2}$ bo'lgandagi son qiymatini toping.

Tenglikning to'g'riligini ko'rsating (98–101):

98. 1) $\frac{1}{a(a-1)} + \frac{1}{(a-1)(a+2)} + \dots + \frac{1}{(a+2012)(a+2013)} = \frac{2013}{a(a+2013)}$;

2) $\frac{a^3(c-b) + b^3(a-c) + c^3(b-a)}{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)} - a + b + c$.

99. 1) $\frac{a^2 - bc}{(a+b)(a+c)} - \frac{b^2 - ac}{(b+c)(a+b)} - \frac{c^2 - ab}{(a+c)(b+c)} = 0$;

2) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) = (a-b)(b-c)(c-a)$.

100. 1) $\frac{3a}{4b^3d} + \frac{6c}{5bd^3}$; 2) $\frac{3a}{4b^4} - \frac{5cb}{7a^2}$,

3) $\frac{3}{2y^3} + \frac{1}{4x^2y} - \frac{5}{8xy^2}$; 4) $\frac{4}{9x^2y} - \frac{2}{5y^2} - \frac{11}{14x^2y^2}$.

101. 1) $\frac{2a}{p^2} - \frac{3b}{q^2} + \frac{k}{r^2}$; 2) $\frac{a}{p} + \frac{2b}{q} + \frac{c}{2k}$;

3) $\frac{m}{p^2} + \frac{m}{2pq} + \frac{m}{pq^2}$; 4) $\frac{m}{bc} - \frac{m}{ca} + \frac{m}{ab}$.

Algebraik kasrlarni qo'shing va ayiring (102–104):

102. 1) $\frac{2x}{3(a+b)} + \frac{x}{a+b}$; 2) $\frac{x}{2(x-1)} - \frac{4x}{x-1}$;

3) $\frac{a^2}{a-1} - \frac{4a^2}{5(a-1)}$; 4) $\frac{2x}{3(y-3)} + \frac{3x}{2(y-3)}$.

103. 1) $\frac{3}{x-1} + \frac{4}{3x-3}$; 2) $\frac{a}{a-b} - \frac{2a}{3a+3b}$;

3) $\frac{4}{3b-3} - \frac{5}{6b-6}$; 4) $\frac{3x}{2x+3y} - \frac{5x}{4x+4y}$.

- 104.** 1) $\frac{3}{a^2+a} - \frac{b}{ab+b};$ 2) $\frac{3}{ax-by} + \frac{2a}{bx+by};$
- 3) $\frac{b+x}{b^2+ab} - \frac{x-a}{ab+a^2};$ 4) $\frac{x+b}{a^2-ab} - \frac{x+a}{ab-a^2}.$
- Amallarni bajaring (105–109):**
- 105.** 1) $\frac{7b}{2b-3} + \frac{b+1}{2b+1} - \frac{2b+1}{2b-1};$ 2) $\frac{1}{a^2-81} + \frac{9a+1}{27-3a} + \frac{9a-1}{18a-2};$
- 3) $\frac{1}{2a-3} + \frac{2}{2a+3} - \frac{4a}{(2a+3)^2};$ 4) $\frac{3}{2a-3} + \frac{2}{2a-3} - \frac{4a-6}{4a^2-9}.$
- 106.** 1) $\frac{3}{a+3} - \frac{a-2}{a^2-6a-9} - \frac{a^2-9a}{a^3-27};$ 2) $\frac{1}{3a+2b} - \frac{1}{9a^2+6ab+4b^2} - \frac{6ab}{27a^3-8b^3}.$
- 107.** 1) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a-c)^2-b^2} + \frac{b^2-(a-c)^2}{(a-b)^2-c^2} - \frac{c^2-(a+b)^2}{(b-c)^2-a^2};$
 2) $\frac{1}{(a+b)(a+c)} + \frac{1}{(b-a)(b+c)} + \frac{1}{(c+a)(c+b)}.$
- 108.** 1) $\frac{8}{2a-3b} + \frac{5}{2a+3b} - \frac{48b}{4a^2-9b^2};$ 2) $\frac{7}{4a-3b} + \frac{6}{4a+3b} - \frac{40a}{16a^2-9b^2}.$
- 109.** 1) $\frac{1}{4x-3} - \frac{6}{16x^2-9} - \frac{1}{4x+3};$ 2) $\frac{7}{3x-4} - \frac{6}{3x+4} - \frac{3x}{9x^2-16}.$
- 110.** Bir ishni usta 6 soatda, shogirdi esa o'sha ishni 8 soatda bajaradi. Agar ular birgalikda ishlasa, ishni necha soatda bajaradilar?
- 111.** Ikkita ishchi birgalikda ishlab vazifani 8 soatda bajaradi. Birinchi ishchi ayni shu vazifani bir o'zi ishlab 10 soatda bajaradi. Ikkinchi ishchining bir o'zi shu vazifani necha soatda bajaradi?
- 112.** 1) $\frac{3a^2}{8a^3-1} + \frac{2a+1}{4a^2+2a+1}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=2$ bo'l gandagi son qiymatini topping.

2) $\frac{2a}{a^3-27} + \frac{1}{a^2+3a+9}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=2$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

113. 1) $\frac{a-ab-c-cb}{1+3b+3b^2+b^3}$ ifodani soddalashtiring va uning $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{2}$,
 $c=-\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

2) $\frac{ac-ax+bc-bx}{ay+by+2ax-2bx}$ ifodani soddalashtiring va uning $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{3}$,
 $c=-\frac{1}{4}$ bo‘lgandagi son qiymatini toping.

4-§. Algebraik kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish

Algebraik kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish ham oddiy kasrlarni ko‘paytirish va bo‘lish qoidalari bo‘yicha bajariladi:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Bir nechta masala ko‘ramiz.

1-masala. Kasrlami ko‘paytiring: $\frac{2}{3xy}$, $\frac{6x^3y^2}{5z}$, $\frac{15z^2}{3x^3}$.

$$\square \quad \frac{2}{3xy} \cdot \frac{6x^3y^2}{5z} \cdot \frac{15z^2}{3x^3} = \frac{2 \cdot 6x^3y^2 \cdot 15z^2}{3xy \cdot 5z \cdot 3x^3} = \frac{4yz}{x}. \blacksquare$$

2-masala. Kasrlami ko‘paytiring: $\frac{a+b}{a^2-ab}$; $\frac{b^2-ab}{(a+b)^2}$.

$$\square \quad \frac{a+b}{a^2-ab} \cdot \frac{b^2-ab}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)(b^2-ab)}{(a^2-ab)(a+b)^2} = \frac{(a+b)b(b-a)}{a(a-b)(a+b)^2} = \frac{b(b-a)}{a(a-b)(a+b)} = -\frac{b}{a(a+b)}. \blacksquare$$

3-masala. $\frac{a-b}{4a^2b^3}$ va $\frac{a^2-b^2}{12ab^2}$ kasrlarni bo‘ling.

\square Kasrlarni bo‘lish deyilganda birinchi kasrni ikkinchi kasrga bo‘lish tushuniladi. Berilishi bo‘yicha $\frac{a-b}{4a^2b^3}$ – birinchi, $\frac{a^2-b^2}{12ab^2}$ – ik-

kinchi kasrdir. Endi bo'lishni bajaramiz:

$$\frac{a-b}{4a^2b^3} \cdot \frac{a^2-b^2}{12ab^2} = \frac{(a-b)12ab^2}{4a^2b^3(a^2-b^2)} = \frac{3ab^2 \cdot (a-b)}{a^2b^3(a+b)(a-b)} = \frac{3}{ab \cdot (a+b)}. \blacksquare$$

Agar birinchi va ikkinchi ko'paytiruvchi bir xil bo'lsa, u holda ko'paytirishni bajarish uchun birinchi ko'paytuvchini kvadratga oshirish yetarli bo'ladi.

Masalan: $a^3 \cdot a^3 = (a^3)^2 = a^6$; $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$.

Agar bo'linuvchi va bo'luvchi bir xil darajada bo'lsa, ularning nisbatini shu darajaga ko'tarib qo'yish mumkin.

Algebraik kasmi darajaga ko'tarishda ushbu formuladan foydalanildi:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

$$\text{Masalan: } \left(\frac{4a^3}{b^2}\right)^2 = \frac{16a^6}{b^4}; \quad \left(\frac{a-b}{5c}\right)^4 = \frac{(a-b)^4}{625c^4}.$$

114. Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:



- 1) Kasrlarni ko'paytirish va bo'lish qoidalariini aytib bering.
- 2) Kasrlarni darajaga ko'tarish qanday formula yordamida bajariladi?

Kasrlarni ko'paytiring (115–120):

$$115. \quad 1) \frac{95}{16} \cdot \frac{64}{19}; \quad 2) \frac{169}{121} \cdot \frac{11}{26}; \quad 3) \frac{144}{24} \cdot \frac{49}{14}; \quad 4) 25 \cdot \frac{6}{125}.$$

$$116. \quad 1) \frac{5}{52} \cdot 13; \quad 2) 17 \cdot \frac{3}{68}; \quad 3) \frac{8}{25} \cdot 625; \quad 4) 729 \cdot \frac{3}{27}.$$

$$117. \quad 1) \frac{ab^3}{c} \cdot \frac{c^2}{b^4}; \quad 2) \frac{m^2b}{k^2} \cdot \frac{k^3}{m^3b^2}; \quad 3) \frac{3a}{4b} \cdot \frac{12c}{a}; \quad 4) \frac{4m}{9n} \cdot \frac{36k}{20d}.$$

$$118. \quad 1) \left(\frac{3a}{4b}\right)^2 \cdot \frac{8b^2}{27a^3}; \quad 2) \left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3 \cdot \frac{8b^3}{21a^4};$$

$$3) \left(\frac{ak}{bc}\right)^3 \cdot abc; \quad 4) a^2 \cdot b \cdot c^2 \left(\frac{ab}{cd}\right)^2.$$

$$119. \quad 1) \frac{4a^2b}{3c} \cdot \frac{27c^3}{5a^3b}; \quad 2) \frac{4x^2y}{5ab^2} \cdot 5a^2b^2; \quad 3) \frac{3-x}{a-b} \cdot \frac{a-b}{3-x}; \quad 4) \frac{x-y}{4a} \cdot \frac{2b}{x-y}.$$

$$120. \quad 1) \frac{a-1}{b} \cdot \frac{4b^2}{a^2-1}; \quad 2) \frac{11a}{4b^2} \cdot \frac{b^3}{1-a^2}; \quad 3) \frac{a^2-b^2}{9b^2} \cdot \frac{3b}{a+b}; \quad 4) \frac{5m}{m^2-n^2} \cdot \frac{m+n}{20m^3}.$$

Kasrlarni bo'ling (121–124):

$$121. \quad 1) \frac{3}{4} : \frac{3}{5}; \quad 2) \frac{7}{11} : \frac{2}{11}; \quad 3) \frac{10}{9} : \frac{1}{3}; \quad 4) \frac{15}{13} : \frac{30}{39}.$$

$$122. \quad 1) \frac{a}{7} : \frac{1}{3}; \quad 2) \frac{5}{c} : \frac{m}{13}; \quad 3) \frac{a}{2} : \frac{5}{6}; \quad 4) \frac{8}{35} : \frac{b}{14}.$$

$$123. \quad 1) \frac{a}{b} : \frac{a}{b}; \quad 2) \frac{2a}{5b} : \frac{a}{3b}; \quad 3) \frac{3a}{2b} : \frac{5a^2}{bc}; \quad 4) \frac{5m}{n^2} : \frac{15m^3}{n}.$$

$$124. \quad 1) \frac{ab^2}{c^2} : \frac{a^2}{c}; \quad 2) \frac{mn}{k} : \frac{m^3n^3}{k^3}; \quad 3) \frac{3a}{4b} : \frac{9c}{20b}; \quad 4) \frac{8m}{9n} : \frac{4k}{18d}.$$

Ko'rsatilgan amallarni bajaring (125–133):

$$125. \quad 1) \frac{3bc}{5a^2b} \cdot \frac{10a^3b^2}{9c^2}; \quad 2) \frac{6x}{7xy} \cdot \frac{14x^2}{18xy}; \quad 3) \frac{35xy}{8y^2} \cdot \frac{16x^2y^3}{21x^4y}; \quad 4) \frac{4ab^2}{9b^3} \cdot \frac{45a^4b^3}{32a^5b}.$$

$$126. \quad 1) \frac{\frac{3}{6x}}{2x^2+4x+8} \cdot \frac{2x+1}{x^2-4x+4} \cdot \frac{8x^3}{4x^2-1}; \quad 2) \frac{a^2+ab}{5a-a^2+b^2-5b} \cdot \frac{a^2-b^2+25-10a}{a^2-b^2}.$$

$$127. \quad 1) \frac{\frac{28a^2b}{33x^2y^3}}{\frac{14ab^2}{11x^4y^4}}; \quad 2) \frac{45cd^2}{27ab^3} : \frac{15c^2d}{18a^2b^2}; \\ 3) \frac{\frac{26x^2y^3}{35a^2b^4}}{\frac{39xy^4}{28a^4b^2}};$$

$$128. \quad 1) \frac{\frac{27a^3-64b^3}{b^2-4}}{\frac{9a^2+12ab+16b^2}{b^2+4b+4}}; \\ 2) \frac{\frac{2a^2+6ac-ab-3bc}{2ab-4a^2+bc-2ac}}{\frac{2ac+ab+3bc+6c^2}{2ab+bc-4ac-c^2}}.$$

$$129. \quad 1) \frac{\frac{8ab}{a^2-4b^2}}{\left(\frac{a}{a-2b}+1\right)}; \quad 2) \left(\frac{\frac{3a+1}{3x-1}-\frac{1}{9a^2-1}}{\left(\frac{3a+1}{3x-1}\right)}\right) : \left(\frac{3a+1}{3}\right); \\ 3) \left(\frac{\frac{2a-1}{2a+1}-\frac{4a+1}{4a^2-1}}{\left(\frac{2a+1}{4a^2-1}\right)}\right) : \frac{2a+1}{2a}; \quad 4) \left(\frac{\frac{3a+b}{3a-b}-1}{\left(\frac{3a+b}{3a-b}\right)}\right) : \frac{12ab}{9a^2-b^2}.$$

$$130. \quad 1) \frac{\frac{36a^2-1}{a^2-25} \cdot \frac{(a+5)^2}{a^2-25}}{\frac{6a+1}{(a-5)^2}}; \quad 2) \frac{\frac{3ab}{9a-12-3ab-4b}-\frac{4b}{9a+4b-9a-12}}{\frac{9a+12-3ab+4b}{3ab+4b-9a-12}}.$$

131. 1) $\left(\frac{2-3a}{2+3a} - \frac{3a+2}{3a-2}\right) : \left(\frac{2-3a}{2-3a} - \frac{3a-2}{3a-2}\right);$ 2) $\left(\frac{2x-3y}{2x-3y} - \frac{2x-3y}{2x+3y}\right) : \left(\frac{2x-3y}{2x+3y} + \frac{2x+3y}{2x-3y}\right).$

132. 1) $\frac{x^2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} : \left(\frac{1}{2-x} + \frac{2}{x^2-2x}\right),$ bunda $x=1,7;$

2) $\frac{a^3b+2a^2b-3ab}{a^3+5a^2+6a} : \frac{a^2-1}{a^2+3a+2},$ bunda $a=19,8;$ $b=23,05.$

133. 1) $\frac{5a}{3(4-a)} + \frac{a+4}{8-3a} \cdot \left(\frac{a-1}{a+4} - \frac{a-3}{a-4}\right),$ bunda $a=2,8;$

2) $\frac{9a^2-24ab+16b^2-25}{3a-4b-5},$ bunda $a=\frac{1}{9};$ $b=2\frac{1}{3}.$

134. 1) a ning nechta butun qiymatida $\frac{a^4-16}{a^3-4a} : \frac{a^3+4a}{a-7a^2}$ ifodaning qiymati butun son bo'ladi?

2) n ning qanday butun qiymatlarida $\frac{4n-5}{2n-1}$ kasr natural son bo'ladi?

135. 1) n ning qanday butun qiymatlarida $\frac{2n^2-n-1}{n-1}$ kasr butun son bo'ladi?

2) n ning qanday natural qiymatlarida $\frac{2n^2-3n+2}{2n-1}$ kasr butun son bo'ladi?

136. 1) n ning qanday butun qiymatlarida $\frac{n^2-7n+6}{n^2-1}$ kasr butun son bo'ladi?

2) n ning qanday natural qiymatlarida $\frac{2n^2+5n-7}{2n+1}$ kasr butun son bo'ladi?

Amallarni bajaring (137–138):

137. 1) $\frac{3a-5}{16+24a+9a^2} \cdot \frac{(3a+4)^2}{9a^2-25};$

2) $\frac{16x^2y^2-49}{16x^2y^2+8axy+a^2} \cdot \frac{4xy+a}{4xy-7};$

3) $\frac{25a^2-40a+16}{5a+3} : \frac{(5a-4)^2}{25a^2-9};$

4) $\frac{4x^2-12xy+9y^2}{4x+y} : \frac{2x-3y}{16x^2-y^2}.$

138. 1) $\frac{1-4a^2}{(1+2ax)^2 \cdot (2a+x)^2} \cdot \frac{x+x^2}{1-x};$ 2) $\frac{3x^2+3xy}{4xy+6x^2y} \cdot \left(\frac{x}{ax+ay} + \frac{3}{2x+2y} \right);$

3) $\left(\frac{4a^2+1}{4a-1} - a \right) \cdot \left(\frac{3-2a}{2a+2} - 1 \right);$ 4) $\frac{1-a^2}{1-3b} \cdot \frac{1-9b^2}{a+a^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{1-a} \right).$

Kasrlarni ko‘paytiring (139 – 144):

139. 1) $\frac{102}{21} \cdot \frac{49}{17};$ 2) $\frac{144}{36} \cdot \frac{39}{13};$ 3) $\frac{225}{45} \cdot \frac{32}{256};$ 4) $\frac{441}{21} \cdot \frac{625}{25};$

140. 1) $\frac{7}{65} \cdot 13;$ 2) $16 \cdot \frac{3}{96};$ 3) $\frac{7}{125} \cdot 625;$ 4) $961 \cdot \frac{5}{31}.$

141. 1) $\frac{a^2b^3}{c^2} \cdot \frac{c}{ab^2};$ 2) $\frac{m^3b^2}{k^3} \cdot \frac{k^2}{m^2b};$ 3) $\frac{a}{12b} \cdot \frac{9c}{4a};$ 4) $\frac{20m}{36k} \cdot \frac{9k}{4m}.$

142. 1) $\left(\frac{4a}{3b} \right)^2 \cdot \frac{27b^2}{8a^2};$ 2) $\left(\frac{2a^2}{3b} \right) \cdot \frac{21b^3}{8a^4};$ 3) $\left(\frac{a^2k}{bc^2} \right) \cdot abc;$ 4) $ab^2c^2 \cdot \left(\frac{d}{abc} \right)^2.$

143. 1) $\frac{5a^3b}{27c^3} \cdot \frac{3c}{4a^2b};$ 2) $\frac{4y^2}{5a^2b} \cdot 10ab^2;$ 3) $\frac{x-2}{a-b} \cdot \frac{9b^2}{a^2-b^2};$ 4) $\frac{m^2-n^2}{4m} \cdot \frac{16m^3}{m-n}.$

144. 1) $\frac{a^2-1}{4b^2} \cdot \frac{b}{a-1};$ 2) $\frac{1-a^2}{a+1} \cdot \frac{4b^2}{b^3};$ 3) $\frac{a+b}{3b} \cdot \frac{9b^2}{a^2-b^2};$ 4) $\frac{m^2-n^2}{4m} \cdot \frac{m}{m-n}.$

Kasrlarni bo‘ling (145 – 148):

145. 1) $\frac{4}{3} : \frac{5}{3};$ 2) $\frac{11}{7} : \frac{11}{2};$ 3) $\frac{9}{10} : \frac{2}{5};$ 4) $\frac{14}{13} : \frac{28}{39}.$

146. 1) $\frac{7}{a} : \frac{3}{a};$ 2) $\frac{13}{c} : \frac{m}{11};$ 3) $\frac{a}{3} : \frac{5}{6};$ 4) $\frac{4}{35} : \frac{b}{12}.$

147. 1) $\frac{b}{a} : \frac{b}{a};$ 2) $\frac{3a}{4b} : \frac{a}{3b};$ 3) $\frac{3a}{4b} : \frac{6a}{bc};$ 4) $\frac{4m}{3n^2} : \frac{12m^3}{n}.$

148. 1) $\frac{a^2b}{c} : \frac{a}{c^2};$ 2) $\frac{m^3n^3}{k^3} : \frac{mn}{k};$ 3) $\frac{9c}{16b} : \frac{3a}{24b};$ 4) $\frac{5k}{18d} : \frac{8m}{9n}.$

Ko'rsatilgan amallarni bajaring (149 – 150):

$$149. \begin{aligned} 1) & \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} : \frac{8a - 8b}{a^3 + b^3}; \\ 2) & \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \cdot \frac{a^3 - b^3}{7a + 7b}; \end{aligned} \quad \begin{aligned} 3) & \frac{n^3 - m^3}{n^2 - m^2} : \frac{n^2 + nm + m^2}{n^2 + 2nm + m^2}; \\ 4) & \frac{m^2 + 2mn - n^2}{p^3 + c^3} \cdot \frac{p + c}{2m + 2n}. \end{aligned}$$

$$150. \begin{aligned} 1) & \frac{64x^2y^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x-2)^2}{8xy - 1}; \\ 2) & \frac{x-6}{x^2 + 6x + 9} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x^2 - 9x}{(x-6)(x+2)}; \\ 3) & \frac{bm^2 - bn^2}{m^2 - 2mn + n^2} : \frac{bm^2 - 2bmn + bn^2}{3m + 3n}; \\ 4) & \frac{ab - 4b - 2a + 8}{2a + 8 - ab - 4b} \cdot \frac{2a - 8 - ab + 4b}{ab + 4b - 2a - 8}. \end{aligned}$$

Soddalashtiring (151 – 170):

$$151. \left(\frac{5m}{m+3} - \frac{14m}{m^2 + 6m + 9} \right) : \frac{5m+1}{m^2 - 9} + \frac{3(m-3)}{m+3}.$$

□ Qavs ichidagi kasrlarni umumiy maxrajga keltiramiz:

$$\frac{5m}{m-3} - \frac{14m}{m^2 - 6m + 9} = \frac{5m}{m+3} - \frac{14m}{(m-3)^2} = \frac{5m^2 + 15m - 14m}{(m+3)^2} = \frac{5m^2 + m}{(m+3)^2} = \frac{m(5m+1)}{(m+3)^2}.$$

Natijani $\frac{5m+1}{m^2 - 9}$ ga bo'lishni bajaramiz:

$$\frac{m(5m+1)}{(m+3)^2} : \frac{5m+1}{(m+3)(m-3)} = \frac{m(5m+1)}{(m+3)^2} \cdot \frac{(m+3)(m-3)}{(5m+1)} = \frac{m(m-3)}{m+3}.$$

Endi kasrlarni qo'shamiz, ularning maxrajlari bir xil:

$$\frac{m(m-3)}{m+3} + \frac{3(m-3)}{m+3} = \frac{(m-3)(m+3)}{(m+3)} = m-3. \blacksquare$$

$$152. \begin{aligned} 1) & \left(m^2 - \frac{1+m^4}{m^2 - 1} \right) : \frac{m^2 + 1}{m+1}; \\ 2) & \left(\frac{8xy+3}{8xy+1} - \frac{8xy+1}{8xy-3} \right) : \frac{12xy-3}{32xy+12}. \end{aligned}$$

$$153. \begin{aligned} 1) & \left(b^2 - \frac{1-b^4}{b^2 + 1} \right) : \frac{1-b}{m+b^2}; \\ 2) & \left(\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{(a-b)^2} \right) : \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right). \end{aligned}$$

$$154. \left(\frac{3a}{a-4} + \frac{10a}{a^2 - 8a - 16} \right) : \frac{3a-2}{a^2 - 16} - \frac{4(a+4)}{a-4}.$$

$$155. \text{ 1) } \frac{x^3-8}{x^2+2x+4} - \frac{x^2-4}{x-2}; \quad \text{2) } \frac{27x^3-64}{9x^2+12x+16} - \frac{9x^2-16}{3x-4}.$$

$$156. \text{ 1) } \frac{x^3+8}{x^2-2x+4}; \quad \text{2) } \frac{27x^3+64}{9x^2-12x+16}.$$

$$157. \frac{x}{1-x} - \frac{1-x^2}{1+x^2} : \left(\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{x}{1-x^2} \right).$$

$$158. \frac{a^2-ab+b^2}{a^3-b^3} - \frac{a^2-ab-b^2}{a^3-b^3}.$$

$$159. \text{ 1) } \frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2} - \frac{x^2-y^2}{x+y}; \quad \text{2) } \frac{8x^3-27y^3}{4x^2-6xy-9y^2} - \frac{4x^2-9y^2}{2x-3y}.$$

$$160. \frac{5x+6}{x^2-4} - \frac{x}{x^2-4} : \frac{x}{x-2} - \frac{x+2}{x-2}.$$

$$161. \left(\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} \right) : \frac{a^2+2a}{8}.$$

$$162. \text{ 1) } \frac{x^3-2x^2}{3x+3} : \frac{x^2-4}{3x^2+6x+3}; \quad \text{2) } \left(\frac{3x+1}{3x-1} - \frac{1}{9x^2-1} \right) : \frac{3x+1}{3x+2}.$$

$$163. \left(\frac{1}{m^2-m} - \frac{1}{m-1} \right) : \frac{m}{m+2} + \frac{m}{m^2-4}.$$

$$164. \left(a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3 \right) \cdot (a+b) : \left(\frac{a^3+b^3}{a+b} - ab \right).$$

$$165. \frac{x^3+y^3}{x+y} : (x^2 - y^2) + \frac{24}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}.$$

$$166. \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} : \frac{a^2+ab+b^2}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}.$$

$$167. \left(2a + \frac{2ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{4,5a^2}{a^2-b^2}.$$

$$168. \frac{a^2}{a^2-1} + \frac{1}{a+1} \cdot \left(\frac{1}{2-a} + \frac{2}{a^2-2a}\right).$$

$$169. \left(\frac{2}{1-x^2} - \frac{2}{(x-1)^2}\right) \cdot (1-x)^2 - \frac{4}{1-x}.$$

$$170. \frac{abc}{bc+ac-ab} - \left(\frac{a-1}{a} - \frac{b-1}{b} - \frac{c-1}{c}\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right).$$

5-§. Algebraik kasrlar ustida birqalikda bajariladigan amallar

Algebraik kasrlar ustida birqalikda bajariladigan amallar: umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish, qisqa ko'paytirish formulalari, guruhlash usullari, kasrlarni qisqartirish, kasrlarni umumiy maxrajga keltirish, kasrlarni qo'shish va ayirish, ko'paytirish va bo'lish. Mazkur amallar turli tartibda birqalikda bajarilishi mumkin. Misollar ko'ramiz.

1-masala. Ifodani soddalashtiring: $\left(\frac{4a}{4-a^2} - \frac{a-2}{4-2a}\right) \cdot \frac{4}{a+2} - \frac{a}{2-a}$.

□ Avval qavs ichidagi ifodani soddalashtiraylik:

$$\begin{aligned} & \frac{4a}{4-a^2} - \frac{a-2}{4-2a} = \frac{4a}{(2-a)(2+a)} + \frac{2-a}{2(2-a)} - \frac{8a+(2-a)^2}{2(2-a)(2+a)} - \frac{8a+4-4a+a^2}{2(2-a)(2+a)} = \\ & = \frac{4+4a+a^2}{2(2-a)(2+a)} = \frac{(2-a)^2}{2(2-a)(2+a)} = \frac{2+a}{2(2-a)}. \end{aligned}$$

Endi ko'paytirish, so'ngra ayirish amallarini bajaramiz:

$$\frac{2+a}{2(2-a)} \cdot \frac{4}{2+a} - \frac{a}{2-a} = \frac{2}{2-a} - \frac{a}{2-a} = \frac{2-a}{2-a} = 1. \blacksquare$$

2-masala. Amallarni bajoring: $\left(\frac{2x}{x-5} + \frac{x}{x^2-10x+25}\right) : \frac{2x-9}{x^2-25} - \frac{5(x+5)}{x-5}$.

□ Bu holda avval qavs ichidagi ifodani soddalashtiramiz:

$$\frac{2x}{x-5} + \frac{x}{x^2-10x+25} = \frac{2x}{x-5} + \frac{x}{(x-5)^2} = \frac{2x(x-5)+x}{(x-5)^2} = \frac{x(2x-9)}{(x-5)^2}.$$

Endi bo'lishni va ayirishni bajaramiz:

$$\frac{x(2x-9)}{(x-5)^2} : \frac{2x-9}{x^2-25} = \frac{x(x+5)}{x-5}, \quad \frac{x(x+5)}{x-5} - \frac{5(x+5)}{x-5} = \frac{(x+5)(x-5)}{x-5} = x+5. \blacksquare$$

3-masala. Ota va o'g'il S hektar yerdan hosil yig'ib olishi kerak. Ota bir o'zi hosilni a kunda, o'g'li esa b kunda yig'ib olishi mumkin. Agar ota va o'g'il birga ishlasa, hosilni necha kunda yig'ib oladi?

□ Ota bir kunda $\frac{S}{a}$ ga, o'g'li esa $\frac{S}{b}$ ga yerdan hosil yig'a oladi. Agar ular birgalikda ishlasa, bir kunda $\left(\frac{S}{a} + \frac{S}{b}\right)$ ga yerdan hosil yig'ib olishadi. Ular hosilni t kunda yig'ib olishadi, desak, unda ushbu $\left(\frac{S}{a} + \frac{S}{b}\right) \cdot t = S$ tenglik o'rinni bo'ladi. Bundan $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot t = 1$, $\frac{a+b}{ab} \cdot t = 1$, $t = \frac{ab}{a+b}$ (kun). ■

171. Savolga javob bering. Topshiriqni bajaring:

- 1) Algebraik kasrlar ustida birgalikda qanday amallar bajarish mumkin?
 2) Fikringizni misollarda tushuntiring.

Ko'rsatilgan amallarni bajaring (172–175):

172. 1) $\left(\frac{a}{3} + \frac{a}{2}\right) : \frac{1}{a^2};$ 2) $\frac{a^2}{5} \left(\frac{3}{a^2} - \frac{3}{a}\right);$ 3) $\frac{a-b}{a-b} \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{3}\right);$

4) $\frac{ab}{a+b} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right);$ 5) $\left(2 + \frac{2}{a}\right);$ 6) $b : \left(b + \frac{2}{b}\right).$

173. 1) $\left(1 - \frac{1}{a}\right) : \left(1 + \frac{1}{a}\right);$ 2) $\left(a - \frac{a}{b}\right) : \left(a + \frac{a}{b}\right);$
 3) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right);$ 4) $\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m} - 2\right) : \left(1 - \frac{m-n}{m+n}\right).$

$$174. \begin{aligned} 1) & \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right) \left(2 - \frac{2b}{a-b}\right); \\ 2) & \left(1 - \frac{a+b}{a-b}\right) \left(2 - \frac{2a}{a+b}\right); \\ 3) & \left(\frac{4}{a-b} - \frac{3}{a+b}\right) \cdot \frac{a-b}{a+7b}; \\ 4) & \left(\frac{4}{c} + \frac{4}{c+d}\right) \cdot \frac{c}{12(2c+d)}. \end{aligned}$$

$$175. \begin{aligned} 1) & \frac{a^2+ab}{a^2-b^2} : \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right); \\ 2) & \frac{ab+b^2}{a^2-b^2} : \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right); \\ 3) & \left(\frac{c-d}{c} - \frac{2c}{c+d}\right) \cdot \frac{d-c}{c^2+d^2}; \\ 4) & \left(\frac{2c}{c-d} - \frac{d+c}{c}\right) \cdot \frac{c+d}{c^2+d^2}. \end{aligned}$$

Amallarni bajaring (176–180):

$$176. \begin{aligned} 1) & \frac{3a-b}{3ab} \cdot \left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{b}\right) : \left(\frac{9a^2+b^2}{3ab} \cdot \left(\frac{1}{3a} - \frac{1}{b}\right)\right); \\ 2) & \frac{a-2b}{2ab} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2b}\right) : \left(\frac{a^2+4b^2}{2ab} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2b}\right)\right). \end{aligned}$$

$$177. \begin{aligned} 1) & \frac{a^2+3ab}{6b} \cdot (a^2-9b^2) \left(\frac{(a+3b)^2}{12ab} - 1\right); \\ 2) & \frac{9a^2-3ax}{2x} : (9a^2-x^2) \left(\frac{(3a+x)^2}{12ax} - 1\right). \end{aligned}$$

$$178. \begin{aligned} 1) & \left(2a + \frac{18ab}{a-9b}\right) \cdot \left(\frac{9ab}{a+9b} - a\right) : \frac{4,5a^2}{a^2-81b^2}; \\ 2) & \left(\frac{4(a+b)^2}{ab} - 16\right) \cdot \left(\frac{(a+b)^2-ab}{ab}\right) : \frac{a^2-b^2}{ab}. \end{aligned}$$

$$179. \begin{aligned} 1) & \left(\frac{a}{a-a^2} - 1\right) : \left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1\right); \\ 2) & \left(a - \frac{a}{a-a^2}\right) : \left(\frac{a}{a-1} + \frac{1}{a^2-2a+1}\right). \end{aligned}$$

$$180. \begin{aligned} 1) & \left(\frac{20b}{4-25b^2} - \frac{5b-2}{4+10b}\right) \cdot \frac{4}{5b+2} - \frac{5b}{2-5b}; \\ 2) & \left(\frac{5x-4y}{5x} - \frac{4x-3y}{4x}\right) \cdot \frac{25x^2}{16x^2+15xy} : \frac{5x}{32x}. \end{aligned}$$

181. Avtobus soatiga v km tezlik bilan harakat qilib, s km yo'l bosib o'tdi. Agar avtobusning tezligi soatiga u km bo'lsa, shu

vaqt ichida avtobus qancha yo'l bosib o'tadi?

182. Motorli qayiqning turg'un suvdagi tezligi soatiga v km, dar-yo oqimining tezligi esa v_1 km. Qayiq oqim bo'yicha harakat qilib, S km o'tdi. Motorli qayiq oqimga qarshi shu vaqt ichida qancha masofani bosib o'tgan?
183. (*Qadimgi masala*) Ikki buyumdan birining 10 tasi bir dinor va ikkinchisining 15 tasi bir dinor. Bir dinorga ikkala buyumdan bir xil miqdorda necha donadan sotib olish mumkin?

184. Kasrlami umumiyligi maxrajga keltiring:

$$1) \frac{3a}{a^3 - 64}, \quad \frac{a-4}{a^2 + 4a + 16} \quad \text{va} \quad \frac{1}{a-4}; \quad 2) \frac{3}{x-2}, \quad \frac{x+1}{x^3 - 8} \quad \text{va} \quad \frac{x+2}{x^2 + 2x + 4};$$

$$3) \frac{a}{a^2 - 16}, \quad \frac{a-4}{a^2 - 4a + 16} \quad \text{va} \quad \frac{2}{a-4}; \quad 4) \frac{5}{x+2}, \quad \frac{x-1}{x^3 + 8} \quad \text{va} \quad \frac{x-2}{x^2 - 2x - 4}.$$



Kiritish-chiqarish formulasi

1-masala. 1000 dan kichik bo'lgan natural sonlar orasida 5 ga yoki 7 ga bo'linadigan sonlar nechta?

Dastlab 1, 2, ..., 999 sonlaridan 5 ga karrali sonlarning tagiga chizib chiqamiz; belgilangan sonlar soni $\left[\frac{999}{5}\right] = 199$ ga teng (bu yerda $[x]$ – x ning butun qismi).

So'ng o'sha 1, 2, ..., 999 sonlaridan 7 ga karrali sonlarning tagiga chizib chiqamiz; ularning soni $\left[\frac{999}{7}\right] = 142$ ga teng. Bunda 35 ga

karrali sonlar ikki marta hisoblandi. Ularining soni esa $\left[\frac{999}{35}\right] = 28$ ga teng. Demak, jami $199 + 142 - 28 = 313$ ta son belgilandi.

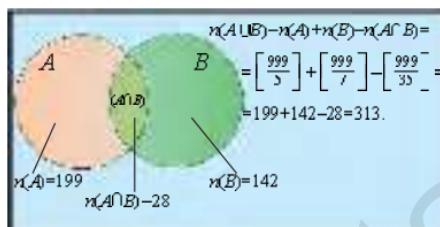
Shu jarayonni to'plamlar tilida tushuntiraylik.

1000 dan kichik bo'lgan natural sonlar orasida 5 ga bo'linadigan sonlar to'plamini A , 7 ga bo'linadigan natural sonlar to'plamini esa B deylik. U holda ham 5 ga, ham 7 ga (ya'ni 35 ga) bo'linadigan natural sonlar to'plami $A \cap B$ kesishma ko'rinishida bo'ladi.

Shu bilan birga 1000 dan kichik bo'lgan natural sonlar orasida 5 ga yoki 7 ga bo'linadigan sonlar to'plamini $A \cup B$ birlashma ko'rinishida bo'ladi.

$n(X)$ deb chekli X to'plam elementlari sonini belgilaymiz.

Bu holda, $n(A) = \left[\frac{999}{5} \right] = 199$, $n(B) = \left[\frac{999}{7} \right] = 142$, $n(A \cap B) = \left[\frac{999}{35} \right] = 28$ bo'lib, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 313$ tenglik o'rini ekan (1-rasm). ■

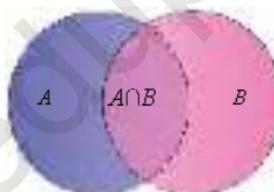


1-rasm.

Umumiy holda ham ikkita A va B to'plamlar uchun $A \cup B$ to'plam elementlari sonini hisoblash uchun kiritish-chiqarish qoidasi o'rini:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B). \quad (1)$$

□ Chindan ham, $n(A \cup B)$ – bu A va B to'plamlarni tashkil etuvchi elementlar soni. Ammo uni sanaganimizda $A \cap B$ kesishma elementlarini ikki marta sanab chiqishga to'g'ri keldi (2-rasm).



2-rasm.

Demak, (1) formula o'rini. ■

Ravshanki, bu tenglikdan foydalanib, $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$ va $n(A \cap B)$ miqdorlarning ixtiyoriy uchtasi ma'lum bo'lganda to'rtinchisini hisoblash mumkin.

2-masala. 50 nafar o'quvchidan 40 nafari ingliz tilini, 25 nafari esa nemis tilini o'rganmoqda.

Ikkala tilni ham o'rganayotgan o'quvchilar soni nechta?

□ Ingliz tilini o'rganayotgan o'quvchilar to'plamini A orqali, nemis tilini o'rganayotgan o'quvchilar to'plamini B orqali belgilaymiz. Masala berilishiga ko'ra, $n(A \cup B) = 50$, $n(A) = 40$, $n(B) = 25$. U holda ikkala tilni ham o'rganayotgan o'quvchilar $A \cap B$ to'plamni tashkil qilib, (1) formuladan $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 40 + 25 - 50 = 15$ tenglikni hosil qilamiz. ■

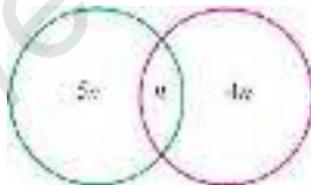
3-masala. Maktab hovlisida 2020 ta atirgul ko'chatlari o'tkazilgan. Voris ko'chatlarning yarmini, Diyora ham ko'chatlarning yarmini sug'ordi. Bunda 3 ta eng chiroyli ko'chat ham Voris, ham Diyora tomonidan sug'orilgani ma'lum bo'ldi. Qancha ko'chat sug'orilmay qoldi?

□ Voris 1010 ta ko'chatni, shulardan 1007 tasini o'zi, uchta-sini esa Diyora bilan birga sug'ordi. Xuddi shunday Diyora 1010 ta ko'chatni, shulardan 1007 tasini o'zi, uchtasini esa Voris bilan birga sug'ordi.

Demak, ular jami $1007 + 1007 + 3 = 2017$ ko'chatni sug'orishdi. Demak, $2020 - 2017 = 3$ ta ko'chat sug'orilmay qoldi. ■

4-masala. 7-„A“ sinf o'quvchilari orasida o'tkazilgan so'rovnomaga natijalariga ko'ra, matematikaga qiziqqan o'quvchilarning 20% i fizika faniga ham qiziqar ekan. Bundan tashqari, fizika faniga qiziqadigan o'quvchilarning 25% i matematikaga ham qiziqar ekan. Faqat Po'lat bilan Voris shu fanlarga qiziqmas ekan. 7-„A“ sinfdagi o'quvchilar soni 20 dan ko'p, ammo 30 dan kamroq bo'lsa, shu sinfda nechta o'quvchi o'qiydi?

□ Po'lat bilan Vorisdan tashqari 7-„A“ sinfdagi o'quvchilar (ular yo matematika, yo fizikaga qiziqadi) soni 18 dan ko'p, ammo 28 dan kamroq. Bir vaqtda ham fizika, ham matematikaga qiziqqan o'quvchilar soni n bo'lsin. Demak, matematikaga qiziqqanlar soni $5n$, fizikaga qiziqadiganlar soni esa $4n$ ni tashkil etadi. U holda yo matematika, yo fizikaga qiziqadiganlar soni $5n + 4n - n = 8n$ ga teng (3-rasm).

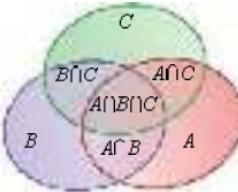


3-rasm.

18 dan 28 gacha bo'lgan sonlar orasida 8 ga karralisi son yagonadir, u 24 ga teng. Demak, $8n = 24$ va sinfdagi o'quvchilar soni 26 ga teng. ■

Yuqorida bayon qilingan ikkita to'plam uchun kiritish-chiqaresh formulasini chekli sondagi istalgan chekli to'plamlar uchun umumlashdirish mumkin.

Masalan, uchta chekli A, B, C to'plamlar uchun ham $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ kiritish-chiqaresh formulasi o'rinali ekan (4-rasm).



4-rasm.

5-masala. 100 nafar sayyohdan 42 nafari ingliz tilini, 30 nafari nemis tillarini, 28 nafari esa fransuz tilini biladi. Ingliz va nemis tillarini 5 nafari sayyoh, ingliz va fransuz tillarini 10 nafari sayyoh, fransuz va nemis tillarini esa 8 nafari sayyoh biladi. 3 nafari sayyoh uchta tilni bilgani ma'lum bo'lsa, sayyohlar ichida nechtasi shu uchta tildan birortasini ham bilmaydi?

□ *1-usul.* Ingliz tilini biladigan sayyohlar to'plamini A deb, fransuz tilini biladigan sayyohlar to'plamini F deb, nemis tillini biladigan sayyohlar to'plamini esa N deb belgilaymiz.

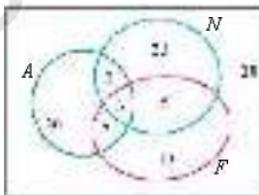
U holda

$$n(A)=42, \quad n(N)=30, \quad n(F)=28, \quad n(A \cap N)=5, \quad n(A \cap F)=10, \quad n(N \cap F)=8, \\ n(A \cap N \cap F)=3.$$

Kamida bitta tilda gaplashadigan sayyohlar soni quyidagicha topiladi: $n(A \cup N \cup F) = n(A) + n(N) + n(F) - n(A \cap N) - n(A \cap F) - n(N \cap F) + n(A \cap N \cap F) = 42 + 30 + 28 - 5 - 10 - 8 + 3 = 80$.

Demak, $100 - 80 = 20$ nafari sayyoh shu uchta tildan birortasini ham bilmaydi.

2-usul. Xuddi shu masalani Eyler diagrammasi yordamida yechaylik (5-rasm).



5-rasm.

3 nafari sayyoh uchta tilni bilgani uchun faqat ingliz va nemis tillarini biladiganlar soni (ya'ni ular fransuz tilini bilmaydi) $5 - 3 = 2$, faqat ingliz va fransuz tillarini biladiganlar soni $10 - 3 = 7$, faqat fransuz va nemis tillarini biladiganlar soni esa $8 - 3 = 5$ ga teng.

Faqat ingliz tilini $42 - (2 + 3 + 7) = 30$, faqat nemis tilini $30 - (2 + 3 + 5) = 20$, faqat fransuz tilini $28 - (3 + 5 + 7) = 13$ nafari sayyoh biladi. Shu uchta tildan birortasini ham bilmaydiganlar soni $100 - (2 + 3 + 5 + 7 + 13 + 20 + 30) = 20$ ga teng. ■

6-masala. 1 dan 16 500 gacha natural sonlar orasida:

- a) 5 ga bo'linmaydigan;
- b) 5 ga ham, 3 ga ham bo'linmayadigan;
- d) 5 ga ham, 3 ga ham, 11 ga ham bo'linmaydigan sonlar nechta?

□ a) 5 ga bo'linadigan sonlar soni. $\frac{16\ 500}{5}=3\ 300$. Demak, 5 ga bo'linmaydigan sonlar soni $16\ 500 - 3\ 300 = 13\ 200$.

b) 3300 ta son 5 ga bo'linadi. Xuddi shunday $16\ 500 : 3 = 5\ 500$ ta son 3 ga bo'linadi. Shulardan $16\ 500 : 15 = 1\ 100$ ta son 15 ga, ya'ni ham 5 ga, ham 3 ga bo'linadi. Kiritish-chi qarish formulasiga ko'ra 5 yoki 3 ga bo'linadigan sonlar soni $3\ 300 + 5\ 500 - 1\ 100 = 7\ 700$ ga teng. Demak, 5 ga ham, 3 ga ham bo'linmaydigan sonlar soni $16\ 500 - 7\ 700 = 8\ 800$ ga teng.

d) 11 ga $16\ 500 : 11 = 1\ 500$ ta son bo'linadi. 5 ga va 11 ga bo'linadigan sonlar $16\ 500 : 55 = 300$ ta, 3 ga va 11 ga bo'linadigan sonlar esa $16\ 500 : 33 = 500$ ta. 3, 5 va 11 ga bo'linadigan sonlar $300 : 3 = 100$ ta bo'lgani uchun, kiritish-chi qarish formulasiga ko'ra, yo 3, yo 5, yo 11 ga bo'linadigan sonlar $5\ 500 + 3\ 300 + 1\ 500 - 1\ 100 - 500 - 300 + 100 = 8\ 500$ ga teng.

Shu sonlardan birortasiga ham bo'linmaydigan sonlar soni $16\ 500 - 8\ 500 = 8\ 000$ ga teng.

Javob: a) 13 200; b) 8 800; c) 8 000. ■

7-masala. Yuzi $6\ m^2$ bo'lgan xona poli uchta bir xil gilamlar bilan to'shalgan. Har bir gilam yuzi $3\ m^2$ ga teng. Qandaydir ikkita gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi $1\ m^2$ dan kam emasligini isbotlang.

□ Masalaning sharti bajarilmasin. U holda birinchi va ikkinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi $1\ m^2$ dan kam. Shuning uchun bu gilamlarning ikkalasi $3+3-1=5\ (m^2)$ maydonni qoplayapti. Uchinchi va birinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi $1\ m^2$ dan kam. Xuddi shunday, uchinchi va ikkinchi gilamlar qoplagan maydonning umumiy yuzi $1\ m^2$ dan kam. Demak, yuzi $1\ m^2$ dan katta maydon faqat uchinchi gilam bilan qoplangan. Uchala gilam bilan qoplangan maydonning yuzi $5+1=6\ (m^2)$ dan katta. Bu yuz xona yuzidan katta bo'lgani uchun ziddiyatga keldik. ■

8-masala. ABC uchburchakning har bir tomoni 8 ta teng kesmalarga bo'lingan. Uchlari bo'linish nuqtalarda bo'lgan (bunda A , B , C nuqtalar shu uchburchaklar uchlari bo'la olmaydi) hamda hech qanday tomoni ABC uchburchak tomonlariga parallel bo'lmagan uchburchaklar nechta?

□ N_a deb tomonlaridan biri BC tomonga parallel bo'lgan uchburchaklar sonini belgilaymiz. Xuddi shunday, N_b , N_c , $N_{a,b}$, $N_{b,c}$, $N_{a,c}$ va $N_{a,b,c}$ sonlar aniqlanadi. N soni barcha uchburchaklar soni bo'lsin. U holda $N=7^3$, $N_a=N_b=N_c=7^2$, $N_{a,b}=N_{b,c}=N_{a,c}=7$, $N_{a,b,c}=1$. Kiritish-chiqarish formulasiga ko'ra, izlanayotgan son $7^3-3 \cdot 7^2+3 \cdot 7-1=6^2$ ga teng. ■

Mashqlar

1. Sinfda barcha o'quvchilar yo matematikaga, yo biologiyaga qiziqadi. Matematikaga qiziqadiganlar soni 15 ta, biologiyaga qiziqadiganlar soni – 20 ta, ham matematikaga, ham biologiyaga qiziqadiganlar soni 10 ta bo'lsa, sinfda nechta o'quvchi o'qiydi?
2. Yozgi oromgohda 70 nafar bola dam olmoqda. Ulardan 27 nafari teatr to'garagiga, 32 nafari ashula to'garagiga, 22 nafari esa sport to'garagiga qatnashmoqda. Teatr to'garagida 10 nafar ashulachi va 8 nafar sportchi, ashula to'garagida 6 nafar sportchi; 3 nafar sportchi ham teatr, ham ashula to'garagiga qatnashadi. Hech qaysi to'garakga qatnashmaydigan bolalar soni nechta?
3. 1 dan 1 000 gacha bo'lgan natural sonlar orasida: a) 3 ga b) 5 ga; d) 15 ga bo'linadigan; e) 3 ham, 5 ga ham bo'linmaydigan sonlar nechta?
4. 1 dan 1 000 000 gacha bo'lgan natural sonlar orasida na to'la kvadrat, na to'la kub, na to'la to'rtinch daraja bo'limgan sonlar nechta?
5. Ko'p qavatlari uyda yashayotgan o'quvchilardan: 25 nafari shaxmat o'ynaydi, 30 nafari Toshkentda bo'lgan, 28 nafari samolyotda uchgan. Samolyotda uchganlar orasida 18 nafari shaxmat o'ynaydi, 17 nafari esa Toshkentda bo'lgan. 16 nafar o'quvchi shaxmat o'ynaydi va Toshkentda bo'lgan, shular ichida 15 nafari samolyotda uchgan. Po'lat uyda 45 nafar bola borligini aytmoqda. U xato qilmadimi?
6. 1 dan 33 000 gacha bo'lgan natural sonlar orasida 3 ga ham, 5 ga ham bo'linmaydigan, ammo 11 ga bo'linadigan sonlar nechta?
7. 250 nafar o'quvchi imtihon topshirgan. Shulardan 180 nafari 5 bahodan pastroq baho olgani, ammo 210 nafari 2 bahodan yuqoriroq baho olgani ma'lum bo'lsa, nechta o'quvchi 3 va 4 baho olgan?

8. Maktab futbol jamoasida 18 nafar hujumchi, 11 nafar yarim-himoyachi, 17 nafar himoyachi va darvozabonlar bor. Shulardan 3 naafari hujumda va himoyada, 10 naafari himoyada va yarim-himoyada, 6 naafari hujumda va yarimhimoyada, bir naafari esa hujumda, himoyada va yarimhimoyada o'ynay oladi. Darvozabonni hech kim almashtira olmaydi. Jamoada nechta darvozabon bor?



De Morgan qonunlari. Masalalar yechish

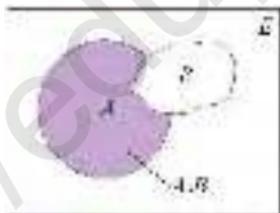
Qaralayotgan barcha A, B, C, \dots to'plamlar biror E to'plamning (uni *universal to'plan* deb ataymiz) qism to'plamlari deb faraz qilamiz. Eyler diagrammalarida biz E to'plamni to'g'ri to'rtburchak shakli da tasvirlaymiz.

A, B to'plamlar E to'plamning ixtiyoriy qism to'plamlari bo'slsin: $A \subset E, B \subset E$.



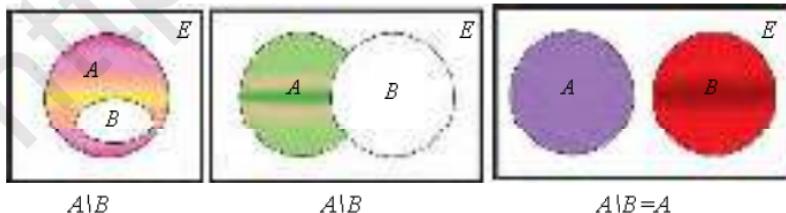
A va *B* to'plamning **ayirmasi** deb, *A* to'plamga tegishli, ammo *B* to'plamga tegishli bo'lgagan barcha elementlar to'plamiga aytildi.

Bu to'plamni $A \setminus B$ deb belgilaymiz (1-rasm).



1-rasm.

Quyida (2-rasm) A, B to'plamlar orasida turli munosabat bo'lганда $A \setminus B$ to'plam sxematik tarzda tasvirlangan:



2-rasm.

Mashq. Yuqoridagi hollarni tushuntiring. A, B to'plamlar qanday munosabatlarda?

1-masala. $A=\{4, 5, 7, 8, 9\}$, $B=\{2, 5, 6, 7, 9\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin.

$B \setminus A$ va $A \setminus B$ ayimalarni toping.

\square 5, 7 va 9 sonlari A va B to'plamlarga tegishli. $B \setminus A$ ni to'pish uchun A ga tegishli bo'lgan 5, 7 va 9 sonlarini B to'plamdan „chiqarib tashlab“, qolgan sonlarni qoldiramiz. Demak, $B \setminus A=\{2, 6\}$. Xuddi shunday, $A \setminus B =\{4, 8\}$ ekanligini topamiz. ■

2-masala. $A=\{2, 5, 6, 7, 9\}$, $B=\{1, 3, 4, 8\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin.

$B \setminus A$ va $A \setminus B$ ayimalarni toping.

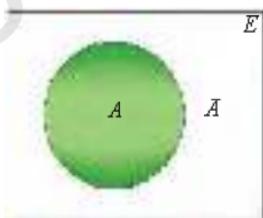
$\square A \setminus B =\{2, 5, 6, 7, 9\}=A$, $B \setminus A =\{1, 3, 4, 8\}=B$. ■

3-masala. A to'plam [1, 3] kesma bo'lsin, B to'plam [2, 4] kesma bo'lsin. U holda $A \setminus B$ to'plam [1, 2) oraliq, $B \setminus A$ to'plam esa (3, 4] oraliq bilan ustma-ust tushadi.

4-masala. A to'plam tekislikdagi to'g'ri to'rtburchaklar to'plami, B – romblar to'plami bo'lsin. U holda $A \setminus B$ to'plam kvadrat bo'lmagan to'g'ri to'rtburchaklar to'plami, $B \setminus A$ to'plam esa burchaklari turlichalbo'lgan romblar to'plami bo'ladidi.

A to'plamning (universal E to'plamiga cha) to'ldiruvchisi deb, A to'plamga tegishli bo'lmagan barcha elementlar to'plamiga aytildi.

Bu to'plamni \bar{A} deb belgilaymiz (3-rasm).



3-rasm.

Boshqacha aytganda, A to'plamning \bar{A} to'ldiruvchisi deganda A to'plamga tegishli bo'lmagan, ammo universal E to'plamga tegishli barcha elementlar to'plami, ya'ni E/A to'plam tushuniladi.

Masalan, universal E to'plam – butun sonlar Z to'plami, A to'plam esa manfiy butun sonlar to'plami bo'lsa, u holda A to'plamning E to'plamgacha \bar{A} to'ldiruvchi $N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, \dots\}$ to'plam bo'ladidi.

Xuddi shunday, agar E to'plam – natural sonlar to'plami N bo'lsa, A – to'plam esa juft sonlar to'plami bo'lsa, u holda \bar{A} to'ldiruvchi toq sonlar to'plami bo'ladi.

Ravshanki, ixtiyoriy A to'plam uchun $A \cap \bar{A} = \emptyset$, $A \cup \bar{A} = E$ munosabatlar o'rini.

De Morgan qonunlari

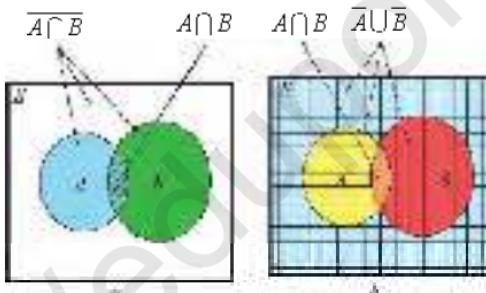
A , B to'plamlar E to'plamning ixtiyoriy qism to'plamlari bo'lsin.

U holda De Morgan qonunlari deb ataladigan ushbu tengliklar o'rini:

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B},$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B};$$

□ Biz $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ tenglik o'rini ekanligiga Eyler diagrammlari yordamida ishonch hosil qilaylik.



4- rasm.

4-a rasmda shtrixlangan soha $A \cap B$ kesishmani, E to'g'ri to'rtburchakning shtrixlanmagan qismi esa uning $\overline{A \cap B}$ to'ldiruvchisini bildiradi.

4-b rasmda to'g'ri to'rtburchakning vertikal va gorizontal chiziqlar bilan shtrixlangan sohalari, mos ravishda, \bar{A} va \bar{B} to'plamlarni bildiradi. Bu holda $\overline{A \cup B}$ to'plam ko'rsatilgan usullardan kamida bini bilan shtrixlangan sohani bildiradi. Ko'riniib turibdiki, bu soha 4-a rasmda tasvirlangan E to'g'ri to'rtburchakning shtrixlanmagan qismi bilan ustma-ust tushadi. Bu esa $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ tenglik o'rini ekanligini bildiradi. ■

Topshiriq. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ tenglik o'rini ekanligiga Eyler diagrammlari yordamida ishonch hosil qiling.

Mashqlar

1. To'plamlardan qaysi biri boshqasining qism to'plami bo'ladi (a-d):
- a) A — umurtqali hayvonlar to'plami;
B — barcha hayvonlar to'plami;
C — barcha bo'rilar to'plami;
D — barcha sutevizuvchilar to'plami;
E — barcha yirtqich sutevizuvchilar to'plami.
 - b) A — barcha trapetsiyalar to'plami;
B — barcha to'g'ri to'rburchaklar to'plami;
C — barcha to'rburchaklar to'plami;
D — barcha kvadratlar to'plami;
E — barcha parallelogrammlar to'plami;
F — barcha ko'pburchaklar to'plami.
 - d) A — butun sonlar to'plami;
B — juft sonlar to'plami;
C — toq sonlar to'plami;
D — 3 ga karrali sonlar to'plami;
E — 6 ga karrali sonlar to'plami;
F — bir vaqtida 2 va 3 ga karrali sonlar to'plami.
2. a) $A = \{3; 7\}$, $B = \{1; 8\}$;
b) $A = [0; 5]$, $B = [5; 8]$;
d) $A = (-\infty; +\infty)$, $B = (-1; 9)$

bo'lsin. $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ to'plamlarni toping. Mos rasmlar chizing.

3. a) $A = [-11; 4]$; $B = (2; 8]$;
b) $A = [2; 7]$; $B = (8; 12]$;
d) $A = (-\infty; 5]$; $B = (1; +\infty]$
- bo'lsin. $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ to'plamlarni toping. Mos rasmlar chizing.
4. Universal $E = [0; 1]$ to'plamda: a) $\{0; 1\}$ b) $(1/4; 1/2)$; d) $(0; 1/2]$;
e) $\{0\} \cup [3/4; 1)$ to'plamlarning to'diruvchilarini toping.
5. X va Y to'plamlar A, B, C to'plamlar yordamida quyidagicha aniqlangan bo'lsin:

- a) $X = A \cup (B \setminus C)$, $Y = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$;
 b) $X = (A \cap B) \setminus C$, $Y = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
 d) $X = A \setminus (B \cup C)$, $Y = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

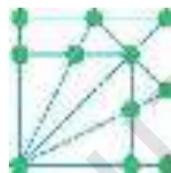
Eyler diagrammalari yordamida $X \subseteq Y$, $Y \subseteq X$ yoki $X = Y$ munosabatlar bajarilishi - bajarilmasligini tekshiring.

Amaliy tatbiqiy masalalar

- 185.** Agar bolalarga olmalarni a donadan bersak, b dona olma ortib qoladi. Agar c donadan bersak, d dona olma yetmaydi. Bolalar necha nafar?
- 186.** (Qadimiy masala.) Otaning 5 nafar o‘g‘li va kvadrat shaklidagi 80 tanob yeri bor. Ota o‘g‘illariga yermi bo‘lib berdi: katta o‘g‘ilga 40 tanob, 2-o‘g‘ilga 20 tanob, 3-o‘g‘ilga 10 tanob. Hasan va Husanlarning har biriga 5 tanobdan yer tegdi. Har bir o‘g‘il o‘z yergiga uy qurdi. „Har bir yer maydoni esa bir xil ko‘rinishda bo‘lsin“, – dedi ota. Rasmga qarab o‘g‘ilning yerlari chegaralarini chizing. (Tanob – yer maydonining qadimiy o‘lchov birligi bo‘lib, 1 tanob yer = $900\text{m}^2 = 9$ sotix.)
- 
- 187.** Halima ona yangi uzilgan shaftolilarni laganda o‘g‘illarining xonasiga qo‘ydi. Birinchi o‘g‘il kelib, shaftolilarning uchdan birini yeb chiqib ketdi. Ikkinci o‘g‘il kelib, qolgan shaftolilarning uchdan birini yeb chiqib ketdi. 3-o‘g‘il ham shunday qildi. Keyin uchalasi xonaga bирgalikda kirishdi. Qarashsa, laganda 8 ta shaftoli qolibdi. 1) Dastlab laganda nechta shaftoli bor edi? 2) Har bir o‘g‘il baravar miqdorda shaftoli yeyishi uchun qolgan 8 ta shaftolini qanday bo‘lishib olishlari kerak?
- 188.** (Qadimiy masala.) Alida 3 ta, Valida 5 ta shirin kulcha bor. Solihda bunday kulchalar yo‘q, ammo unda 8 ta bir xil tanga bor. Uchala bola kulchalarni baravar bo‘lib yeyishdi. Solih 8 ta tangani ularga „Shirin kulchalar uchun rahmat“, – deb berdi. Bu tangalarni Ali va Vali qanday bo‘lib olishlari kerak?
- 189.** 4 ta buyum bor: piyola, kosa, stakan, ko‘za. 4 xil ichimlik bor: sut, o‘rik sharbat, limonad va suv. Har bir idishda qaysidir ichimlik bor. Piyolada suv va sut yo‘qligi ma‘lum. Li-

monad solingan idish ko'za va sharbatli idish bilan, stakan esa sutli idish va kosa bilan yonma-yon turibdi. Qaysi idishda qanday ichimlik borligini aniqlang.

190. 1, 2, ..., 10, 11 sonlarni rasmdagi doirachalarga shunday qo'yingki, 10 ta kesmaning har biridagi uchta son yig'indisi o'zaro teng bo'lsin.
191. Temperatura Kelvin, Selsiy, Farengeyt shkalalari bo'yicha o'lchanishi mumkin. Kelvin shkalasi bo'yicha temperatura Selsiy shkalasi bo'yicha temperatura bilan $t^{\circ}\text{K} = t^{\circ}\text{C} + 273^{\circ}$ formula bilan bog'langan. Selsiy shkalasidan Farengeyt shkalasiga o'tish esa $t^{\circ}\text{F} = 1,8t^{\circ}\text{C} + 32^{\circ}$ formula bilan ifodalanadi. Kelvin shkalasidan Farengeyt shkalasiga o'tish formulasini toping.
192. Stol ustida 8 ta bir xil stakanda suv bor. Ixtiyoriy 2 ta stakanни olib, ulardagi suvni biridan ikkinchisiga quyib, suv miqdorini tenglashtirishga ruxsat etiladi. Bu amaliyat yordamida hamma stakanlardagi suv miqdorini o'zaro tenglashtirish mumkinligini isbotlang.



VI BOB. KOMBINATORIKA ELEMENTLARI

◆ ◆ ◆ 1-§. Kombinatorikaning asosiy qoidalari ◆ ◆ ◆

Kombinatorikaning asosiy savoli – „qancha?“, asosiy masalasi esa berilgan chekli sondagi obyektlarning u yoki bu shartga bo'y sunuvchi har xil kombinatsiyalarini sanashdir.

1-masala. Kitob javonida matematikadan 4 ta va chet tilidan 3 ta kitob turibdi. Javondan bitta kitobni necha usulda tanlash mumkin?

□ Matematikadan kitobni 4 ta usulda, chet tilidan kitobni esa 3 ta usulda tanlash mumkin.

Ravshanki, javondan bitta kitobni tanlash 4 $3 \cdot 7$ usulda amalga oshirilishi mumkin.

Javob: 7 ta usul. ■

Ummiy holda quyidagi tasdiq o'tinli:

Qo'shish qoidasi. A obyekt n ta usul bilan, B obyekt esa m ta usul bilan tanlanishi mumkin bo'lsa, u holda A yoki B obyektni $m+n$ ta usul bilan tanlanishi mumkin.

Qo'shish qoidasini to'plamlar yordamida ifodalaymiz.

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ – ikkita to'plam berilgan bo'lsin. (Ular ustma-ust tushishi ham mumkin.)

Qo'shish qoidasi. A to'plamdan bitta elementni yoki B to'plamdan bitta elementni tanlash usullari soni $n(A) + n(B)$ ga teng.

2-masala. „Kombinatorika“ so'zidan bitta unli yoki undosh harf tanlash imkoniyallari sonini aniqlang.

□ „Kombinatorika“ so'zida 3 ta turli unli ($A = \{o, i, a\}$) va 6 ta turli undosh ($B = \{k, m, b, n, t, r\}$) harflar bo'lgani bois, qo'shish qoidasiga ko'ra bitta unli yoki undosh harf tanlash imkoniyatlari soni $3 \cdot 9 = 12$ ga teng. **Javob:** 12 ta imkoniyat. ■

Bu qoidani bir necha element uchun ham qo'llash mumkin.

3-masala. Sotuvda 3 ta qizil, 2 ta sariq va 4 ta oq atirgul bo'lsa, bitta atirgulni necha usul bilan sotib olish mumkin?

Qo'shish qoidasiga ko'ra $3+2+4=9$ imkoniyat mavjud.

Javob: 9 ta usul. ■

4-masala. a) A shahardan B shaharga 4 ta yo'l olib boradi. Avtomobil haydovchisi B shaharga borib, so'ng A shaharga qaytmoqchi. Buni necha usulda amalgalish mumkin?

b) Agar A shahardan B shaharga borish va A shaharga qaytish har xil yo'llar bilan amalgalish mumkin, javob qanday o'zgaradi?

a) Haydovchi A shahardan B shaharga 4 usulda borishi mumkin. B dan A shaharga qaytishlar soni har bir usul uchun 4 ga teng. Demak, jami orqaga qaytishlar soni $4+4+4+4-4=16$ bo'ladi.

b) Haydovchi A shahardan B shaharga 4 usulda borishi mumkin. B dan A ga kelgan yo'ldan ketmasdan boshqa yo'l bilan orqaga qaytishlar soni endi 3 ga teng bo'ladi. Demak, jami orqaga qaytishlar soni $4 \cdot 3=12$ ga teng.

Javob: 12 ta usul. ■

5-masala. 3 ta shimga 2 ta ko'ylik bo'lsa, ularidan foydalaniib, necha usul bilan kiyinish mumkin?

Har bir shimga 2 ta ko'ylik mos bo'lganligi bois, ularidan foydalaniib, 6 ta usul bilan kiyinish mumkinligi ravshan. ■

Bu masalalarni yechish jarayonida quyidagi qoidadan foydalandik.

Ko'paytirish qoidasi. Agar A element dastlab m ta usul bilan, undan keyin esa B element n ta usul bilan tanlanishi mumkin bo'lsa, u holda A va B juftlik mn ta usul bilan tanlanishi mumkin.

Bu qoidani quyidagicha ham ifodalash mumkin:

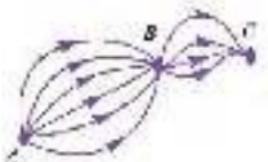
Ko'paytirish qoidasi. A to'plamidan bitta elementni, undan keyin esa B to'plamidan bitta elementni tanlash usullari soni $n(A)n(B)$ ga teng.

Bu qoidaning o'rini ekanligiga ishonch hosil qilish uchun ikkita elementlardan tashkil topgan barcha juftliklarni jadval ko'rinishida yozish kifoya:

$$\begin{aligned}
 & ab_1, \quad ab_2, \quad ab_3, \quad \dots, \quad ab_m \\
 & a_2b_1, \quad a_2b_2, \quad a_2b_3, \quad \dots, \quad a_2b_m \\
 & \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 & a_nb_1, \quad a_nb_2, \quad a_nb_3, \quad \dots, \quad a_nb_m
 \end{aligned}$$

6-masala. Schrli mamlakatda uchta shahar bor: A , B va C . A shahardan B shaharga 6 ta yo'l, B shahardan C shaharga esa 4 ta yo'l boradi (1-rasm). A shahardan C shaharga necha usulda borsa bo'ladı?

Javob: $24 = 6 \cdot 4$ ta yo'l.



1-rasm.



2-rasm.

7-masala. Sehrli mamlakatda to'rtta shahar bor: A , B , C va D . A shahardan B shaharga 6 ta yo'l boradi, B shahardan C shaharga esa 4 ta yo'l (2-rasm).

A shahardan D shaharga 2 ta yo'l, D shahardan C shaharga ham 2 ta yo'l boradi. A shahardan C shaharga necha usulda borsa bo'ladı?

Ikkita holatni qaraymiz: yo'l B shahardan o'tadi va yo'l D shahardan o'tadi. Birinchi holda A shahardan C shaharga $6 \cdot 4 = 24$ ta usulda, ikkinchi holda esa $2 \cdot 2 = 4$ ta usulda borsa bo'ladı. Jami bo'lib $24 + 4 = 28$ ta usul mavjud.

Javob: 28 ta usul. ■

8-masala. Alisherda 4 ta qizil qalam, 3 ta qora qalam va 2 ta yashil qalam bor.

a) Bittadan qizil va qora qalamlarini necha usulda tanlash mumkin?

- b) Turli rangdagi uchta qalamni necha usulda tanlash mumkin?
- d) Turli rangdagi ikkita qalamni necha usulda tanlash mumkin?

a) Dastlab bitta qizil qalamni tanlaymiz. Unga juft qilib uchta qora qalamdan ixtiyorisini olishimiz mumkin. Jami 4 ta qizil qalam bo'lgani sababli turli juftliklar soni 12 ($12 = 4 \cdot 3$) ga teng.

b) Oldingi masaladagi 12 ta (qizil qalam, qora qalam) juftliklardan ixtiyorisini tanlaymiz. Turli rangdagi uchta qalam uchilari-

ni hosil qilish uchun har bir juftlikka yashil qalamni 2 ta usulda qo'shish mumkin. Shuning uchun barcha uch xil rangdagi qalamlar uchliklari soni $24 = 12 \cdot 2 = 4 \cdot 3 \cdot 2$ ga teng.

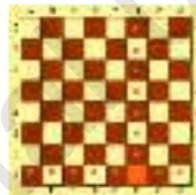
d) Uchta holat (juftlik) bo'lishi mumkin: qizil qalam va qora qalam; qizil qalam va yashil qalam; yashil qalam va qora qalam.

Har bir holat uchun juftliklar soni oson topiladi (birinchisida – 12 ta, ikkinchisida – 8 ta, uchinchisida – 6 ta). Hammasiini qo'shib chiqsak, barcha variantlar sonini topamiz: 26 ta.

Javob: a) 12; b) 24 ; d) 26. ■

9-masala. Shaxmat taxtasida bitta gorizontal va vertikal chiziqda yohinagan qora va oq kvadratlarni necha usulda tanlasak bo'ladi?

□ Oq kvadratni 32 ta usulda tanlab, tegishli qator va ustunni o'chiramiz. Taxtaning qolgan qismida $32 - 8 - 24$ ta qora kvadrat bor (3-rasm). Demak, jami $32 \cdot 24 = 768$ ta tanlash usuli mavjud. ■



3-rasm.

10-masala. Savatda 12 ta olma va 10 ta apelsin bor. Voris undan dastlab yo olmani, yo apelsinni olyapti, so'ng Nodira olma bilan birga apelsinni olyapti. Nodirada qachon imkoniyatlar ko'proq bo'ladi, Voris olma olgandami yo apelsin olgandami?

□ $11 \cdot 10 = 12 \cdot 9$ bo'lgani uchun olma olinganda imkoniyatlar ko'proq. ■

8(b)-masalaga ko'ra, ko'paytirish qoidasini bir necha obyekt uchun ham qo'llash mumkin.

A_1, A_2, \dots, A_k to'plamlari berilgan bo'lsin. Dastlab A_1 dan bitta obyektni, so'ng A_2 dan bitta obyektni, ..., va oxirida A_k dan bitta obyektni tanlash usullari soni $n(A_1)n(A_2)\dots n(A_k)$ ko'paytmaga teng.

11-masala. Barcha raqamlari juft bo'lgan besh xonali sonlar nechta?

□ Besh xonali sonning raqamlarini 5 ta ketma-ket o'ringa qo'yamiz. Birinchisi o'ringa 4 ta raqam qo'ysa bo'ladi: 2, 4, 6 yoki 8. Ikkinci o'ringa beshta raqam qo'ysa bo'ladi: 0, 2, 4, 6 yoki 8. Uchinchi, to'rtinchi va besinchisi o'rinalarga ham shu beshta raqam qo'ysa bo'ladi: 0, 2, 4, 6 yoki 8. Demak, jami o'rinalarni to'ldirishda $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500$ usul mavjud. Barcha raqamlari juft bo'lgan besh xonali sonlar 2500 ta. ■

12-masala. Do'konda 7 ta tur pidjak, 5 ta tur shim va 4 ta tur galstuk sotilmoqda. Pidjak, shim va galstukdan iborat jamlanmani necha usul bilan sotib olsa bo'ladi?

Pidjak tanlangan deb faraz qilamiz (buni 7 ta usul bilan qilsa bo'ladi). Pidjakka 5 ta usul bilan shim tanlaysiz. Jami pidjak-shim juftligini $7 \cdot 5$ usulda tanlasa bo'ladi. Bu juftlikka 4 ta usulda galstukni sotib olishimiz mumkin. Demak, pidjak, shim va galstukdan iborat jamlanmani $7 \cdot 5 \cdot 4 - 140$ usul bilan sotib olsa bo'ladi. ■

Mashqlar

1. „Matbuot tarqatuvchi“ do'konida 5 ta tur konvert va 4 ta tur marka sotilmoqda. Konvert bilan markani necha usulda sotib olishimiz mumkin?
2. Doskada 7 ta ot, 5 ta fe'l va 2 ta sifat yozilgan. Gap tuzish uchun har bir so'z turkumidan bittasini olish kerak. Buni necha usulda amalgalarga oshirsa bo'ladi?
3. Ikkita o'quvchida 20 tadan ruchka va 10 tadan qalam bor. Ular ruchkani ruchkaga yoki qalamni qalamga almashtirishga tayyor. Ular almashtirishlarni necha usulda amalgalarga oshira oladilar?
4. Sinfda 10 ta fan o'qitiladi. Dushanba kuni 4 ta dars, ammo ular turli bo'lishi kerak. Dushanba kuniga dars jadvalini necha usulda tuzish mumkin?
5. „TANLOV“ so'zidan bitta unli va bitta undosh harflarni necha usulda tanlash mumkin?
6. a) Agar oltita turli rangli mato bor bo'lsa, bir xil kenglikdagi gorizontal yo'lli uch xil rangli bayroqni necha usulda tiksa bo'ladi?
b) Bayroq ikki rangli ham bo'lishi mumkin, ammo bir xil rangli yo'llar yonma-yon turishi mumkin emas.
7. 2×2 o'lehamidagi katak jadvalning har bir katagini yo'qora, yo'q rangga bo'yash mumkin. Bu jadvalni bo'yashning necha xil usuli mavjud?
8. 5, 6, 7, 9 raqamlaridan, ularni takrorlamasdan, mumkin bo'lgan barcha 4 xonali sonlarni tuzing va o'sish tartibida yozib chiqing. Ular necha ekan?

- 0, 1, 2, 3 raqamlaridan, ularni takrorlamasdan, mumkin bo'lgan barcha 4 xonali sonlarni tuzing. Ular nechta ekan? Ularni kamayish tartibida yozib chiqing.
- 20 sonini 1,2,5 raqamlar orqali necha xil usulda tasvirlash mumkin? Hamma usullarni yozib chiqing.

2-§. O'tin almashtirish. Guruhlash. Amaliy-tatbiqi mashqlar

Amaliy topshiriqlar

Lotin alifbosidagi harflar yozilgan 31 dona kartochkani qutiga soling.

1-topshiriq. Shu 31 ta kartochkadan bittadan ketma-ket k ta (masalan, $k=5$) kartochkani tanlab, bir qatorga tartib bilan joylashtirish kerak. Harflarning joylashish tartibi muhim.

Bu holda kartochkani tanlash uchun necha usul mavjud? Ikkinci kartochkani tanlash uchun-chi?

5 ta kartochkani shunday tanlab olish imkoniyatlari nechaga teng deb o'ylaysiz?

2-topshiriq. Endi 31 ta kartochkadan bir vaqtida k ta kartochka tanlab bir qatorga joylashtirish kerak. Harflarning joylashish tartibi muhim emas.

k ta kartochkani shunday tanlab olish imkoniyatlari nechaga teng deb o'ylaysiz? Aniqlik uchun, $k=5$ bo'lsin.

Endi harflar to'plami o'rniga $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ixtiyoriy to'plamni qaraylik.

*Shu n ta elementdan bittadan ketma-ket k ta elementni tanlab olib, bir „qatorga“ tartib bilan joylashtirsak, hosil bo'lgan $(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k})$ ketma-ketlik **n ta elementdan k tadan takrorsiz o'rinalashtirish** deb ataladi.*

Bunday o'rinalashtirishlar soni A^k deb belgilanadi (o'qilishi: „ A endan ka bo'yicha“). Bu sonni topish uchun quyidagicha ish tutamiz.

Birinchisi elementni tanlash uchun n ta usul, ikkinchi elementni tanlash uchun $n-1$ ta usul, uchinchi elementni tanlash uchun $n-2$ ta usul va h.k., oxirgi, k -elementni tanlash uchun $n-k+1$ ta usul

mavjud. Demak, ko'paytirish qoidasiga ko'ra

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

formula o'rinni bo'ldi.

1-masala. „Zakovat“ jamoasida 6 nafar o'yinchilardan 5 nafar o'yinchilardan tayinlash mumkin.

a) Jamoa sardori va uning o'rinnibosari, b) jamoa sardori, uning birinchi o'rinnibosari, uning ikkinchi o'rinnibosari necha usulda tayinlanishi mumkin?

□ a) Sardor etib jamoaning 6 nafar o'yinchisidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Sardorning yordamchisi etib qolgan 5 nafar o'yinchidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Shuning uchun jamoa sardori va uning yordamchisi $6 \cdot 5 = 30$ usulda tayinlanishi mumkin.

b) Jamoa sardori va uning birinchi yordamchisini 30 usulda tayinladik. Ikkinechi yordamchi etib qolgan 4 nafar o'yinchidan ixtiyoriysini tayinlashi mumkin. Shuning uchun jamoa sardori, uning birinchi yordamchisi, uning ikkinchi yordamchisi $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ usulda tayinlanishi mumkin. ■

2-masala. Orifda beshta shar bor: qizil, yashil, sariq, ko'k va yaltiroq. Agar har bir archani aynan bitu shar bilan bezash mumkin bo'lsa, Orif beshta archani necha usulda bezashi mumkin?

□ Birinchi archani 5 ta shardan ixtiyoriy bittasi bilan, ikkinchi archani qolgan 4 ta shardan ixtiyoriy bittasi bilan va hokazo, bezash mumkin. Jami $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ ta usul. ■

3-masala. Poyezd 9 ta vagondan iborat. 4 nafar yo'lovchini shu vagonlarga shunday joylashtirish kerakki, bunda hech qanday ikkiasi bir vagonda bo'lmagligi kerak. Buni necha usul bilan amalga oshirish mumkin?

□ 4 ta yo'lovchilarning barchasi har xil vagonlarda bo'lishi zarur ekanlididan, mavjud 9 ta vagondan 4 tasining tartibini inobatga olgan holda (chunki ular nomeri bilan farqlanadi) tanlab olishimiz kerak.

Bu esa 9 ta elementdan 4 tadan takrorsiz o'rinnlashtirish degani.

Demak, jami $A_9^4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ ta usul bor. ■



Agar $k - n$ bo'lsa, u holda n ta elementdan n tadan takrorsiz o'rinnlashtirish ***o'rinn almashitirish*** deyiladi.

Bunday o'rinn almashitirishlar soni 1 dan n gacha barcha natural sonlar ko'paytmasi $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ga teng.

$n!$ belgi „en faktorial“ deb o'qiladi.

4-masala. 1, 2, 3 raqamlaridan tuzish mumkin bo'lgan uch xonalil sonlar necta (raqamlar takrorlanmasin)?

□ Birinchi o'ringa uchta raqamdan ixtiyorisi qo'yish mumkin. Ikkinci o'ringa qolgan ikkita raqamdan ixtiyorisi va uchinchi o'ringa eng oxirgi raqamni qo'yish mumkin. Demak, jami $3 \cdot 2 \cdot 1 - 3!$ ta son. ■

5-masala. 6 nafar o'quvchi navbatga necha usul bilan turishi mumkin?

□ Birinchi o'rinda 6 nafar o'quvchidan ixtiyorisi turishi mumkin. Ikkinci o'rinda qolgan 5 nafar (birinchi o'rinda turgan o'quvchidan qolganları), 3-o'rinda qolgan 4 nafar o'quvchidan ixtiyorisi,..., oxirgi o'rinda faqat bir nafari turishi mumkin. Jami $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$ ta usul. ■

6-masala. 5 nafar yigitni va 5 nafar qizni bir qatorga necha usul bilan o'tqazishli mumkin, bunda ikki nafar yigit yoki ikki nafar qiz yonma-yon o'tirishi mumkin emas.

□ Joylarni quyidagicha nomerlaymiz:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Toq joylarga yigitlarni o'tqazamiz. Bunday o'rin almashtirishlar soni $5!$ ga teng. Shunday joylashtirishga qizlarni $5!$ ta o'rin almashtirishlar mos. Demak, bu holda joylashtirishlar soni $5! \cdot 5!$ ga teng. Xuddi shunday, yigitlarni juft joylarga o'tqazganimizda joylashtirishlar soni $5! \cdot 5!$ ga teng bo'ladi.

Javob: $2 \cdot 5! \cdot 5! = 28800$ ■

7-masala. 30 nafar o'quvchisi bor sinfda fan olimpiadasida qatnashish uchun 3 nafar o'quvchidan tarkib topgan jamoani tanlab olishimiz kerak. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin?

□ Birinchi o'quvchini 30 ta usulda, ikkinchi o'quvchini qolgan 29 nafar o'quvchidan 29 ta usulda, uchinchi o'quvchini esa 28 usulda tanlasak bo'ladi. Demak, $30 \cdot 29 \cdot 28$ variant paydo bo'ldi. Animo har qanday jamoa bunday sanashida bir necha marta sanaldi: bitta uchlik turli usulda tanlanishi mumkin, masalan, dastlab *A*, so'ng *B*, undan keyin *C* yoki dastlab *C*, so'ng *A*, undan keyin *B* va h.k.

Uchta elementdan o'rin almashtirishlar soni $3!$ ga teng bo'lgani bois, har bir jamoa 6 marta sanaldi. Jami $(30 \cdot 29 \cdot 28)/6 = 4060$ ta usulni hosil qilamiz. ■



$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, to 'planning ixtiyoriy $(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k})$ qism
to 'plami **n ta elementdan olingan k ta elementti guruh** deyiladi.

n elementdam olingan k ta elementli guruhlar soni C_n^k deb belgilanadi (o'qilishi: „se en dan ka bo'yicha“). Shu son

$$C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k(k-1)\dots2\cdot1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

formula yordamida hisoblanadi.

8-masala. Duradgorlar brigadasida 15 nafar ishlchi bor. Ko'p qavallli uyning eshluklarini qo'yish uchun 3 nafar duradgorni tanlash zarur. Har bir duradgor bu topshiriqni bajarishga layoqatli bo'lsa, bunday tanlash imkoniyatlari (variantlari) qancha?

□ Guruhlashlar sonini topish formulasidan foydalanamiz. Bu yerda $n=15$, $k=3$ va $C_{15}^3 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$. Demak, 15 nafar duradgorlar orasidan 3 nafarini tanlash imkoniyatlari soni 455 ta ekan. ■

9-masala. 7 nafar kishidan 3 nafar a'zodan iborat ishchi guruhnini necha usulda tanlasa bo'ladi?

□ Uch nafar a'zodan tashkil topgan ishchi guruhnini C_7^3 ta usulda tanlasa bo'ladi. ■

Amaliy topshiriq

O'tgan darsdag'i amaliy topshiriqlarda berilgan tanlashlar sonini topish uchun Microsoft Excel dasturidan foydalanamiz. Buning uchun quyidagi ko'tinishidagi jadvalni tayyorlaymiz:

1-topshiriqdagi o'rinalashtirishlar sonini hisoblashda tugmadan foydalanib, C8 katakka

ПЕРЕКТ (C5; C6)

funksiyanini mos qo'yamiz.

1-topshiriqdagi guruhlar sonini hisoblashda tugmadan foydalanib, C16 katakka

ЧИСЛКОМБ (C13; C14)

funksiyanini mos qo'yamiz. Nalijada jadval quyidagi ko'tinishini oladi:



Mashqlar

11. 9 nafar munosib nomzoddan 4 ta lavozimga munosibini tanlash kerak. Buni necha usulda tanlash mumkin?
12. 30 nafar o'quvchisi bor sinfda „Bilimlar bellashuvi“da qatnashish uchun 2 nafar o'quvchini tanlab olishimiz kerak. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin?
13. Oshxonada 4 ta piyola, 5 ta likopcha va 6 ta choy qoshig'i bor. 3 nafar kishi choy ichishi uchun stolni necha usul bilan bezatish mumkin bo'ladi (har bir kishi bitta piyola, bitta likopcha va bitta qoshiq olishi shart)?
14. 7 ta rangli bo'yodan 4 tasini necha usulda tanlashimiz mumkin?
15. Tekislikda n ta to'g'ri chiziq shunday chizilganki, bunda hech qanday ikkitasi parallel emas, hechi qanday uehtasi esa bitta nuqtadan o'tmaydi. Hosil bo'lgan uchburchaklar nechta?
16. a) 10 elementli to'plamning 4 elementli qism to'plamlari soni bilan shu to'plamning 6 elementli qism to'plamlari sonini solishtiring.
b) 12 elementli to'plamning 5 elementli qism to'plamlari soni bilan shu to'plamning 7 elementli qism to'plamlari sonini solishtiring. Qanday xulosaga keldingiz?
17. Qavariq oltiburchakning uchlarida nechta kesma tutashadi? O'n-burchakning uchlarida chi? n -burchakning uchlarida chi?

18. Qavariq oltiburchakda nechta diagonal bor? O'nburchakda-*chi*? *n*-burchakda-*chi*?
19. Qaysidir qabila alifbosida atigi 4 ta harf bor ekan: *A*, *B*, *U*, *K*. Bu harflar yordamida jami nechta 3 harqli so'zlar tuzish mumkin?



Rost va yolg'on mulohazalar

Tafakkur qonunlari, shakllari va usullarini o'rghanadigan hamda to'g'ri fikr yuritish va xulosa chiqarishni o'rghanadigan fan *mantiq* (*logika*) deb ataladi.

„Logika“ so'zi yunoncha so'z bo'lib, so'z yoki *aqil* degan manolarni anglatadi.

Mantiq fanining asoschisi yunon faylasufi **Aristotel** (Arastu) hisoblanadi. Arastu o'zining „Organon“, „Metafizika“ kabi asanlarida mantiq fan qonunlarini yoritgan. O'tla osiyolik olimlardan **Forobiy** va **Abu Ali ibn Sino** mantiq fanining rivojlanishiga o'z hissalarini qo'shganlar.



Rost yoki yolg'onligi ma'lum bo'lgan darak gap mulohaza deyiladi.

Masalan, „A – unli harf“, „6 soni 9 dan kichik“ – rost mulohazalar. „Oy – Mars sayyorasining yo'ldoshi“ va „Ikki karra ikki beshga teng“ mulohazalar esa yolg'on mulohazalardir.

1-masala. Quyidagi darak gaplar mulohaza bo'ladimi?

1. Har bir mushuk to'rt oyoqqa ega.
2. 2001-yil 1-yanvar kuni seshanba edi.
3. 4 dan kichik bo'lmagan ixtiyoriy juft son ikkita tub son yig'indisidir.
4. Bu mulohaza rost.

1. Bu rost mulohaza. Ayrim uch oyoqli mushuklar haqida o'ylyamasligimiz kerak.

2. Bu darak gap mulohaza bo'ladı. Uning rost-yolg'onligini aniqlash uchun taqvimga murojaat qilsangiz bo'ldi: berilgan mulohaza yolg'on, chunki 2001-yil 1-yanvar kuni dushanba edi.

3. Bu darak gap mulohaza bo'ladı. Ko'rinib turibdiki, xususiy hollarda bu mulohaza rost: $4=2+2$, $8=3+5$, $12=7+5$.

Umumiy holda bu mulohaza Goldbach gipotezasi (Christian Goldbach; 1690–1764-y.y.) deyilib, uning rost-yolg'onligini aniqlash

uchun dunyoning ko‘plab matematiklari urinishgan bo‘lsalar-da, hanuzgacha muammo hal etilmagan.

4. Yo‘q. Bu darak gapning rost-yolg‘onligini aniq aytib bo‘lmaydi agar u rost bo‘lsa, u rost, agar yolg‘on bo‘lsa – yolg‘on. Mantiqda o‘zining rost yo‘ yolg‘onligini tasdiqlaydigan darak gaplar, odatda, qaralmaydi. ■

Mashqlar

- Quyidagi mulohazalar rost bo‘ladimi?
 - qor yashil rangda bo‘ladi;
 - qor eriganda suv hosil bo‘ladi;
 - qor eriganda sut hosil bo‘ladi;
 - onamning yoshi mening yoshimdan katta;
 - 1 soni – eng kichik son;
 - 1 soni – eng kichik natural son;
 - ABCD to‘g‘ri to‘rburchakda AB tomon CD tomondan uzunroq;
 - 1 000000>1000;
 - 6 soat < 20 minut;
 - 18–4>15;
 - kvadrat – to‘g‘ri to‘rburchakdir;
 - to‘g‘ri to‘rburchakning diagonallari parallel bo‘ladi.
- 1) Rost; 2) yolg‘on mulohazalarga misollar keltiring.
- Quyidagi darak gaplar mulohaza bo‘ladimi? Agar mulohaza bo‘lsa, uning rost-yolg‘onligini aniqlang:
 - barcha hayvonlarning dumi bor;
 - ayrim insonlar Shimoliy qutbga yayov yetib borishgan;
 - hech qaysi oy 50 kundan iborat emas;
 - barcha daraxtlar o‘rnonda o‘sadi;
 - hech qanday daraxt o‘rnonda o‘sadi;
 - ayrim daraxtlar o‘rnonda o‘sadi;
 - ayrim sinfdoshlarim Oyda bo‘lishgan;
 - barcha sinfdoshlarim a’lochi;
 - hech qanday so‘z „K“ harfidan boshlanmaydi;
 - barcha so‘zlar „K“ harfidan boshlanadi;
 - ayrim gaplar „!“ belgi bilan tugaydi;
 - barcha gaplar nuqta bilan tugallanadi.
- Quyidagi mulohazalar yolg‘on ekanligini isbotlang:
 - 0 soni natural son;
 - 1 soni – tub son;

- d) 1 soni – tub son emas;
e) 2 va 3 sonlari orasida boshqa natural sonlar mavjud emas;
f) $18 \cdot 5453 \cdot 456$ soni 9 ga bo'linadi;
g) $535 \cdot 35353$ soni 3 ga va 5 ga bo'linadi;
h) 0 va 4 sonlari $x^2+2=18$ tenglamani qanoatlantiradi;
i) 8,9 soni 9 dan katla yoki teng;
j) noto'g'ri kasr 1 dan kichik;
k) ikkita ikki xonali sonning yig'indisi ikki xonali son bo'ladi.
5. Bir inson to'tiqushni sotayotganda to'tiqush ixtiyoriy tilda eshitgan har bir so'zni takrorlay oladi, deb va'da berdi. Ammo sotib olingan to'tiqush hech narsa gapirmadi. Agar setuvchi aldamaganligi ma'lum bo'lsa, bu holatni qanday tushuntirish mimkin?
6. Uchta mulohaza bor:
Doniyordagi kitob 1000 tadan ko'p.
Yo'q, unda 1000 ta dan kam kitob bor.
Uning kamida bitta kitobi bor.
Shu nehta mulohazadan aqallli bittasi rost. Doniyorda nechta kitob bor?
7. Sardorda 7 ta konfet, Po'latda 5 ta konfet bor, Komilda esa konfet yo'q. Ular barcha konfetlarni o'zaro teng bo'lishdi. Komil yegan konfeti uchun Sardor va Po'latga 12 ta tanga berdi. Po'lat bilan Sardor 12 ta tangalarni o'zaro qanday taqsimlashlari kerak? Bunda hech kim xafa bo'lmasligi lozim.
8. 16, 36, 64, 98 sonlari uchun Goldbach gipotezasi o'ninli ekanligini tekshiring-chi.
9. 5 nafar bola ko'chada to'p o'yinayotgan edi. Ulardan biri tepgan to'p oyngaga tegib uni sindirdi.
Anvar: Buni Vali yoki To'lqin qilgan.
Vali: Buni men qilmadim. Yusuf ham qilmagan.
To'lqin: Ikkoving ham yolg'on gapiryapsan.
Dilshod: Ulardan biri yolg'on, biri esa rost gapirdi.
Yusuf: Dilshod, sen haq emassan.
Bolalar o'yinini kuzatayotgan bir kishi kamida 3 ta bola rost gapirganini biladi. Oynani kim sindirgan?
10. To'rtta bolaning har birida o'zining bittadan sevimli jonivori bor: mushuk, kuchuk, baliq, bulbul. Mansurning jonivori mayin junli, Farhodniki to'rt oyoqli, Nodirniki patli, Jasur va Mansur

mushukni yomon ko'rishadi. Quyidagi tasdiqlardan qaysi biri noto'g'ri?

- A) Farhoddha - kuehuk;
B) Nodirda - bulbul;
C) Mansurda - mushuk;
D) Jasurda - baliq.



Qarama-qarshi mulohazalar.

Mulohazalarning inkori

Faraz qilaylik, sayyoh botirlar va yolg'onchilar orolida cho'milmoqchi bo'ldi. Botirlar faqat rost, yolg'onchilar esa faqat yolg'on gapiradilar. Yo'lida u Ali va Vali ismli mahalliy xalq vakillarini uchratib, ulardan ko'l qayerdaligi haqida so'radi.

Yo'l bo'ylab yursangiz ikki kilometr urida - dedi Ali.

- Yo'l bo'ylab 200 metr uzoqlikda - dedi Vali.

Sayyoh Ali yolg'onchi ekanligini bilar ekan. „Valining gapi Alinikidan farqli bo'lgani uchun Vali - botir, ya'ni uning gapi rost ekan“, deb ko'l tomon yo'l oldi. Ammo 200 metrdan keyin ham, 2 kilometrdan keyin ham ko'l uchramadi. So'ng sayyoh Ali va Vali ikkalasi ham yolg'onchi ekanligini payqdidi. Agar sayyoh manliqiy o'ylaganda, u hayron bo'lmas edi. „Ko'lgacha 200 metr“ va „Ko'lgacha 2 km“ mulohazalar bir-birini inkor etmaydi. Berilgan holatda ular ikkalasi ham yolg'on bo'lib chiqdi. Boshqa sharoitda (yo'lida bir necha ko'l joylashgan bo'lsa) ular ikkalasi ham rost bo'lishi mumkin edi.

Shu bilan birga, agar Vali „Ko'lgacha 200 metr“ darak gap o'rniga „Ko'lgacha ikki kilometr emas“ deganda hech qanday shubha paydo bo'lmasdi: sayyoh „Bu yo'l bo'ylab yursam ko'l yo'chraydi, yo'chramaydi“ degan xulosaga kelar edi.

Odamlar bir narsa to'g'risida bahslashsa, ularning bir qismi qandaydir mulohazani rost, ikinchi qismi esa yolg'on deb hiseblaydi.

Masalan, insonlar asrlar davomida „Quyosh Yer sayyorasi atrofida aylanadi“ degan mulohazaning rost-yolg'onligi haqida bahslashganlar. Bir necha asr oldin barcha insonlar bu mulohaza rost va ravshan ekanligini ta'kidlaganlar. Ammo Nikolay Kopernik (1473–1543-y.y.) bu mulohazaga qarama-qarshi bo'lgan „Yer Quyosh atrofida aylanmaydi“ degan taxminini (gipotezani) ilgari surgan. Maxkut gipotca keyinchalik o'z tasdig'ini topgan.

Boshqa bir misol. Oq'zaki so'rovda Anvar 2·3-7 deb aytganda Madina bu tenglikni noto'g'ri deb to'g'riladi. Bu holat ikkala o'quvchi 2·3 ko'paytma to'g'risida qarama-qarshi fikrga egaligini

bildirmoqda. Boshqacha aytganda, $2 \cdot 3 = 7$ va $2 \cdot 3 \neq 7$ mulohazalar bir-birini *inkor* qilib, ulardan har biri ikkinchisining *inkori* deb yuritiladi.

Har qanday mulohazaga qarama-qarshi mulohaza mavjud. Bu mulohaza berilgan mulohazaning *inkori* deyiladi.

Bir-birini *inkor* qiluvechi yana bir nechta misollarni keltiramiz.

Nº	Mulohaza	Uning <i>inkori</i> :
1	Tashkent – O‘zbekistonning poytaxti	Tashkent – O‘zbekistonning poytaxti emas
2	Ikkai katta ikki – to‘rt	Ikkai katta ikki to‘ringa teng emas
3	Yu‘qiler massasi Yer massasidan kallaroq	Yu‘qiler massasi Yer massasidan kalla emas
4	37 soni 3 ga bo‘lmadi	37 soni 3 ga bo‘lmaydi
5	Eng katta natural son mavjud	Eng katta natural son mavjus emas
6	36 soni 36 dan katta	36 soni 36 dan katta emas
7	Anvarning ukasi bor	Anvarning ukasi yo‘q
8	$a < b$	a son b sonidan kichik emas

Mulohazaning *inkorini tuzish* hayotda ham, matematikada ham muhimdir.



Kvantorlar. Qarama-qarshi mulohazani tuzish qoidasi. Teskarisidan isbotlash usuli.

Teorema

Mulohazaning *inkorini tuzish* turli usulda amalga oshiriladi. Biz quyidagi qoidani tavsiya etamiz:

*Mulohazaning *inkorini tuzish* uchun berilgan mulohazaga „...ligi noto‘g‘ri“, „... emas“ so‘zlarini qo‘shib, hosil bo‘lgan mulohazani mantigan o‘zgartirmasdan soddalashtirish kerak.*

Masalan, „Anvarning ukasi bor“ degan mulohazaning *inkorini* „Anvarning ukasi borligi noto‘g‘ri“ kabi aytish mumkin. Ammo shu gap o‘rniga „Anvarning ukasi yo‘q“ deyish soddarоq bo‘ladi.

Masala. Quyidagi mulohazalarning *inkorini* dastlab „...ligi noto‘g‘ri“, „... emas“ so‘zlarini qo‘shib, hosil bo‘lgan mulohazani mantigan o‘zgartirmasdan soddalashtirib tuzing.

- Stolda hech narsa yo‘q.
- Biz 21-asrgacha yashamaymiz.
- 11111 soni tub sondir.
- 24 ga bo‘limadigan son 9 ga ham bo‘limadi.
- Anvarning yo‘li, yo mushugi bor.
- 36 soni 36 dan katta.

h) Anvarning ukasi bor.

i) 56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo'linadi.



Nº	Mulohaza	I-qadam	Mulohazaning inkori
1	Stolda hech narsa yo'q	Stolda hech narsa yo'cligi noto'g'ri	Stolda bir narsa bor
2	Biz 21-asrgacha yashamaymiz	Biz 21-asrgacha yashamasligimiz noto'g'ri	Biz hozir 21-asrdagi yashayapmiz
3	11111 soni tub sondir	11111 soni tub son ekanligi noto'g'ri	11111 soni tub son emas
4	24 ga bo'lmadigan son 5 ga ham bo'linadi	2' ge bo'lmadigan son 9 ga ham bo'linishi noto'g'ri	24 ga bo'lmadigan son 9 ga bo'lmastigi murakkab
5	Anvarning yo'iti, yo'mushugi bor	Anvarning yo'iti, yo'mushugi bor ekanligi noto'g'ri	Anvarning ne iti, ne mushug'i bor
6	36 soni 36 dan katta	36 soni 36 den katta emas	36 soni 36 dan katta emas
7	Anvarning ukasi bor	Anvarning ukasi yo'q	Anvarning ukasi yo'q
8	56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo'linadi	56431 soni ham 13 ga, ham 17 ga bo'linishi noto'g'ri	56431 soni yo'13 ga, yo 17 ga bo'lmaydi

Shunday qilib, mulohazaning inkorini tuzish qandaydir ma'noda tilshunoslik masalasidir. Bu masalani yechish uchun bizga berilgan mulohazaning rost yoki yolg'onligi inlum emas. Masalan, yuqorida „11111 soni – tub sondir“ mulohazaning inkorini tuzganimizda biz 11111 soni tub yo'mushugi ekanligini tekshirishimiz shartmas. Xuddi shunday, Anvarning ukasi bor-yo'qligini ayta olmaymiz, chunki qaysi Avvar haqida gap kelayolganligini bilinaymiz.

Ikkita qarama-qarshi mulohazadan biri rost, ikkinchisi esa yolg'on bo'ladi Boshqacha aytganda berilgan mulohaza yoki uning inkori albatta rost bo'ladi. Bu tasdiq *uchinchisini inkor qilish qonunini* deb yuritiladi.

Shu bilan birga mulohaza va uning inkori bir vaqtida rost bo'la olmaydi. Shuning uchun agar biror fikr yuritganimizda mulohaza va uning inkori rost ekanligiga kelsak, ziddiyatni hosil qilamiz.

Mashqlar

- Quyidagi mulohazalarning inkorini dastlab „...ligi noto'g'ri“, „... emas“ so'zlarini qo'shib, hosil bo'lgan mulohazani mantiqan o'zgartirmasdan soddalashtirib tuzing. *Uchinchisini inkor qilish qonunining* bajarilishini tekshiring.
 - Oy – Yer sayyorasining yo'ldoshi.
 - O'rmonda qo'ziqorinlar ko'p.
 - Qo'ziqorinni yeb bo'lmaydi.
 - Sirdaryoda timsohlar yashaydi.
 - Amazonka daryosi Nil daryosidan uzunroq.

- g) Yer sharida yo 7 ta, yo 8 ta materik mavjud.
 h) Tarvuz – yo meva, yo sabzavot.
 i) Dars jadvaliga ko'ra chorshanba kuni matematika va jismoniy tarbiya darslari bor.
 j) Oslixonaga na sonsami, na shurin kulchani olib kelishdi.
 k) $0,5$ va $\frac{1}{2}$ kasrlar o'zaro teng.
 l) To'g'ri to'rtburchakning yuzi ming emi va bo'yisi ko'paytlamasiga teng.
- 2.** Oldingi darsda quyidagi mulohazalar yolg'on ekanligini isbotlaganmiz. Uchinchisini inkor qilish qonuniga ko'ra bu mulohazalarning inkorlari rost. Shuni tekshirib ko'ring-chi.
- 0 soni – natural son.
 - 1 soni – tub son.
 - 1 soni – tub son emas.
 - 2 va 3 sonlar orasida boshqa natural sonlar mavjud emas.
 - $18 \cdot 5453 + 456$ soni 9 ga bo'linadi.
 - 53535353 soni 3 ga va 5 ga bo'linadi.
 - 0 va 4 sonlari $x^2 + 2 = 18$ tenglamani qanoatlanadiradi.
 - 8,9 son 9 dan katta yoki teng.
 - Noto'g'ri kasr 1 dan kichik.
 - Ikkita ikki xonalı sonning yig'indisi ikki xonalı son bo'ladi.

1-masala. Yolg'onchi: „Barcha sinfdoshlarim a'luchi“, dedi. Bundan barcha sinfdoshlar a'luchi emasligi kelib chiqadimi?

Yo'q. Sinfdoslar orasida a'luchi bo'lganlar ham, a'luchi bo'lmasiganlar ham bo'lishi mumkin.

Demak, barcha sinfdoshlar (boshqacha aytganda sinfdoshlarning barchasi) a'luchi bo'lmasligi uchun ayrim (ya'ni barchasi emas!) o'quvchilar a'luchi bo'lmasligi kifoya. ■

„Barcha , hamma "lar to'g'risidagi mulohazaning inkorini tuzish uchun:

– „Barcha, hamma“ so'zlarini „ayrim“ so'ziga ;
 – xossani qarama-qarshi xossaga (masalan, „a'luchi“ni „a'luchi emas“ ga) almashtirish kerak.

2-masala. Yolg'onchi: „Ayrim sinfdoshlarim a'luchi“ dedi. Bundan ayrim sinfdoshlarning a'luchi emasligi kelib chiqadimi?

Yo'q. Sinfdoshlarning barchasi a'luchi bo'lmasligi ham mumkin.

„Ayrim “lar to ‘g ‘risidagi mulohazanining inkorini tuzish uchun:
 – „Ayrim “ so ‘zini „Barcha, hamma“ so ‘zlariga;
 – xossani qarama-qarshi xossaga almashtirish kerak.

Mashqlar

1. Quyidagi mulohazalarning inkorlari to‘g‘ri tuzilganmi? Nega?

Mulohaza	Inkorি
Barcha mushuklar oq rangda	Barcha mushuklar oq rangda emas
Barcha mushuklar oq rangda	Ayrim mushuklar oq rangda
Barcha musluklar oq rangda	Ayrim musluklar oq rangda emas
Ayrim mevalar shirin	Ayrim mevalar shirin emas
Ayrim mevalar shirin	Barcha mevalar shirin emas
Ayrim mevalar shirin	Barcha mevalar shirin
30 kundan iborat bo‘lgan oyalar bor	Ayrim oyalar 30 kundan iborat emas
30 kundan iborat bo‘lgan oyalar bor	Ayrim oyalar 30 kundan iborat
30 kundan iborat bo‘lgan oyalar bor	Barcha oyalar 30 kundan iborat
30 kundan iborat bo‘lgan oyalar bor	Barcha oyalar 30 kundan iborat emas
Har kuni ertalab yong‘ir yog‘adi	Har kuni ertalab yong‘ir yog‘maydi
Har kuni ertalab yong‘ir yog‘adi	Hech qachon ertalab yong‘ir yog‘maydi
Har kuni ertalab yong‘ir yog‘adi	Ayrim kunlari ertalab yong‘ir yog‘maydi

2. Quyidagi mulohazalarning inkorlarini tuzing:

- a) har qanday kvadrat – romb;
- b) ayrim qushlar ucha olmaydi;
- d) ayrim yozuvchilar shoir emas;
- e) ayrim pashshalar chaquaydi;
- f) hamma sayyoralar shar shaklida;
- g) barcha askarlar kuchli insonlar;
- h) ixtiyoriy xirurg – shifokor;
- i) hamma ayiqlar asalni iste’mol qiladi;
- j) har qanday doira – yassi shaklida;
- k) ayrim qnyonlar karamni yaxshi ko‘radi;
- l) ayrim kitoblar qiziqarli.

- 3. Tegishli misol keltirib, quyidagi mulohaza noto‘g‘riligini ko‘rsating: agar qo‘siluvchilardan hech biri berilgan songa bo‘linmasa, ularning yig‘indisi ham bu songa bo‘linmaydi.
- 4. „Juft“ va „toq“ so‘zlaridan foydalanib, to‘g‘ri mulohazani hosil qiling:
 - a) ikkita juft sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;
 - b) ikkita loq sonning yig‘indisi doimo ... bo‘ladi;

- d) uchta juft sonning yig'indisi doimo ... bo'ladi;
- e) uchta toq sonning yig'indisi doimo ... bo'ladi;
- f) toq va juft sonlarning yig'indisi doimo ... bo'ladi;
- g) agar toq sondan juft son ayirilsa, natijada ... son hosil bo'ladi;
- h) agar toq sondan toq son ayirilsa, natijada ... son hosil bo'ladi;
- i) ikkita toq sonning ko'paytmasi doimo ... bo'ladi;
- j) toq va juft sonlarning ko'paytmasi doimo ... bo'ladi;
- k) ikkita toq sonning yig'indisi doimo ... bo'ladi.

5. Quyidagi mulohazalar to'g'rimi?

- 1) 9 ga karrali sonlar 3 ga ham karrali bo'ladi; 2) 3 ga karrali sonlar 9 ga ham karrali bo'ladi; 3) 45 ga karrali sonlar 9 ga ham, 5 ga ham karrali bo'ladi; 4) 18 ga karrali sonlar 2 ga karrali, ammo 9 ga karrali emas.

Teskarisidan isbotlash usuli.

Ko'p hollarda *A* mulohazaning rostligini isbotlash quyidagicha amalga oshiriladi:

1-qadam. **Teskari faraz qilinadi:** *A* ning inkori rost deb, ya'ni *A* mulohaza yolg'on deb faraz qilinadi.

2-qadam. Ziddiyatga olib kelinadi: Avvaldan rostligi ma'lum bo'lgan qandaydir *B* mulohazaning yolg'enligi keltirib chiqariladi.

3-qadam. 2-qadamda hosil bo'lgan ziddiyatdan *A* ning rost ekanligi haqida xulosa chiqariladi.

1-masala. Shifokor bemorga gripp bilan kasal bo'lmanligini isbotlash maqsadida quyidagicha mulohaza yuritishi mumkin: „Agar Siz haqiqatan ham gripp bilan kasal bo'lganingizda, Sizda yuqori temperatura, burun eqishi va h.k. bo'lar edi. Ammo bu narsalar kuzahilmayapti. Demak, Sizda gripp yo'q“.

2-masala. Eng katta natural son mavjud emas.

Faraz qilaylik, eng katta natural son mavjud bo'lsin. U holda bu songa 1 ni qo'shamiz va bundan kattaroq natural son hosil qilamiz. Ziddiyat. Demak, bizning farazimiz noto'g'ri. Eng katta son mavjud emas.

3-masala. Besh nafar bolada to'qqizla yong'oq bor. Bolalardan hech bo'limganda ikkitasidagi yong'oqlar soni teng ekanini isbotlang.

Faraz qilaylik, bolalardagi yong'oqlar soni har xil bo'lsin. Ular ni o'zlaridagi yong'oqlar soni bilan nomerlaymiz. Birinchi boladagi yong'oqlar soni 0 tadan kam emas, ikkinchi boladagi yong'oqlar

soni bittadan kam emas, uchinchi boladagi yong'oqlar soni ikkidan kam emas, to'rtinchi boladagi yong'oqlar soni uchtadan kam emas, beshinchi boladagi yong'oqlar soni esa to'rttadan kam emas. Bu holda jami yong'oqlar soni 10 tadan kam emas ekan. Ammo yong'oqlar esa 9 ta edi. Ziddiyat. Demak farazimiz noto'g'ri ekan. Qaysidir ikkita boladagi yong'oqlar soni teng ekan.

4-masala. Tub sonlar cheksiz ko'p.

Eng katta tub son mavjud emasligini isbotlash kifoya.

Faraz qilaylik, tub sonlar soni chekli bo'lisin. Biz bu sonlarni o'sish tartibida yozib chiqaylik: $2 < 3 < 5 < \dots < p$, bu yerda p – eng katta tub soni.

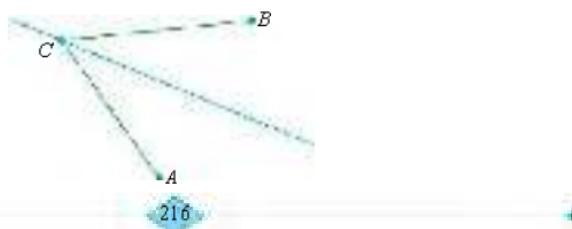
$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdots \cdot p + 1$ sonni qaraylik. Ravshanki, bu son $2, 3, 5, \dots, p$ sonlardan hech biriga bo'linmaydi. Demak, shu sonning tub ko'paytuvchilari orasida $2, 3, 5, \dots, p$ sonlar yo'q! Ya'ni $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdots \times p + 1$ sonning ixtiyoriy tub bo'luvchisi p sonidan katta. Ammo p – eng katta tub son edi. Ziddiyat. Demak, bizning farazimiz noto'g'ri, ya'ni eng katta son mavjud emas.

Topshiriq. Geometriya darsligingizda teskarisidan isbotlash usuli bilan isbotlangan teoremlarni muhokama qiling.

Teorema rostligi isbot asosida ko'rsatiladigan matematik mulohaza.

Ixtiyoriy uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga tengligi teoremaga misol bo'la oladi. Buni tajriba yo'li bilan tekshirishga urinib ko'rish mumkin: uchburchak chizib, transportir bilan burchaklarning kattaliklarini o'lchab, so'ng qo'shib chiqib, yig'indining 180° ga tengligiga ishonch hosil qilsa bo'ladi. Biroq matematikada mulohazaning rostligi tajribada tekshirish orqali emas, isbot asosida o'rnatiladi. Teoremlarning bayonida, odatda, "agar ... bo'lsa, u holda ...", "...dan kelib chiqadi" kabi iboralar uchraydi. Bunday hollarda yozuvni qisqartirish uchun \Rightarrow belgisidan foydalaniladi.

Masalan, A va B nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi C nuqta bu nuqtalarning simmetriya o'qiga tegishli degan teoremani olaylik (rasminga qarang).



Bu teoremani quyidagicha bayon qilishimiz mumkin:
(ixtiyoriy A , B , C nuqtalar uchun) $(CA = CB) \Rightarrow (C$ nuqta A , B nuqtalarning simmetriya o‘qiga tegishli).

*Teorema qisqacha $A \rightarrow B$ ko‘rinishida yoziladi, bu yerda A – **teoremaning sharti** deb nomlanadigan mulohaza, B esa **teoremaning xulosasi** deb nomlanadigan mulohaza.*

Matematikada \Rightarrow belgidan boshqa maxsus belgilardan ham foydalaniladi: \Leftrightarrow („bo‘lishi uchun ... zarur va yetarli“), \neg (inkor, „emas“) hamda kvantorlar deb ataluvchi \forall (umumiylik kvantori, „barcha ... lar uchun“, „ixtiyoriy ... uchun“) va \exists (mavjudlik kvantori, „shunday ... mavjudki“, „ayrim ...“).

Kvantorlar belgilari Peanoning „Formulaire de Mathematiques“ kitobida ilk bor uchraydi. „Kvantor“ atamasini esa 1885-yilda Ch. Pirs kiritgan.

Kvantorlardan foydalaniib yuqoridaq teoremani yanada qisqa bayon qilsa bo‘ladi:

$(\forall A, B, C$ nuqtalar uchun) $\Rightarrow (C$ nuqta A , B nuqtalarning simmetriya o‘qiga tegishli).

Teoremalarga yana bir necha misol keltiraylik.

1. Agar natural son 6 ga bo‘linsa, u holda bu son juft bo‘ladi.
2. Agar uchburchak to‘g‘ri burchakli bo‘lib, uning bir burchagi 30° bo‘sa, u holda 30° li burehak qarshisidagi katet gipotenuzaning yarmiga teng bo‘ladi.
3. Agar uchburehakning tomonlari teng bo‘lsa, u holda bu tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.
4. Ikki nomaniy sonning o‘rta arifmetigi shu sonlar o‘rta geometridan kichik emas.

Oxirgi teoremani qisqacha quyidagicha yozsa bo‘ladi:

$$(\forall a \geq 0)(\forall b \geq 0) \Rightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

Mashq. 1–3-teoremalarni matematik belgilardan foydalaniib, qisqa-roq yozib ko‘ring.



Yolg‘onchi paradoksi. Sartarosh paradoksi va boshqa paradokslar

Paradoks¹ – ko‘pchilik tomonidan qabul qilingan an‘anaviy fikr, tajribaga o‘z mazmuni yoki shakli bilan keskin zid bo‘lgan, kutil-

Qad. yun. *νεραδοξος* – kutilmagan, g‘alati

magan mulohaza. Har qanday paradoks (asoslimi, asossizmi, bundan qat'i nazar) „shubhasiz to'g'ri“ hisoblangan u yoki bu fikrni inkor etishdek ko'rindi. „Paradoks“ atamasining o'zi ham dastlab antik falsafada har qanday g'alati fikrni ifodalash uchun ishlataligani.

Paradokslar, odatda, mantiqiy asoslari lo'la aniqlanmagan nazar-yalarda uchraydi.

Bir necha paradoksni keltiramiz.

1-masala. (*Yolg'onchi paradoksi*.) „Men tasdiqlayotgan barcha narsa yolg'on“ mulohazani qaraymiz.

□ Agar bu mulohaza rost bolsa, bu mulohazaning ma'nosiga asosanaytligani mulohazaning yolg'on ekanligi haqiqat. Agar bu mulohaza yolg'on bolsa, mulohazadagi ta'kid -- yolg'on. Demak, bu mulohaza yolg'on degan mulohaza yolg'on, shunday ekan, bu mulohaza haqiqat. Ziddiyat. ■

2-masala. (*Sartarosh paradoksi*.)

□ 20-asr hoshlarida britaniyalik mashhur matematik Bertran Rassel (1872–1970-y.y.) quyidagi vaziyatga o'z e'tiborini qaratdi. Bir qishloqda ayrim erkaklar soqolini o'zlar oladi, ayrimlari esa sartaroshga murojaat qilishar ekan. Bunda sartarosh o'zining soqolini olmaydigan qishloqdoshlaringin soqolini olishga majbur. Shu bilan birga o'zining soqolini oladigan qishloqdoshlariiga xizmat ko'rsatmaydi. Sartarosh o'z soqolini oladimi?

Bu savolga ixliyoriy javob ziddiyalga olib keladi (tekshirib ko'ring-chil!). ■

Mashqlar

Quyidagi holatlар bo'yicha fikringizni bayon qilib, do'stlaringiz bilan muhokama qiling.

1. Krit faylasufi Epimenid barcha kritliklar yolg'onchi ekanligini tasdiqladi. Epimenid rost gapirdimi?
2. Aflatun: Hozir Suqrot aytgan barcha narsa yolg'on.
Suqrot: Hozir Aflatun aytgan gap yolg'on.
Kim rost gapirdi?
3. Qog'ozning bir tomoniga: „Qog'ozning boshqa tomoniga yozilgan gap yolg'on“, shu qog'ozning ikkinchi tomoniga: „Qog'ozning boshqa tomoniga yozilgan gap yolg'on“ deb yozilgan.
Qog'ozning qaysi tomoniga rost gap yozilgan?
4. „Bu qiziqarli gapda so'zlar soni yettiga teng“ degan gap rost ekan.

- „Bu gapni o'qish man etiladi“.
- Hamma marsaga qodit sehrgar o'zi ko'tara olmaydigan loshi yaratma oladimi?
- Mashhur faylasuf Protagor Evatlni tekinga huquqqa o'rgatish uchun shogirdlikka oldi. Bunda „agar Evatl o'zining birinchi sud majlisida g'olib bo'lsa, menga binimuncha pul to'laydi“ degan ma'nodagi shartnoma tuzildi.

O'qishdan so'ng Evatl hech ishga chiqmadi. Natijada uning birinchi sud majlisida qatnashish-qatnashmasligi mavhum bo'lib goldi. Protagor o'zining shogirdi ustidan sudga shikoyat qildi. Sud jarayonidan lavha:

Protagor. Har qanday holatda bu yigit menga to'lashi kerak. Haqiqatan ham, agar u bu sudda g'olib bo'lsa, shartnoma shartiga ko'ra u menga to'laydi. Agar yu'musa, sud qaroriga ko'ra menga to'laydi.

Evatl. Men Protagorga hech narsa bermayman! Agar men sudda g'olib bo'lsam, g'olib bo'lgan odam sifatida hech narsa bermayman. Ammo men yutqazishga ham tayyorman. Bu holda shartnoma shartiga ko'ra men hech narsa to'lamayman.

Fikringizcha, sud jarayonida kim g'olib bo'ldi?

7-SINF „ALGEBRA“ KURSINI TAKRORLASH UCHUN MASHQLAR

Sonli ifodaning qiymatini toping (1–3):

$$1) \left(5\frac{3}{4} - 4\frac{8}{9} \right) \cdot 2 + 67\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7}; \quad 2) \left(4\frac{1}{10} - 3\frac{4}{15} \right) \cdot \frac{5}{6} + 4\frac{1}{10} : 1\frac{1}{5};$$

$$3) 1\frac{1}{4} + \frac{5}{12} : \left(\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2} - \frac{7}{8} \right); \quad 4) 7\frac{1}{13} \cdot 2 - 1\frac{2}{5} \cdot 6 - 4 \cdot 2\frac{4}{13} - 3 \cdot 1\frac{1}{5}.$$

$$2) 1) \frac{\left[0,51,25 - 7\frac{1}{5} \cdot 1\frac{2}{7} - 3\frac{3}{10} \right] \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{2} \right) : 18\frac{1}{3}}; \quad 2) \frac{\left(1,26 : 1,8 + 1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{13}{15} - 0,7 \right) \cdot 1,75}{(2,5 + 1,3) : 1,9 \cdot 7,5}.$$

$$3) \frac{\left(13,75 + 9\frac{1}{6} \right) \cdot 1,2 - \left(6,8 - 3\frac{3}{5} \right) \cdot 5\frac{5}{6}}{\left(10,3 - 8\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{5}{9} - \left(3\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} \right) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}.$$

Soddalashtiring (4–5):

$$4) \left(\frac{a^2 - 4}{a^2 + 4} \right)^2 + \left(\frac{4a}{a^2 + 4} \right)^2.$$

$$5) 1) \frac{3}{2} \left(\frac{2a}{3} - \frac{a}{7} \right) - \frac{12(a-5)}{7} + a + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2} - 5a \right);$$

$$2) 2 - \frac{x-a}{x+a} - \frac{x}{x+a} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ax} + \frac{2}{x^2} \right) : \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$6) \left(\frac{x+2b}{x-2b} + \frac{x+2a}{x-2a} \right) : \frac{x}{2} \text{ ifodani } x = \frac{4ab}{a+b} \text{ bo'lganda soddalashtiring va } a=3, b=4 \text{ bo'lganda son qiymatini hisoblang.}$$

7. Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

$$1) 3\frac{3}{4}a - 1\frac{1}{8}b + 10,5, \text{ bunda } a = 1\frac{1}{4}; b = 2\frac{2}{3};$$

- 2) $6a + 3\frac{1}{6}b = 6,3$, bunda $a = 1\frac{5}{6}$; $b = 7\frac{2}{5}$;
- 3) $\frac{3a - 4b + c}{3a + 4b - c}$, bunda $a = 1,5$; $b = 2,5$; $c = 0,5$;
- 4) $\frac{(2a+b) \cdot c}{(2a-b)^2}$, bunda $a = 2\frac{1}{5}$; $b = 1\frac{2}{5}$; $c = 15$.

8. Amallarning xossalalaridan foydalanih, qulay usulda hisoblang:

$$1) 3\frac{16}{17} \cdot 2\frac{2}{67} + 3,7 \cdot 13,32 + 6,3 \cdot 13,32;$$

$$2) 28,75 \cdot 52\frac{4}{19} - 42\frac{4}{19} \cdot 28,75 - 20\frac{2}{7} \cdot 1\frac{6}{71}.$$

9. Qavslarni oching va soddalashtiring:

$$1) 9 \cdot (3a + 2b) - 4 \cdot (a - 3b) - 5 \cdot (2a - 3b);$$

$$2) 2,5 \cdot (2a - 3b) + 3,2 \cdot (7a - 3,5b) - 3 \cdot (4,5a - 3,5b);$$

$$3) 6 \cdot (1,5a - 2,5b) - 10 \cdot (2,3a + 1,7b) + 8 \cdot (2,5a + 3,5b);$$

$$4) \frac{17}{2} \cdot (4a + 5b) - \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{12}{25}a + \frac{4}{15}b\right) - 2\frac{1}{7}\left(\frac{7}{15}a + 3\frac{4}{15}b\right).$$

10. Qavslarni oching:

$$1) (2a - (3b - 4c)) + 4d; \quad 2) 5a + (4b - (3c - d));$$

$$3) 3a - (4b + (2c - (3d - 2k))), \quad 4) 4a - ((2b - 4c) - 8d).$$

11. Tenglamani yeching:

$$1) 2(x-3) - 3(x+2) + 14 = 2x - 4; \quad 2) 3(x-4) - 2(3-x) - 8 = 7;$$

$$3) \frac{3x-1}{5} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x+1}{8} - 3; \quad 4) \frac{2-x}{5} + \frac{3-x}{4} + 1,5 = 0,1 \cdot (7 - x).$$

12. Ushbu $\frac{x-2}{3} + \frac{9x-1}{9} = \frac{4x-5}{3}$ tenglama yechimga ega emasligini ko'rsating.

13. a sonning $\frac{2x}{33} + \frac{a}{11} = (x+19) - \frac{31x}{33}$ tenglama cheksiz ko'p ildizga ega bo'ladigan qiymatlarini toping:

14. Tenglamani yeching:

$$1) \frac{2}{3}x + \frac{3+x}{6} - 2 = \frac{3x-1}{8};$$

$$3) \frac{x-3}{4} - \frac{1-2x}{5} = \frac{33}{20};$$

$$2) \frac{5-x}{4} + \frac{x+2}{3} - 1 = \frac{13x-1}{12};$$

$$4) 0,2 \cdot (5y - 2) = 0,3 \cdot (2y - 1) - 0,9.$$

15. Tenglamaning yechimga ega emasligini ko'rsating:

$$1) \frac{3x+4}{11} + \frac{6x-2}{22} = \frac{12x+8}{22};$$

$$2) \frac{x-7}{7} + \frac{6x-5}{21} = \frac{3x+20}{7}.$$

16. Uchta firmada 576 nafar ishchi bor. Ikkinchisi firmada birinchi-sidagiga qaraganda 5 marta ko'p, uchinchi firmada esa birinchi va ikkinchi firmalarda nechta ishchi bo'lsa, shuncha ishchi bor. Har bir firma nechtadan ishchi bor?

17. Uchta kichik korxonada 1 177 ta mahsulot tayyorlandi. Ikkinchisi kichik korxonada birinchi kichik korxonaga qaraganda 3 marta ko'p, uchinchi kichik korxonada esa ikkinchidagidan 2 marta kam mahsulot tayyorlandi. Har bir kichik korxonada nechtadan mahsulot tayyorlangan?

18. Teng yonli uchburchakning perimetri 30 cm ga teng. Agar uning yon tomoni asosidan 6 cm ortiq bo'lsa, uchburchak tomonlari uzunliklarini toping.

19. Neft omboridan uch kunda 11 000 t neft tarqatildi. Ikkinchisi kuni birinchi kundagining $\frac{3}{8}$ qismicha, uchinchi kuni esa, dastlabki ikki kunda qancha tonna tarqatilgan bo'lsa, shuncha tarqatildi. Neft omboridan birinchi kuni necha tonna neft tarqatilgan?

20. Bug'doy va paxta ekilgan maydonning yuzi 4:5 nisbatda. Agar hamma yer maydoni 4500 ga bo'lsa, necha hektar yerga paxta ekilgan?

21. Firma har birining tannarxi b so'mdan bo'lgan a ta kastum tayyorladi. Ularning har birini bir xil bahoda sotib, c so'm foyda ko'rdi. Firma kastumlarni necha so'mdan sotgan?

22. Bolalar bog'chasiga 36 ta uch g'ildirakli va ikki g'ildirakli velosipedlar sovg'a qilindi. Agar hamma velosipedlarning g'ildiraklari 93 ta bo'lsa, uch va ikki g'ildirakli velosipedlardan nechtadan sovg'a qilingan?

23. Birhadni standart shaklida yozing:

$$1) 2 \frac{1}{3} a \cdot 3 \frac{4}{7} b^2 \cdot \left(-1 \frac{3}{7} a^3\right) \cdot \frac{3}{11} c^2 b; \quad 2) 3 \frac{7}{12} b c^2 \cdot \left(-3 \frac{1}{25}\right) a^2 \cdot b \cdot (-3 \cdot 4) c a b;$$

$$3) x^2 \cdot (-3)^3 y^2 z x \left(-1\right)^4 y z^2 x \left(-\frac{5}{9}\right) y z; \quad 4) (-2)^3 \cdot z^3 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) y^2 x^2 \left(-2 \frac{5}{8}\right) \cdot z y x.$$

24. Ko'phadni standart shaklga keltiring:

$$1) 6ab \frac{1}{2} ac + 4aac - 8b \frac{1}{2} a^2 + 20ca^2 - b3a^2c + 2baa;$$

$$2) 2a^2b + a^2 + 3a^2b - ab^2 + 4ab^2 - 2ab^2 - 5a^2b;$$

$$3) \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{2} a + \frac{1}{4} a^3 - \frac{3}{4} a^2 - 0.4a;$$

$$4) 6a \frac{1}{2} b + \frac{2}{3} a \left(\frac{3}{4} b^2\right) - \frac{1}{2} b (-2a) - \frac{1}{4} a^2 \cdot (16ab).$$

25. Ko'phadni birhadga ko'paytiring:

$$1) (4a^4 - 3a^3 - 2a^2 + 5a - 6) \cdot 3a; \quad 2) (5a^3 - 3a^2 - 7a - 3) \cdot 5a^2;$$

$$3) 5a^3 (3,7a^2 - 4a - 3,5); \quad 4) -3a \cdot (2a^3 - 3,5a^2 - 4a - 2,5).$$

26. Ko'phadni ko'phadga ko'paytiring:

$$1) (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2); \quad 2) (a - 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2);$$

$$3) (4x - 5y)(16x^2 - 20xy + 25y^2); \quad 4) (4x - 5y)(16x^2 + 20xy + 25y^2).$$

27. Ko'phadni birhadga bo'ling:

$$1) (13a^2 + 8a^2) : (-2a^2) + (5,5a^3 - 3a^2) : 3,5;$$

$$2) (19b^7 - 18b^5) : (2b^4) - (16b^3 - 4b^2) : (2b).$$

28. Ko'paytuvchilarga ajratting:

$$1) a^4 - 6a^2 + 9a^2; \quad 2) (3 - 2a)2 - 16; \quad 3) a' - 6a^2 + 9a^2;$$

$$4) (4b - 1)^2 - (2b - 3)^2; \quad 5) (2a + b)^2 - (a - b)^2; \quad 6) 4(a + 2b)^2 - 9(2a - b)^2.$$

29. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{a^2 - 4}{a^2 - 4a + 4}; \quad 2) \frac{9x^2 - 4}{3x - 2}; \quad 3) \frac{4x^2 + 4x + 1}{2x + 1}; \quad 4) \frac{2x - 3}{4x^2 - 9}.$$

A'mallarni bajaring (30 – 35):

$$30. 1) \frac{b-3}{5} + \frac{b+7}{10} + \frac{b+3}{2}; \quad 2) \frac{a^2 - 5a + 4}{16 - a^2}.$$

31. 1) $\frac{x}{a^2-4} - \frac{2}{4-a^2};$ 2) $\frac{4x^2}{2x+3y} - \frac{12xy}{2x+3y} + \frac{9y^2}{2x+3y};$
 3) $\frac{a+b}{ab} - \frac{a+c}{ac};$ 4) $\frac{1}{14x^3} - \frac{1}{21x^2y} + \frac{1}{4xy^2}.$

32. 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy} \cdot \frac{12x^2y}{x-y};$ 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16} : \frac{4a+16}{a^2-16a}.$

33. 1) $\left(\frac{a}{a-1}\right) : \left(1 - \frac{a}{a-1}\right);$ 2) $\frac{4-a^2}{2+b} \cdot \frac{4-b^2}{2a-a^2} \cdot \left(1 + \frac{2a}{2-a}\right).$

34. 1) $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right);$ 2) $\left(\frac{a+4b}{2b} + \frac{6b}{4b-a}\right) \cdot \left(1 - \frac{a^2-2ab-4b^2}{a^2-4b^2}\right).$

35. 1) $\frac{3}{2} \left(\frac{2a}{3} - \frac{a}{7} \right) - \frac{12(a-5)}{7} + a + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2} - 5a \right);$
 2) $2 - \frac{x-a}{x+a} - \frac{x}{x-a} + \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ax} + \frac{2}{x^2} \right) : \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \right).$

36. Ahmad A qishloqdan B qishloqqacha velosipedda 14 km/h tezlik bilan, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Agar Ahmad qaytishda 1soat ortiq vaqt sarflagan bo'ssa, qishloqlar orasidagi masofani loping.

37. Turkibi kumush va misdan iboral qotishmaning massasi 3,5kg. Undagi kumush tarkibi mis tarkibining $16\frac{2}{3}\%$ ini tashkil etadi. Qotishmadagi kumush massasini loping.

38. Firma reja bo'yicha bir nechta mahsulotni 10 kun muddat ichida tayyorlashi kerak edi. Lekin u har kuni qo'shimcha 2 tadan mahsulot tayyorlab, muddatiga bir kun qolganda faqat topshiriqni bajaribgina qolmasdan, balki rejadan ortiq yana 3 ta mahsulot tayyorladi. Firma reja bo'yicha nechta mahsulot tayyorlashi kerak edi?

39. 3 ta qopda 120 kg un bor. 1-qopdag'i un 2-qopdag'i unning $\frac{3}{5}$ qismiga, 3-qopdag'i un esa 2-qopdag'i unning 80% iga teng. Har bir qopda necha kilogramm un bor?

40. Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaring:
 1) $(a-2b)a^2 + ab(2b-a);$ 2) $(4x+2y)y + (2x+y)x;$

$$3) 4(2x-3)+x(4x-6); \quad 4) 5(4x-8x^2)-3(2x-1).$$

Amallarni bajaring (41–42):

$$41. 1) (2x-3y)^2; \quad 2) (4x+7y)^2; \quad 3) (x+2y)^2; \quad 4) \left(a+\frac{1}{2}b\right)^2; \quad 5) (3x-2y)^2.$$

$$42. 1) (7y-4x)^2; \quad 2) (2x-y)^2; \quad 3) \left(\frac{1}{2}a-b\right)^2.$$

43. Ko'phadni ikkihadga ustun usuli bilan bo'ling:

$$1) 2x^2-3x-2 \text{ ni } x-2 \text{ ga}; \quad 2) 3x^2+5x-2 \text{ ni } x+2 \text{ ga}.$$

Kasrni qisqariring (44–45):

$$44. 1) \frac{a^2+6a+9}{a^2-9}; \quad 2) \frac{9x^2-16}{3x+4}; \quad 3) \frac{x^2-3x+2}{x^2-1},$$

$$4) \frac{x^2+3xy}{9y^2-x^2}; \quad 5) \frac{x^2-16}{x^2-5x+4}; \quad 6) \frac{y^2-3y-4}{y^2-1}.$$

$$45. 1) \frac{a^3-a^4}{a^4+a^2}; \quad 2) \frac{x^3-8}{x^2+2x+4}; \quad 3) \frac{x^4-3x^2+2}{x^2-1}.$$

46. Kasrlarni umumiy maxrajga keltiring:

$$1) \frac{a}{a+b} \text{ va } \frac{b}{a-b}; \quad 2) \frac{2a}{2a-3b} \text{ va } \frac{3b}{2a+3b}.$$

47. Isbotlang:

Hech qanday butun son n da:

$$1) (n-8)(n-4)-(n+3)(n-2)+27 \text{ ifodaning qiymati } 3 \text{ ga bo'linmaydi};$$

$$2) (2n+1)(n+5)-2(n+3)(n-3)-(5n+13) \text{ ifodaning qiymati } 6 \text{ ga bo'linmaydi};$$

$$3) (n+1)(n-1)-(n-6)(n+2) \text{ ifodaning qiymati } 4 \text{ ga bo'linmaydi}.$$

48. Ifodaning qiymati a ga bog'liq emasligini ko'rsating:

$$1) (a-3)(a^2-8a+5)-(a-8)(a^2-3a+5);$$

$$2) (a^2-3a-2)(2a+5)-(2a^2+7a+17)(a-1).$$

49. a, b, c sonlarning ixtiyoriy qiymatlariida

$$(b-c-2a)(c-b)+(c+a-2b)(a-c)-(a+b-2c)(a-b)-0$$

ekanini isbotlang.

50. Ayniyatni isbotlang:

- 1) $(x^4 + x^3)(x^2 + x) = x^4(x+1)^2$;
- 2) $(y^4 + y^2)(y^2 - x) = y^2(y^2 + 1)(y - 1)$;
- 3) $(c^4 - c^2 + 1)(c^4 + c^2 - 1) = c^8 + c^4 + 1$.

51. Ikki velosipedchi bir vaqtida bitta yo'l ustida qishloqdan bir-biriga qarab yo'lga chiqdilar. Birinchisi 15 km/h, ikkinchisi esa 12 km/h, tezlik bilan harakat qilmoqda. Agar qishloqlar orasidagi masofa 10,5 km/h bolsa, qancha vaqt dan keyin uchrashuv sodir bo'ladi?

52. Ikki velosipedchi bir yo'ldagi ikkita qishloqdan bir vaqtida bir xil yo'nalishda yo'lga chiqdi. Ikkinci velosipedchi oldinda, birinchisi orqada bormoqda. Birinchi velosipedchining tezligi 15 km/h, ikkinchisini k esa 12 km/h. Agar qishloqlar orasidagi masofa 4,5 km bolsa, birinchi velosipedchi ikkinchisini qancha vaqtida quvib yetadi?

53. Kasmi qisqartiring: 1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a-16}$; 2) $\frac{4x^2-9}{2x-3}$.

Amallarni bajaring (54–59):

54. 1) $\frac{b+3}{5} + \frac{7+b}{10} + \frac{b-3}{2}$; 2) $\frac{a^2+5a-4}{16-a^2} + \frac{7a}{8a+2a^2}$.

55. 1) $\frac{a}{a^2-1} + \frac{1}{1-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x-3y} + \frac{12xy}{3y-2x} + \frac{9y^2}{2x-3y}$.

56. 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy} \cdot \frac{12x^2y}{x+y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16} : \frac{4a+16}{a^2-4a}$.

57. 1) $\left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{a}{a+1} \right)$; 2) $\frac{1-a^2}{1-b} \cdot \frac{1-b^2}{a+a^2} \cdot \left(1 - \frac{a}{1-a} \right)$.

58. 1) $\left(\frac{9m^2-3n^2}{4mn} - \frac{m-4n}{5n} \right) : \left(\frac{2m+n}{3m} - \frac{5n^2-3m^2}{16m^2} \right)$;

2) $\left(\frac{a+4b}{2b} + \frac{6b}{4b-a} \right) : \left(1 - \frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2} \right)$.

- 59.** 1) $\frac{3}{2} \left(\frac{2a}{3} + \frac{a}{7} \right) - \frac{12(a-5)}{7} + a + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2} - 5a \right);$
 2) $2 - \frac{x-a}{x+a} - \frac{x}{x-a} + \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ax} - \frac{2}{x^2} - 5a \right) : \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \right).$
- 60.** Sayyoh daryo bo'yida joylasligan bir oromgolidan velosipedda yo'lga chiqib, boshqa bir oromgohga tayinlangan vaqtida yetib bormoqchi bo'ldi. Daslabki 1 soalda u 10,5 km yo'l bosdi. Agar qolgan masofani ham shunday tezlik bilan o'tsa, manzilga mo'ljallagan vaqtidan 1 saat kechikishini hisoblab bildi. Sayyoh qolgan yo'lni saatiga 15 km tezlik bilan o'tdi va manzilga belgilangan vaqtidan yarim saat oldin yetib keldi. Oromgohlar orasidagi masofani toping.
- 61.** Ikki xonali sonning o'nsiliklari xonasidagi raqam birliklar xonasidagi raqamdan 4 marta katta. O'quvechi 507 ni shu ikki xonali songa ko'paytirmoqchi edi. Ammo u ikki xonali sonning raqamlari o'mini almashtirib yozib qo'ydi. Natijada u topgan ko'paytma masalarining javobidan 27378 ga kichik chiqdi. To'g'ri javob nechaga teng ekan?
- 62.** Tarkibi kumush va misdan iborat qotishunaning massasi 10,5 kg. Undagi kumush tarkibi mis tarkibining $16\frac{2}{3}\%$ ini tashkil qiladi. Qotishmadagi mis massasini toping.
- 63.** 3 ta qopda 120 kg un bor. 1-qopdagisi un 2-qopdagisi unning 1 qismiga, 3-qopdagisi un esa 2-qopdagisi unning 80 % iga teng. Har bir qopda necha kilogramm un bor?
- 64.** Ahmad *A* qishloqdan *B* qishloqqacha velosipedda 14 km/h, tezlik bilan, qaytishda esa 10 km/h tezlik bilan yurdi. Agar Ahmad qaytishga 1 saat ortiq vaqt sarflagan bo'lsa, qishloqlar orasidagi masofani toping.
- 65.** Vertolyot ikki qishloq orasidagi masofani shamol yo'nalishida 1,5 soalda, shamol yo'nalishiga qarshi esa 2 soalda uchlib o'tadi. Agar shamolning tezligi 10 km/hi bo'lsa, shu qishloqlar orasidagi masofa qancha?
- 66.** Firma reja bo'yicha bir nechta mahsulotni 10 kuni muddat ichida tayyorlashi kerak edi. Lekin u har kuni rejaga qo'shimcha

2 tadan mahsulot tayyorlab, muddatiga bir kun qolganda faqat topshiriqni bajaribgina qolmasdan, balki rejadan yana 3 ta ortiq mahsulot tayyorladi. Firma reja bo'yicha nechta mahsulot tayyorlashi kerak edi?

$$67. \text{ 1) } \left(\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2+2xy-y^2} \right) : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x^2}{x^2-y^2} \right);$$

$$\text{2) } \left(\frac{c-d}{c^2+dc} - \frac{c}{d^2+cd} \right) : \left(\frac{d^2}{c^2+cd^2} + \frac{1}{c+d} \right).$$

$$68. \text{ 1) } \left(\frac{2n}{k+2n} - \frac{4n^3}{k^2-4nk-4n^2} \right) : \left(\frac{2n}{k^2-4n^2} + \frac{1}{2n-k} \right);$$

$$\text{2) } \left(\frac{2q}{2q+m} - \frac{2q^4}{4q^2+4mq-m^2} \right) : \left(\frac{2q}{4q^2-m^2} + \frac{1}{m-2q} \right)$$

$$69. \text{ 1) } \frac{3}{2} \left(\frac{2a}{3} - \frac{a}{7} \right) - \frac{12(a-5)}{7} + a + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2} - 5a \right);$$

$$\text{2) } 2 \cdot \frac{x-a}{x+a} \cdot \frac{x}{x-a} + \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ax} + \frac{2}{x^2} - 5a \right) : \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \right).$$

70. Tenglamani yeching:

$$\text{1) } (2x-3)(x+5)-(3-x)(5-2x)=30;$$

$$\text{2) } 5(x-1)^2 - 2(x+3)^2 = 3(x+2)^2.$$

71. Avtomobil shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani 80 km/h tezlik bilan bosib o'tdi. Orqaga qaytishda u masofaning 75 % ini avvalgi tezlik bilan, qolgan yo'lni esa 60 km/h tezlik bilan bosib o'tdi va shuning uchun ham qaytishda yo'lda shahardan qishloqqa borishidagi qaraganda 10 minut ortiq vaqt sarf qildi. Shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani toping.

72. Oralaridagi masosa 340 km bo'lgan ikki bekatdan bir vaqtida bir-biriga qarah ikki poyezd yo'lda chiqdi. Ulardan birining tezligi ikkinchisiniidan 5 km/h ortiq. Agar harakat boshlanganidan 2 soat o'tgandan keyin poyezdlar orasidagi masoфа 30 km ekanligi ma'lum bo'lsa, ularning tezligini toping.

73. Ifodaning son qiymatini toping:

$$1) \left(\frac{1}{3}\lambda + 2a \right) \left(2a - \frac{1}{3}\lambda \right) - \left(\frac{2}{9}\lambda + \frac{4}{7}a \right) \left(7a - \frac{1}{2}\lambda \right) - 1\frac{5}{9}ax, \quad \text{bunda } a = \frac{5}{16}; \lambda = 28,$$

$$2) (3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)-8(x^3+y^3), \text{ bunda } x=0,1; y=1.$$

Amallarni bajaring (74–80):

$$74. \left(\frac{2-3a}{2+3a} - \frac{3a+2}{3a-2} \right) : \left(\frac{2+3a}{2-3a} + \frac{3a-2}{3a+2} \right).$$

$$75. \left(\frac{4a+5b}{4a-5b} - \frac{4a-5b}{4a-5b} \right) : \left(\frac{4a-5b}{4a-5b} - 1 \right).$$

$$76. 1) \left(x^2 - 1 \right) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{1+x} + 1 \right);$$

$$2) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x-y} + \frac{x-y}{x-y} \right).$$

$$77. 1) \left(1+a - \frac{a^2+3}{a-1} \right) \left(1-a^2 \right);$$

$$2) \left(\frac{2-a}{2+a} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \left(\frac{2+a}{2-a} + \frac{a-2}{a-2} \right).$$

$$78. 1) \frac{a-5}{a^2+6a+9} \cdot \frac{(a+3)^2}{a^2-25};$$

$$2) \frac{a^2-49}{a^2+2ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{a-7}.$$

$$79. 1) \frac{b^2-8b+16}{b-3} \cdot \frac{(b-4)^2}{b^2-9};$$

$$2) \frac{a^2-2a+1}{2a+1} \cdot \frac{a-1}{4a^2-1}.$$

$$80. 1) \left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3},$$

$$2) \left(\frac{b}{a^2+ab} + \frac{2}{a-b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \frac{a^2-b^2}{4ab}.$$

81. Ifodani soddalashtiring:

$$1) \left(\frac{a+1}{2a-2} - \frac{1}{2a^2-2} \right) \cdot \frac{2a+2}{a+2};$$

$$2) \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a-b} \right) : \left(\frac{a+b}{a-b} - 1 \right).$$

JAVOBLAR

I bob

8. 2) 9 000 000 000 000. 24. 2) $ak+cp+bn$. 26. 1,5. 27. b) $a \neq 0,5, 35$.
 $\frac{15a+2b}{a+b}$. 38. 1) a) shakning yuzi $S = r(2a - \pi)$. 40. $\frac{3x+4}{k}$. 51. 2) 13,2. 55. 2) $4\frac{5}{6}x - \frac{77}{90}y$. 62.
 4) $15a + \frac{12}{13}x$. 67. 4) $x = -9,8$. 70. 2) $n(0,5p - v)$. 71. 2) 10; 4) 44,4. 74. 4) $a = 3$. 75. 2)
 $x = 0$. 76. 4) $y = 1$.

II bob

17. 2) $x = 4,5$. 20. 2) $x = 6$. 22. 2) $x = 2,4$. 29. 3) $x = 2,55$. 30. 2) 4. 31.
 2) 1. 33. 2) $x = 72,35$. 2) $a = 1$. 38. 3000 so'm. 40. 45%. 41. 7,6 soatda.
 42. 84 soatda. 43. $\frac{1}{\varepsilon}$ qismi. 46. 12 yildan so'ng. 49. 72 litr. 50. 48
 ta. 52. 300 metr. 54. mis 17 N, rux 7 N. 57. 4 km. 62. 30%. 63. 12 ta. 69. $\frac{bk-a}{kn-1}$ kg. 72. 3. 78.
 442 ta. 79. 15 ta. 80. 103 dm. 91. 1) 500 kg.

III bob

20. 2) 4633058. 30. 4) $\left(-\frac{2}{11}y^{\frac{10}{11}}\right)$. 40. 4) 3^{17} . 48. 4) 9. 54. 2) 324. 72. 4) $(27cd)^3$. 75.
 4) $\left(\frac{4}{3}m^9 \cdot n^8\right)^2$. 87. 2) $\frac{(2b)^4}{(3c)^4}$. 96. 4) $n=2$. 101. 2) $x=82$. 112. 2) $-28r^4q^4$. 128. 2)
 $\frac{56}{3}x^{15} \cdot y^8$. 129. 4) $54x^5 \cdot y^9$. 141. 6) $\overline{xyzt} = 1000x + 100y + 10z - t$. 150. 2) $-x - y - 2$; 19.
 161. 3) $11x^2 - x$; 4) $8x^2$. 177. 2) $3x^2 - x$. 192. 10 cm, 30 cm. 193. 2) $999\frac{37}{54}$. 209.
 2) $7a^4 \cdot t^3 - 3,5a^4t^2$. 214. 13 ta. 216. 7-A sinfdida 6-7-B sinfdida 4 nafar qiz bor. 217. 3 ta daftlar
 va 8 ta qalam yoki 7 ta daftlar va 1 ta qalam.

IV bob

3. 4($a - b - c$). 4. 2) $3ab(5a^2b^2 - 3a^2b + 4ab^2 - 7)$. 5. 2) $0,01x^6y^5(x^3 - 4x^2y - 9xy^2 - 3y^3)$.
 6. 2) $(1x - 3y)(2u - 2v)$. 7. 2) $(2b - c)(a + 2 - c)$. 8. 2) $(t - 5)(a + 2b + 4c)$. 9. 2) $(x - 2y)(3y + z)$.
 10. 2) $3x - 3x^2$; 4) $a^2 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. 11. 2) $\frac{1}{5}x^2 - y^2 - \frac{1}{6}xy$; 4) $a^2 - 2b^2 + ab$. 12.
 2) $6xyz(3z - 4y)$; 4) $3ab^2(2a - b)$. 14. 2 soat. 15. 2) 9520 ; 4) 5. 16. 2) $4(m - n); 4)$
 $3(3 + a)$; 6) $4(2m - 3n - 4)$; 8) $0,2(4m + b - 2c)$. 17. 2) $c(a + b)$; 4) $x(2y - 3)$; 6) $2b(d - a)$;

- 8) $p(5-6k)$. **18.** 2) $y(x+z-y)$; 4) $b(a^2-2b-1)$; 6) $a^2(a+4)$; 8) $x^3y^3(y-x)$. **19.** 2) $7x^2(x^2-4)$; 4) $9xyz(z-6y)$; 6) $7abc(a-7b)$. **20.** 2) 1.44. **21.** 2) $(b+4)(a-b)$; 4) $(y-3)(x+b)$. **22.** 2) $(p-q)(x+y-z)$; 4) $(x^2+2)(m-n)^2$. **23.** 2) 1; 4) 1.25. $\frac{d}{5}(3b_1-2b_2)$.
27. 2) $(a-b)(p+1)$; **30.** 2) $(x-3y)(2c+c)$. **31.** 4) $(3z^2+2y^2)(16x-5y)$. **32.** 2)
 $(2mx-5m)(3mx-7m^2)$; 4) $(x^2-y)(x-h-c)$. **33.** 2) $125 \cdot 25(3-1) - 216 \cdot (15+35) = 12500 -$
 $-10800 = 1700$. **34.** 2) $y_1 = 6$; $y_2 = 2$. **35.** 2) $(x-y)(2a-3b)$. **36.** 4) $3(x-y)(2a+b-1)$.
37. 4) $(c+b)(c+6b)$. **38.** 2) $(x+y)(x-2y)$; 4) $(6x+5y)(3x-4y)$; 6) $(x+2y)(2x+y)$. **39.**
4) $(p+5k)(q-4k^2)$. **40.** 2) $(x-1)^2 = 0$, $x = -1$. **41.** 2) $x_1 = 3$, $x_2 = -4$; 4) $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{4}$; 6)
 $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -4$. **44.** 2) $4x^2 - 12xy + 9y^2$; 4) $49a^2 - 14ab + b^2$. **45.** 2) $m^2 - \frac{2}{3}m - \frac{1}{9}$; 4)
 $\frac{m^2}{4} + \frac{1}{3}mn + \frac{n^2}{9}$. **46.** 2) $0.49c^2 - 0.56cd - 0.16d^2$; 4) $\frac{4}{9}x^6 - x^3 + \frac{9}{16}$. **53.** 2) $1 - 8xy$; **54.**
2) $-16a$. **55.** 2) $(2m-5n)(2m+5n)$; 4) $9(2a-b)(2a-b)$. **56.** 2) $(m-n-q)(m-n+q)$; 4)
 $\left(\frac{1}{3}n-3n\right)\left(\frac{1}{3}n+3n\right)$. **58.** 3) $(a^2-5a-5)(a^2-5a+5)$; 4) $12a(3a-7d)$. **59.** 2) $x^4 - 256$; 4)
 $81x^4 - \frac{1}{16}y^4$. **60.** 2) 0. **61.** 2) $x_1 = 2$, $x_2 = -2$; 4) $x = -\frac{1}{3}$. **62.** 2) $(8a-b)(2a-3b)$; 4) $-12a^2$.
63. 2) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$. **64.** 2) $x = -2$; 4) $x = -1$. **65.** 2) $x = 0$. **66.** 2) $x = 3$.
69. Ko'rsatma. 2) $1001^2 - (1000+1)^2$; 4) $198^2 - (200-2)^2$; 6) $79^2 - (80-1)^2$; 8)
 $71^2 = (70-1)^2$. **70.** 2) $(4a+5b)^2$; 4) $(7x-3y)^2$; 6) $\left(\frac{1}{3}a-3b\right)^2$. **73.** Ko'rsatma. 2)
 $(49,7)^2 - (39,7)^2 = (49,7-39,7)(49,7+39,7) = 10 \cdot 89,4 = 894$. **74.** 4) $28 \cdot 32 = (30-2)$
 $(30-2) = 30^2 - 2^2 = 896$; 6) $4,5 \cdot 5,5 = (5-0,5)(5+0,5) = 25 - 0,25 = 24,75$. **76.** 2) $m^2 - 4$;
4) $16 - q^2$; 6) $9a^3 - b^2$. **78.** 2) $3(4a-b)(2a-9b)$. **79.** 2) $(a-3b-2c)(7a-3b+2c)$; 4) $-8a^2$.
80. 3) $v(7a^2 - 8b^2)(7a^2 + 8b^2)$; 4) $8a(2a-5b)$. **81.** 2) $(2a-3b)(2c-c)(c-3b)$; 4)
 $(2x^2 + y^2)(x-9)$. **82.** 2) $x^4 - 81$; 4) $625x^4 - 256y^4$. **83.** 2) $x = 2$. **84.** 2) $x = -\frac{5}{2}$; 4) $x = \frac{5}{4}$.
86. 37. **92.** 2) $(2a-1)(a-b-c)$. **94.** 2) $(x-y+z)^2$. **98.** 2) $\frac{2001}{4000}$. **100.** 2) 0,54. **102.** 2) 1.

103. 2) $(2x-1)(2x-1) + 3y(3y-4x) - 4x^2 + 9y^2 - 12xy - 1 = (2x-3y)^2 - 1 \geq -1$. Eng kichik qyymal. 1 gateng; 4) $(2x-5y+3)(2x-5y-3) = (2x-5y)^2 - 9 \geq -9$. Eng kichik qyymal. 9 gateng.

V bəb

2. $\frac{xy}{xy}$, 4. $\frac{a^2+b^2}{a-b}$, 6. $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$, 7. 2) $\frac{5}{11}$; 4) 1, 5. 8. 2) $\frac{22}{13}$, 9. 2) $\frac{9}{22}$; 4) $\frac{3}{5}$, 10. 2) $\frac{1}{2}$; 4) -12.
11. 2) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{b}{x}$, 12. 2) $\frac{5x}{18}$; 4) $\frac{2n}{3x}$, 13. 2) $\frac{1}{2(m+n)}$; 4) $-\frac{1}{3}$, 14. 2) $\frac{1}{m-n}$; 4) $\frac{3}{8n}$, 15. 2) $2y-3x$; 4) $\frac{9}{12mn(m+n)}$, 16. 2) $\frac{a-b}{2(a-b)}$; 4) $\frac{11n}{4-n}$, 17. 2) $\frac{q}{P-Q}$; 4) $-\frac{1}{2}$, 18. 2) $\frac{P}{P-Q}$; 4) $\frac{x}{y}$.
19. 2) $-\frac{a}{b}$; 4) $-\frac{x}{y}$, 20. 2) $\frac{3a-2b}{2a-3b}$, 21. 2) $\frac{1}{a-b}$; 4) $4-x$, 22. 2) $\frac{b-5}{4cd(3+5)}$; 4) $\frac{b(4-b)}{2(b-3)}$, 23. 2) $d-3$; 4) $\frac{1}{n(b^2-c^2)}$, 24. 2) $\frac{1}{b-6}$; 4) $\frac{1}{2p+1}$, 25. 2) $\frac{2x-1}{2x+1}$; 4) $\frac{2n(m-n)}{6(m+n)}$, 26. 2) $m+n$; 4) $\frac{1}{9-2x}$, 27. 2) $-\frac{1}{4y+3x}$, 28. 2) 16, 29. 2) $a=-2, b=6$, 30. $\frac{ab}{a-b}$, 32. $\frac{5}{2}$, 33. 2) $\frac{7-a}{a-7}$; 4) $-\frac{b}{4a^2-2ax+1}$, 34. 2) $\frac{3}{2a^2}$; 4) $\frac{1}{3c(3x+2)}$, 35. 2) $\frac{x^2-3}{x+1}$; 4) $\frac{d^{11}+1}{d^1}$, 36. 2) $a=-2, b=3$, 40. $\frac{10}{19}$.
41. 20. 42. $\frac{1}{2}$, 43. 40. 45. $a+1$, 47. $\frac{1}{2}$, 49. $\frac{1-c^{64}}{1-c}$, 52. 2) $\frac{8x^2}{12xy}$, $\frac{60}{12xy}$, $\frac{15y^2}{12xy}$, 53. 2) $\frac{20t^2}{5b}$
- va $\frac{a^2}{5b}$, 54. 2) $\frac{ea^2}{24a^2b^2}$, $\frac{4(a^2+b^2)}{24a^2b^2}$, $\frac{a^2-3a}{24a^2b^2}$, 55. 2) $\frac{12x^4-8xy}{9x^2-4y^2}$ va $\frac{15xy-10y^2}{9x^2-4y^2}$, 56. 2) $\frac{2a}{81-25a^2}$ va $\frac{3a(9-5a)}{3(-25a^2)}$, 59. 2) $\frac{6ab}{5ab(2a-3b)(2a+3b)}$, $\frac{6a(2a-3b)}{5ab(2a-3b)(2a+3b)}$, $\frac{3b(2a+3b)}{6ab(2a+3b)(2a-3b)}$,
61. 4) $\frac{1}{2(a^3-b^2)}$, $\frac{3a-b}{2(a^3-b^2)}$, $-\frac{4a^2+3ab-b^2}{2(a^3-b^2)}$, 64. 2) $\frac{2m}{3y^2}$; 4) $\frac{x-y}{m+n}$, 65. 2) $\frac{5n+1}{2x^2}$, 66. 2) $\frac{8}{ab}$,
67. 2) $\frac{30}{77}$; 4) $\frac{c(3ad)}{12a}$, 68. 2) $\frac{3ad-b}{18d}$; 4) $\frac{1a+3}{a}$, 69. 2) $\frac{4c^2+2c-4}{c^2}$; 4) $\frac{a^2-2b+ab}{b^2}$, 70. 2) $\frac{k+n}{mnk}$; 4) $\frac{ba-ab}{acd}$, 71. 2) $\frac{14a^4-30ab^3}{35a^3b^4}$, 72. 2) $\frac{acd^2+ad-ac}{c^2d^2}$; 4) $\frac{bcd^2-bc-bd}{c^2d^2}$, 73. 2) $\frac{azk-bpk+cpk}{pk}$; 4) $\frac{ad}{lci}$, $\frac{ab+ac}{lci}$, 74. 4) $\frac{8y+25x}{10(y-3)}$, 75. 2) 0; 4) $\frac{7x}{6(x+y)}$, 76. 2) $\frac{a-b+y}{ab}$.

$$77. 2) \frac{a+4}{a(a-1)}; 4) \frac{13a-29b}{a(a-b)(a-b)}; 78. 2) \frac{-2x+8}{x^2-9}; 4) \frac{2x^2-13x+2}{x^2-15}; 79. 4) \frac{3y(7y-1)}{1-9y^2}; 80. 4)$$

$$\frac{2}{a+c}, 81. 4) -\frac{2ab}{8a^3b^3-1}; 82. 0. 83. 2) \frac{1}{4x^3-3}; 84. 2) \frac{1}{x-3}; 85. 2) \frac{18x^2}{8a^2-27b^3}; 87. 2) 0. 90. -1.$$

$$95. 12. 102. 2) -\frac{7x}{2(x-1)}; 4) \frac{10x}{6(y-3)}; 103. 2) \frac{a}{3(a+b)}, 104. 4) \frac{2x+a-b}{a(a-b)}, 107. 2)$$

$$\frac{2(a+b+c)}{(a-b)(a+c)(b+c)}, 108. 2) \frac{12a+3b}{6a^2-3b^2}; 109. 2) \frac{52}{5x^2-16}; 110. \frac{24}{7} \text{ soatda.} 112. 2) -\frac{3}{19}.$$

$$115. 2) \frac{13}{22}; 4) \frac{6}{5}, 116. 2) \frac{3}{4}; 4) 81. 117. 2) \frac{k}{mb}; 4) \frac{4mk}{5nd}, 118. 2) \frac{9x^2}{7}; 4) \frac{a^2b^3}{x^2}, 119. 2)$$

$$4x^2y^2a; 4) \frac{b}{2x}, 120. 2) \frac{b}{4(1-a)}, 121. 2) \frac{7}{2}; 4) \frac{13}{2}, 122. 2) \frac{65}{mc}; 4) \frac{5}{3b}, 123. 2) \frac{6}{5}, 124. 2)$$

$$\frac{k^2}{m^2n^2}, 125. 2) \frac{2x}{3y^2}, 127. 2) \frac{2d}{bc}; 4) \frac{14b^2d^2}{15ac}, 129. 4) \frac{3a+b}{6a}, 131. 2) \frac{12xy}{4x^2+9y^2}, 133. 2)$$

$$-4. 134. 1) 2 \text{ ta; } 2) 0, -3, 1, 4. 136. 2) -5, 2, -1, 0, 1, 4. 137. 2) \frac{4xy-7}{4xy+a}, 138. 2) \frac{3x}{4xy},$$

$$139. 2) 12. 140. 2) \frac{1}{2}, 141. 2) \frac{mb}{k}; 4) \frac{5}{4}, 142. 2) \frac{7b^2}{4c^2}, 143. 2) \frac{8x^2b}{z}, 144. 2) \frac{4(1-a)}{5},$$

$$4) \frac{m+n}{4}, 145. 2) \frac{2}{7}; 4) \frac{3}{2}, 146. 2) \frac{143}{mc}, 4) \frac{48}{35c}, 147. 2) \frac{5}{4}; 4) \frac{1}{2mn^2}, 148. 2) \frac{m^2n^2}{k^2}, 149.$$

$$2) \frac{3(1-b)(a-b)}{7}, 150. 2) \frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x^2+2)}, 156. 3x+4. 159. 1) 2y, 162. 2) \frac{3x}{3x-1}, 164. a^2-b^2,$$

$$167. -\frac{4}{9}a^2, 172. 2) \frac{3(a+1)}{5}; 4) 1. 173. 2) \frac{i-1}{b-1}, 174. 2) \frac{4ab}{a^2-b^2}, 175. 2) \frac{i}{a-b}, 178. 2)$$

$$4(a-b), 179. 2) a. 1. 180. 2) 8. 184. 2) \frac{3x(x^2+2x-4)}{x^3-8}; \frac{x+4}{x^2-8}; \frac{x^2-4}{x^3-8}.$$

V 1 b o b

$$1. 20-5\cdot 4. 2. 70-7\cdot 5\cdot 2. 3. 500-20\cdot 20+10\cdot 10. 4. 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7. 5. 2\cdot 4-8. 6. a)$$

$6\cdot 5\cdot 4=120$; b) $6\cdot 5\cdot 4+6\cdot 5=150$. 7. 2^4 . 8. 24 ta. 9. 18 ta. 11. $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6$. 12. Birinchi o'quvchini 30 ta usulda, ikkinchi o'quvchini esa qolgan 29 nafr o'quvchidan 29 ta usulda tanlasak bo'ladi. Bunda har bir justlik ikki marta sanalgani bo'is jami ($30\cdot 29$):2 = 435 ta usulda hosil qilamiz. 13. Piyolalar 4·3·2 ta, likopchalar 5·4·3 ta, choy qoshiqlar esa

$6 \cdot 5 \cdot 4$ ta usulda stolga quyilishi mumkin. Jami $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 172\,800$ ta usul. **14.**

15. C_n^4 . **16.** a), b) –ular teng. **17.** Kesmalar soni $C_n^2 - \frac{n(n-1)}{2}$ ga teng. **18.** Diagonallar soni $C_n^2 - n = \frac{n(n-3)}{2}$ ga teng.



Chuqurlashtirishga oid mavzular

To'plam. To'plamlar ustida amallar. Eyler diagrammalari

- 2.** $\{m, a, t, e, i, k\}$. **5.** $5 \in M, 10 \notin M, 15 \in M, 30 \in M, 35 \in M, 40 \notin M$. **7.** a) raqamlar to'plami; b) 10 dan katta va 30 dan kichik tub sonlar to'plami; d) 2 sonning mos darajakari; e) har bir son oldingi ikkita sonning yig'indisi. **8.**



Quyondar soni haqidagi masalalar. Dirixle principiga oid masalalar

1. a) 3; b) 5; d) 5; e) 5. **2.** 75. **3.** $Ko'rsatma$: $7 - 2 \cdot 3 + 1 = 18$, a) Ha; b) ha. **20.** $Ko'rsatma$. 52 tadan 252 gacha bo'lgan sonlar soni 201 ga teng. **22.** Mutukin emas. **24.** Munkin emas. $Ko'rsatma$. Teskarisini faraz qilsangiz, har bir rangdagi kataklar soni $0+1+2+\dots+14=105$ dan kam emas, jami esa 315 dan kam emasligini hasil qiling. **29.** Yo'q. **30.** a) 8 ta; b) 16 ta; e) 8 ta. **31.** 18 marta. Bir xil rangdagi kataklarga o'tish kerak. **32.** Teskarisini faraz qilish kerak. **34.** $71^3 < 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 9 < 72^3$ ekanligidan foydalaning. **35.** Bir yilda sekundlar soni odamlar sonidan kichik. **36.** 9 xil.

Bir nechta qo'shiluvchilar yig'indisi

- 1.** $Ko'rsatma$. Har varaqda nomerlar yig'indisi toq. 25 ta toq sonlar yig'indisi esa toq. **2.** $Ko'rsatma$. Shu sonlar orasida juft sondagi „-1“ lar uchraydi. Barcha sonlarning yig'indisi 0 ga teng bo'lishi uchun, „-1“ larning soni 11 ga teng bo'lishikerak. **3.** $Ko'rsatma$. $1+2+\dots+2019$ yig'indimi qarang. **4.** $Ko'rsatma$. X nuqtani o'lamiz. U holda $A-X-BX=-AB$. Agar maso falar teng bo'lsa, 45 ta haddan iborat bo'lgan $\pm AB \pm AB \pm \dots \pm AB$ ifoda qiyamti 0 ga teng bo'lishi kerak. **5.** $Ko'rsatma$. Bu yig'indida toq qo'shiluvchilar soni juft (1010 ta) bo'lganligi bo'is, yig'indidi ham juft bo'ldi. **6.** $Ko'rsatma$. $1 - 2 + 3 + \dots + 2014$ ifodada 1007 ta toq son qolmasligini uchun, u juft soni bo'la olmaydi. Demak, shu ifodada ayrim „+“ ishoralarini, „-“ ishoralariga almashtirsak ham, hosil bo'lgan ifoda juft son (jumladan, 0) bo'la olmaydi.

Ketma-kettikliklar ta'rif va berilish usullari

- 1. 3.** $Ko'rsatma$: Har bir hadga 2 ni qo'shib, 2 ga bo'ling. **2. 66.** $Ko'rsatma$: Har bir haddan 1 ni ayirib, 2 ga ko'paytiring. **3. 24.** $Ko'rsatma$: 1 dan 5 gacha sonlarni kvadratga oshirib, 1 ni ayiring. **4. 35.** Navbat bilan berilgan sonlardan har biriga 7, 8, 9, 10 sonlarini qo'shing. **5. 4.** $Ko'rsatma$: Toq o'rnlarda va juft o'rnlarda turgan sonlarni qarang.

- 8. Yo'q. $a_n - n^2 + n - 41$ uchun a_{n_0} had tub emas.**

- 1) 6, 9, 12, 15, 18, 21, ... (24).
- 2) 9, 1, 7, 1, 5, 1, ... (3).
- 3) 2, 3, 5, 6, 8, 9, ... (11). 1) 10, 12, 9, 11, 8, 10, ... (7).
- 5) 1, 3, 6, 8, 16, 18, ... (36).
- 6) 3, 4, 6, 9, 13, 18, ... (24)
- 7) 15, 13, 16, 12, 17, 11, ... (18).
- 8) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... (64).
- 9) 1, 2, 5, 10, 17, 26, ... (37).
- 10) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... (49).
- 11) 1, 2, 6, 16, 31, 56, ... (92).

- 12) 31, 24, 18, 13, 9, 6, ... (4).
 13) 174, 171, 57, 54, 18, 15, ... (5).
 14) 54, 19, 18, 14, 6, 9, ... (2).
 15) 301, 294, 49, 44, 11, 8, ... (4).

De Morgan qonuntari. Masalalar yechish

1. $C \subseteq E \subseteq D \subseteq A \subseteq B$. $D \subseteq B \subseteq E \subseteq C \subseteq F$.

Kiritish-chiqarish formulasi

$$1. 25 \cdot 4 \cdot 1000 \cdot 000 = 1000 \cdot 100 \cdot 10 - 998 \cdot 910. 5. Xalo, chunki 45 \cdot 25 = 30 \cdot 28 + 16 \\ + 18 + 17 - 15 = -2 < 0. 6. 1 \cdot 600 \cdot 7 \cdot 140 \cdot 8 \cdot 2.$$

Rost va yolg'on muohazalar

1. a) Yo'q; b) ha; d) yo'q; e) ha; f) yo'q; g) yo'q; h) ha; i) ha; j) yo'q; k) yo'q; l) ha; m) yo'q. 2. a) Rumb bo'limgan kvadrat. bar; b) hamma qushlar uchra o'ladi; d) hamma yozuvchilar shoir; c) hamma pashshalar chaqadi; f) ayrim sayyoralar shar shaklida emas; g) ayrim askarlar kuchli insonlar emas; h) ayrim xirurglar – shifokor emas. i) ayrim ayqliar asalini iste'mol qilmaydilar; j) ayrim doiralar yassi figura emas; k) hamma quyonlar karamni yaxshi ko'rmaydilar; l) barcha kitoblar qiziqarli. 3. a) Ha, yolg'on; b) ha, rost; d) ha, yolg'on; e) ha, yolg'on; f) ha, yolg'on; g) ha, rost; h) ha, yolg'on; i) ha, yolg'on; j) ha, yolg'on; k) ha, yolg'on; l) ha, rost; m) ha, yolg'on. 4. a) Ikkita juft sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; b) ikkita toq sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; d) uchta juft sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi; e) uchta toq sonning yig'indisi doimo toq bo'ladi; f) toq va juft sonlarning yig'indisi doimo toq bo'ladi; g) agar toq sondan juft son ayirilsa, natijada toq son hosil bo'ladi; h) agar toq sondan toq son ayirilsa, natijada juft son hosil bo'ladi; i) ikkita toq sonning ko'paytmasi doimo juft bo'ladi; j) toq va juft sonlarning ko'paytmasi doimo juft bo'ladi; k) ikkita toq sonning yig'indisi doimo juft bo'ladi. 5. To'tiqush – kar. 6. 1 000. 7. Sardorga 9 ta tanga, Po'latga 3 ta tanga.

MUNDARIJA

5 – 6-sinflarda o’tilgan mavzularni takrorlash.....	3
I bob. Algebraik ifodalar.....	6
1- §. Sonli ifodalar.....	6
2- §. Algebraik ifodalar.....	10
3- §. Algebraik tengliklar, formulalar.....	14
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....	16
4- §. Arifmetik amallarning xossalari.....	19
5- §. Qavslarni ochish qoidalari	21
6- §. To‘plam. To‘plamlar ustida amallar. Eyler diagrammlarini.....	26
II bob. Bir noma'lumli birinchi darajali tenglamalar.....	32
1- §. Tenglama va uning yechimlari.....	32
2- §. Bir noma'lumli birinchi darajali tenglamalarni yechish.....	35
3- §. Masalalarni tenglamalar yordamida yechish.....	41
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....	44
7- §. Mantiqiy masalalarni jadval yordamida yechish.....	53
8- §. Graflar. Toq darajali uchlar sonining juft-loqligi.....	58
III bob. Birhadlar va ko‘phadlar.....	66
1- §. Natural ko‘rsatkichli daraja.....	66
2- §. Natural ko‘rsatkichli darajaning xossalari	70
3- §. Birhad va uning standart shakli. Sonning standartshakli.....	79
4- §. Birhadlarni ko‘paytirish.....	82
5- §. Ko‘phadlar	85
6- §. O‘xshash hadlurni ixchamlashi	88
7- §. Ko‘phadlarni qo’shish va ayinish.....	91
8- §. Ko‘phadni birhadga ko‘paytirish	94
9- §. Ko‘phadni ko‘phadga ko‘paytirish	96
10- §. Birhad va ko‘phadni birhadga bo‘lish.....	99
11- §. Quyonlar haqida masala. Dirixle prinsipi va uning umumlashgani	102
12- §. Dirixle prinsipi va natural sonlarning bo‘linishi	105
13- §. Dirixle prinsipiga oid masalalar	110
14- §. Bir nechta qo’shiluvchilar yig‘indisi	113
Amaliy-tatbiqiy masalalar.....	117

IV bob. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish.....	119
1- §. Umumiy ko'paytuvchiligi qavsdan tashqariga chiqarish.....	119
2- §. Guruhlash usuli	124
3- §. Yig'indining kvadrati. Ayirmaning kvadrati	127
4- §. Kvadratlar ayirmasi formulasi	131
5- §. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishning bir nechta usullarining qo'llanilishi	135
6- §. Qisqa ko'paytirish formulalarining bo'linishga oid masalalarga qo'llanilishi.....	141
7- §. Keltma-keltiklar ta'risi va berilish usullari.....	145
Amaliy-ta'biqiy masalalar.....	153
V bob. Algebraik kasrlar.....	155
1- §. Algebraik kasr. Kasrlarni qisqartirish.....	155
2- §. Kasrlarni umumiy maxrajiga keltirish.....	163
3- §. Algebraik kasrlarni qo'shish va ayirish	166
4- §. Algebraik kasrlarni ko'paytirish va bo'lish	175
5- §. Algebraik kasrlar usida birlgilikda bajariladigan amallar.....	182
6- §. Kiritish-chiqarish formulaları.....	185
7- §. De Morgan qonunlari. Masalalar yechish	191
Amaliy-ta'biqiy masalalar.....	195
VI bob. Kombinatorika elementlari.....	197
1- §. Kombinatorikaning asosiy qoidalari.....	197
2- §. O'rinn almashtirish. Guruhlash. Amaliy-ta'biqiy mashqlar.....	202
3- §. Rost va yolg'on mulohazalar	207
4- §. Qarama-qarshi mulohazalar. Mulohazalarning inkori.....	210
5- §. Kvantorlar. Qarama-qarshi mulohazani tuzish qoidasi. Teskarisidan isbotlash usuli. Teorema	211
6- §. Yolg'onchi paradoksi. Sartarosh paradoksi va boshqa paradokslar.....	217
7- sinf „Algebra“ kursini takrorlash uchun mashqlar	220
Javoblar	230

22.1ya72
A 45

Mirzaxmedov M. A.

Algebra: Aniq fanlargaixtisoslashtirilgan Davlatumumta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik / M. Mirzaxmedov va b. – Toshkent: «O'qituvchi» NMU, 2019. – 240 bet.

ISBN 978-9943-22-402-5

UO'K: 51(075.3)
KBK 22.1ya 72

**M.A.Mirzaxmedov, G.Nasridinov, Sh.N.Ismailov,
M.M.Shaniyazova, F.R.Usmonov,
F.S.Rahimova, Sh.R. Aripova**

ALGEBRA

*Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan Davlat umumta'lim maktablarining
7-sinfi uchun darslik*

Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2- nashri

„O'qituvchi“ nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent – 2019

Muharrir *Normat G'oipov*
Badiiy muharrir va massom *Dilnoza Do'smatova*
Teknik muharrir *Nazokat Niyozmuhamedova*
Musallih *Nargiza Giyasova*
Kompyuterdasashifalovchi *Muslima Mirpo'latova*

Nashriyot litsenziysi AI № 012. 20.07.2018.

Original -maketdan bosishgaruxsal etildi 02.07.2019. Bichimi 70x100^{1/16}.

Kegli 11 shponli. Ofset hosma usulida bosildi. Ofset qog'izi.

Shartli b. t. 19,35. Hisob -nashriyot t. 15,0.

Adadi 916 nusxa. Buyurtma №

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Administratsiyasi huzuridagi Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligining «O'qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi.

Toshkent shahri, Yangishahar ko'chasi, 1-uy.

Shartnoma №20-19

Ijaraga beriladigan darslik holatini ko'rsatuvchi jadval

No	O'quvchining ismi va familiyasi	O'quv yili	Darslikning olingandagi holati	Sinf rah- barining imzosi	Darslikning topshirilgan- dagi holati	Sinf rah- barining imzosi
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

**Darslik ijara ga berilib, o'quv yili yakunida qaytarib
olinganda yuqoridagi jadval sinf rahbarlari tomonidan quyidagi
baholash mezonlariga asosan to'ldiriladi:**

Yangi	Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati.
Yaxshi	Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilмаган, ko'chunagan, bellaridayozuv va chiziqlar yo'q.
Qoniqarli	Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta'mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta ta'mirlangan, ayrim bellariga chizilgan.
Qoniqarsiz	Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismidan ajralgan yoki butunlay yo'q, qoniqarsiz ta'mirlangan. Bellari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo'yah tashlangan. Darslikni tiklab bo'lmaydi.