

Sayısal Analiz Dersi 2.Ödev 1.Soru

02220224048  
Zümre Güven

$x^3 - 2x^2 - 5 = 0$  denkleminin  $[2,4]$  aralığındaki kökünü ikiye bölme metodu ile 4 iterasyonda bulunuz.

1. iterasyon

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 4$$

$$\frac{2+4}{2} = 3$$

$$f(3) = 27 - 18 - 5 = 4$$

2. iterasyon

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

$$\frac{3+2}{2} = 2.5$$

$$f(2.5) = (2.5)^3 - 2(2.5)^2 - 5$$

$$f(2.5) = 15.625 - 12.5 - 5$$

$$f(2.5) = -1.875$$

3. iterasyon

$$x_1 = 2.5 \quad x_2 = 3$$

$$\frac{2.5+3}{2} = 2.75$$

$$f(2.75) = (2.75)^3 - 2(2.75)^2 - 5$$

$$f(2.75) = 20.79 - 15.12 - 5 = 0.67$$

4. iterasyon

$$x_1 = 2.5 \quad x_2 = 2.75$$

$$\frac{2.5+2.75}{2} = 2.62$$

$$f(2.62) = (2.62)^3 - 2(2.62)^2 - 5 \quad f(2.62) = 0.69$$

$x^3 + 4x^2 - 10 = 0$  denkleminin  $[1,2]$  aralığındaki kökünü biseksiyon yöntemi ile 4 iterasyonda bulunuz.

1. iterasyon

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad \frac{1+2}{2} = 1.5 \quad f(1.5) = (1.5)^3 + 4 \cdot (1.5)^2 - 10$$
$$f(1.5) = 3.37 + 9 - 10 = 2.37$$

2. iterasyon

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1.5 \quad \frac{1+1.5}{2} = 1.25 \quad f(1.25) = (1.25)^3 + 4 \cdot (1.25)^2 - 10$$
$$f(1.25) = 1.9531 + 6.25 - 10$$
$$f(1.25) = -1.796$$

3. iterasyon

$$x_1 = 1.25 \quad x_2 = 1.5 \quad \frac{1.25+1.5}{2} = 1.37$$
$$f(1.37) = (1.37)^3 + 4 \cdot (1.37)^2 - 10 = 0.262$$

4. iterasyon

$$x_1 = 1.25 \quad x_2 = 1.37 \quad \frac{1.25+1.37}{2} = 1.31$$
$$f(1.31) = (1.31)^3 + 4 \cdot (1.31)^2 - 10 = \underline{\underline{-0.848}}$$

Verilen fonksiyon  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 

$$\text{fonksiyonun türevi} = f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \quad f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\text{Newton-Raphson Yöntemi ile} \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Başlangıç noktası  $x_0 = 2$  seçilirse

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad x_2 = 2 - \frac{f(2)}{f'(2)} = 2 - \frac{-1,259}{-0,209} =$$

$$\Rightarrow -8,023923$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \quad x_3 = -8,0239 - \frac{f(-8,0239)}{f'(-8,0239)} = -8,02 - \frac{-2,001}{-12,02}$$

$$x_3 \approx 32,0798$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$$

Sekilde devam eder. Sonuçlar karmaşık sayı ve çok kusurlu şekilde çıkmaya devam eder.

Bu nedenle kökün tam olarak bulunup bulunmadığının analizi için daha fazla analiz yapılmalıdır.

$f(x) = 4e^{-0.5x} - x$  denkleminin kökünü Newton-Raphson ile başlangıç değeri  $x_0 = 2$  olarak 4 iterasyon sonucunda bulunuz.

1. iterasyon

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow x_1 = 2 - \frac{f(2)}{f'(2)} \Rightarrow 1.695$$

2. iterasyon

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \Rightarrow (1.69) - \frac{f(1.69)}{f'(1.69)} = 1.705$$

3. iterasyon

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \Rightarrow 1.705 - \frac{f(1.705)}{f'(1.705)} \Rightarrow 1.705$$

4. iterasyon

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} \Rightarrow (1.705) - \frac{f(1.705)}{f'(1.705)} = \underline{1.705}$$