

# Matematika pro informatiku (NI-MPI)

Domácí úkol ZS 2022/2023

Napište program pro iterační řešení soustavy rovnic

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

kde

- $\mathbf{A}$  je zadaná matice soustavy,
- $\mathbf{b}$  je zadaný vektor pravé strany,
- $\mathbf{x}$  je hledaný vektor řešení.

Pro řešení soustavy využijte

J) Jacobiho metodu,

GS) Gaussovu-Seidelovu metodu.

Zastavovací kritérium vašeho programu nastavte tak, aby (v konvergentím případě) program vrátil přibližné řešení  $\tilde{\mathbf{x}}$  splňující

$$\frac{\|\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2} < 10^{-6}$$

( $\|\cdot\|_2$  je eukleidovská norma).

Pro váš program použijte následující vstupy:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \gamma & -1 & & & \\ -1 & \gamma & -1 & & \\ & -1 & \gamma & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -1 \\ & & & -1 & \gamma \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{20,20}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \gamma - 1 \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 2 \\ \vdots \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{20},$$

kde na prázdných místech v matici  $\mathbf{A}$  jsou nuly. Jako startovací vektor volte  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ .

Proveďte výpočet pro tři následující hodnoty parametru  $\gamma$ :

- $\gamma = 10$ ,
- $\gamma = 2$ ,

c)  $\gamma = \frac{4}{5}$ .

Pro výpočty užíjte **dvojitou** přesnost (double precision).

### Jak splnit úkol?

Naprogramujte obě varianty J) a GS), a otestujte je pro dané hodnoty parametru  $\gamma$ . Ve všech testech změřte počet potřebných iterací všech variant potřebný k získání předepsané přesnosti, nebo konstatujte, že iterační metoda pravděpodobně nekonverguje.

Programovací jazyk pro zpracování práce si zvolte z množiny {C, C++, Python, Fortran, SageMath, Matlab, Julia}. Zdrojový kód musí obsahovat nějaké minimum komentářů pro pochopení, co se v programu děje. Na začátku by měl být alespoň minimální návod umožňující úspěšné znovupoužití vašeho kódu (tj. informace, jak jej má opravující spustit).

### Co odevzdat?

Do přiložené tabulky dostupné na Teams nebo pod tímto odkazem vyplňte počet potřebných iterací k dosažení požadované přesnosti všech variant. (Udělejte si kopii tabulky a odevzdejte na ni odkaz, nebo tabulku přiložte jako soubor.) Můžete metody naprogramovat různé a sledovat změny (pak pište např. „Ja1“, „Ja2“ ... a varianty popište.)

Mimo počtu iterací do tabulky vyplňte také:

1. *stručný* popis varianty;
2. komentář k získaným výsledkům - soustřeďte se na souvislost s teorií a splnění či nesplnění podmínek pro konvergenci;

Spolu s tabulkou odevzdejte i zdrojový kód.

### Jak odevzdat?

K odevzdání bude použito odevzdávání úkolů přes MS Teams „Zadání“ („Assignments“) – k nalezení v horní liště *cvičebního* týmu, tedy tam je třeba **v termínu** nahrát vyplněnou tabulku a zdrojový kód. (Pokud to není extra nutné, tak bez komprimace.)

(K odevzdávání: prosím, dejte pozor, abyste zadání finálně odevzdali, je možno mít odevzdání v nějakém mezistavu, ke kterému se vyučující nedostane. Na finální odevzdání by mělo být tlačítko „Odevzdat“ („Turn in“).)

### Jak bude úkol hodnocen?

- 0 až 1 bod za obdržené výsledky (tabulku);
- 0 až 2 body za program (1 bod za variantu);

- 0 až 3 body za komentář.

Případné neexplicitně požadované a vyhodnocené varianty mohou být ohodnoceny navíc bonusovými body.

Základní iterační metoda by měla být vámi naprogramována, tj. nestačí zavolat jeden příkaz z nějaké knihovny. Na druhou stranu není samozřejmě nutné dělat vše od nuly, tedy např. lze použít maticové násobení z nějaké knihovny, pokud jej budete potřebovat. Obdobně lze použít i maticovou inverzi, ale v ten okamžik silně doporučujeme se podívat, jak je tato inverze spočtena.

### **„Skupinová práce“**

Úkol je koncipován tak, aby si ho každý vyzkoušel sám, tj. vřele doporučujeme si to opravdu zkusit naprogramovat a vyhodnotit.

### **Minimalistické řešení**

Ano, stačí, když naprogramujete pouze jednu variantu, získáte tím však max. 3 body.