证明过程：

假设误差项为 $e(t) = X_s - X_s^\delta$，并用以下公式表示：

$$e(t) = \int_0^s \left(f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \right) dE_r + \int_0^s \int_0^{r_2} \left(ff' + \frac{\sigma^2}{2} f'' \right) dE_{r_1} dE_{r_2} + \int_0^s \int_0^{r_2} \sigma f' dB_{E_{r_1}} dE_{r_2}$$

应用 Itô 公式。Itô 公式表示，如果 $e(t)$ 是一个连续的半鞅（semimartingale），那么

$$d(e(t)^2) = 2e(t)de(t) + d\langle e(t) \rangle$$

其中，$\langle e(t) \rangle$ 表示 $e(t)$ 的鞅项的二次变差。

现在，我们来应用 Itô 公式：1. 计算 $de(t)$：

$$de(t) = \left(f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \right) dE_r + \left(ff' + \frac{\sigma^2}{2} f'' \right) dE_{r_1} dE_{r_2} + \sigma f' dB_{E_{r_1}} dE_{r_2}$$

2. 计算 $e(t)de(t)$：

$$e(t)de(t) = e(t) \left[\left(f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \right) dE_r + \left(ff' + \frac{\sigma^2}{2} f'' \right) dE_{r_1} dE_{r_2} + \sigma f' dB_{E_{r_1}} dE_{r_2} \right]$$

3. 计算 $d\langle e(t) \rangle$：

$$d\langle e(t) \rangle = |\sigma f'|^2 dE_{r_2}$$

结合这些结果，我们得到：

$$\begin{aligned} d(e(t)^2) =& 2e(t) \left[\left(f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \right) dE_r + \left(ff' + \frac{\sigma^2}{2} f'' \right) dE_{r_1} dE_{r_2} + \sigma f' dB_{E_{r_1}} dE_{r_2} \right] \\ &+ \left(f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \right)^2 dE_{r_1} dE_{r_2} \end{aligned}$$

积分后，我们得到：

$$|e(s)|^2 = \int_0^s 2\langle e(r), f(X_{\tau_{n_r}}) - f(X^\delta_{\tau_{n_r}}) \rangle dE_r + \int_0^s \left| \int_0^{r_2} \sigma f' dB_{E_{r_1}} \right|^2 dE_{r_2} + M(s)$$

其中，$M(s)$ 是一个鞅项，表示为：

$$M(s)=\int_0^s 2\langle e(r),\big(f(X_{\tau_{n_r}})-f(X^{\delta}_{\tau_{n_r}})\big)\rangle dE_r+\int_0^s\int_0^{r_2}\left(ff'+\frac{\sigma^2}{2}f''\right)dE_{r_1}dE_{r_2}$$
$$+\int_0^s\int_0^{r_2}\sigma f' dB_{E_{r_1}}dE_{r_2}$$