作业分享

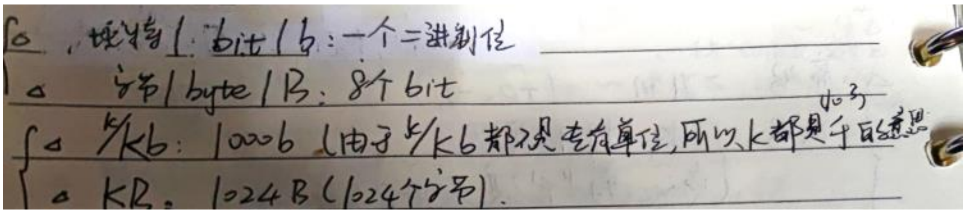
2023年8月15日 15:01

大二上：https://www.aliyundrive.com/s/LwyeXwsSJUx

大二下：https://www.aliyundrive.com/s/3Y2xnFsvubX

0基础知识

2023年2月13日 19:44



0 . 比特/bit/b：一个二进制位

△ 字节/byte/B：8个bit

△ k/kb：1000b（由于k/kb都不是专有单位，所以k都是千（10^3）的意思

△ KB：1024B（1024个字节）.

（KB为专有单位！）

①基本语句

2021年11月16日 17:52

0基础
~.c→~.obj→~.exe
①基本框架

```
#include<stdio.h>
 int main()
 {

  printf("  \n");
return 0;
}
```

②赋值、输入
（Ⅰ）赋值
*整数：int a=3,b,c=5//b只定义了是整数（多行注释用"/"！）
*小数：float a=3.14
*字符：char a='A'
变量类型不清楚时（如迭代器）可以用auto类型
（Ⅱ）输入
*输入型赋值：（此时不能规定精度）
法一：scanf("%d,%d"&a,&b)：输入时需为…,…（若scanf语句中将变量用逗号（包括分号等的非空白字符）分隔，则输入时需用相同的非空白字符分隔输入值）
法二：scanf("%d%d",&a,&b)或者scanf("%d %d",%a,&b)（即无任何间隔或使用空白字符）：输入时都需用空白字符（空格或回车）分隔输入值

*scanf("%3d%3d",&a,&b)：输入的一串数只取前三个做a,剩余传向b（例：12345，则a=123，b=45）
*scanf("%d%*c%d",&a,&b)："*"表示跳过一个该类型的数据（实际为跳过任意一个数~）
*scanf("%c%c",&a,&b):所有字符（包括转义字符、空白字符等）都可以作为字符输入（%c为特例，它本身只能读一个字符，所以输入时不需要打空白字符做间隔）（但如果在其中添上空格则需输入空格~）
*从stdin流（缓冲区）读取数据，未读数据残留在缓冲区
*使用字符数组名或指针名时前面不必加&（因为它们已经是地址）

*输入字符：
char a,b,c;
a=getchar();
…
putchar(a);
…
putchar('\n');
…
区分：
*共同点：三者都只接收一个字符；都能接收空格而以回车为结束（不接收回车）；都是ch=get..()格式
*不同点：
getch:getch(ch);不回显；<conio.h>
getche:getche(ch);自动回显；<conio.h>
getchar:a=getchar();输入缓冲区一直到键入一个一个回车符才返回给系统（即返回后可能还留下一些字符在排队流中）；<stdio.h>
*按回车产生两个字符：回车符（'\r'）（使光标回到这行的首部）和换行符（'\n'）；输入字符并按下回车键后getchar函数结束，但还存在换行符，需用fflush()函数刷新输出（stdout）缓存。对于输入（stdin），没有定义。（PS：若库中无fflush函数，可用fgets()函数代替）
*程序输出完再写一句getch():把屏幕停住，按任意键才退回到环境中
*另：gets():不接收空格、回车；函数的原型是： char *gets(char *s); 其中s是一个字符数组或有存储空间的字符指针。 gets()函数用来从键盘读入一串字符，并把它们送到gets() 函数中的字符数组或字符型指针所指定地址的存储单元中。 gets()函数返回一个指针。在输入字符串后，必须用回车作为输入结束，该换行符'\n'并不属于这串字符，由一个"空操 作字符('\0')"在串的最后来代替它。此时空格不能结束字符串的输入。
*char a[100];
gets(a);//这样写一个就够了

③基本运算
百分号（%）：%%
取余：%
高斯函数：(int)(...)
整数绝对值：abs
实数绝对值：fabs
e的x次方：exp
x的y次方：pow(x,y)
开根号：sqrt
求lnx:log
求logx：log10
求和：int ADD(int a,int b)//即∑
交集（if语句中）：&&
并集（if语句中）：||（优先级：与>或）
*n位小数：
（Ⅰ）...%5.2f...\n",a,...);//5:共占5位；2：小数点后2位
（PS：*一般情况多空格补在最前，若为-5.2则补在最后
*整数部分必须完整表示（即仅限制小数））
（Ⅱ）...%5.2s...\n",a...);//当成字符处理，从左开始取字符（加负号则右对齐）
*科学计数法：...%10.2e厘米\n"'123.456);//输出为：_1.23e+002厘米（即1.23*10的二次方；002这一处必占3位)
*j=i++:i值自增1，j赋i自增前的值
j=++i: ……………………………后……

*&0xFF相对于%64：变为无符号数
*大小写转换：#include<ctype.h>
toupper、tolower~
PS：涉及负数取整除法的，最好加个int(...)更保险一点！

④输出
*printf("a=%d,b=%d,c=%d\n",a,b,c)
*puts("..."):只输出字符
*putchar（"..."):~
*整数：%d（定义时为字符，输出时为整数：输出字符的ASCII码）
*小数：%f（输出全部整数，保留6位小数，但有效位数只占5位)
*字符：%c
*无符号式输出：%u
*字符串（以空白字符作为结束）：%s
*十进制：%d
八 o
十六 x
*短整型数（二进制长度为16）：%h
*在输出d\i\o\u\x等整型量时，在前面加上1表示输出的是一个长整型数；在e/f/g等实型量前加1表示输出的是一个双精度实型数（二进制长度64位，精度15位）
*例：
int a=-2;
printf("a=%o,%x,%u\n",a,a,a);
D.A.:177776,fffe,65534

⑤其他基本语法
*注释(不能嵌套）：
/*
....
*/
应用：临时隐藏一段代码

②选择语句

2021年11月16日 17:53

①if语句

（Ⅰ）法一:

if-else~

（Ⅱ）法二:

```
A?...:B?...C?...//若符合条件A则输出…;若…
```

（运算顺序:从右向左）

②switch语句

```
switch(…)
{
 case&apos;…&apos;://"…"与上面switch中的".."对应!
 case&apos;…&apos;:…//这两个case应执行的命令一样
}
```

*如果有多个case需要执行相同的命令，则可以使用空语句

③ C语言中的逻辑运算

＊（a<b）！ =c:按真假把括号部分换算为1/0，再与c相比，再输出1/0

*取反：！ (…)

③循环语句

2021年11月16日 17:58

（PS：用“轮、次”代表循环整体（包含一次次循环）、一次循环）

①while语句

略~

*continue:提前结束本次循环（即不再执行此次循环剩余命令，进入下一次循环）

②do-while语句

```
A
do
{
        C
}
while(B);
```

③for循环

for(A;B;C)//此处A,B,C可为空格，把原本要写在这的写在“原有位置”

④数组

2021年11月16日　　17:58

①定义一维数组

int a[n](={ , , })//括号内容可写可不写

②定义二维数组

int a[m][n]={{ , , },{ , }};

int b[m][n],i,j;//两种定义方式~

*定义字符数组：char c[n]...(类似上面)

*整体输出：

（Ⅰ）法一：printf("%s",A);//A为定义的数组名称

（Ⅱ）法二：puts(A);

*若元素中出现'\0',此元素及后面的元素一律不再输出（常用于将'\0'作为末尾元素，写大程序时忘记前面元素数亦可准确输出，此时元素总数比原来多一）（'\0'亦可用来填补无用多余元素）

③输入字符数组

（Ⅰ）法一：*逐个单词输入

```
char c1[n1],c2[n2];
scanf("%s%s",c1,c2);
```

(Ⅱ）法二：整句输入

```
char c[n];
gets(c );//实际并无空格，因为原本打出来是©
```

④字符型数组

库函数#include<string.h>

*strcmp(...,...):比较字符串大小，大于则为1，~，~

*strcpy(a,b):把b字符串赋值给a（若数组为a[n],则直接写a；若为a[m][n],则写a[i]）

*len=strlen(a):计算长度

*strspn(a,b):返回a中第一个出现的字符串b结束后的下标

⑤函数

2021年11月16日　　17:59

⑩局部变量的存储类别

(Ⅰ) 自动变量

（1）自动变量（auto）

函数中的局部变量，若不专门声明为 static（静态）存储类别，都是动态地分配存储空间的，数据存储在动态存储区中。函数中的形参和在函数中定义的局部变量，都属于此类。

实际上，关键字“auto”可以省略，不写 auto 则隐含指定为“自动存储类别”，它属于动态存储方式。

即：(auto)int a=1;

（Ⅱ）静态局部变量、（Ⅲ）寄存器变量（都见下图）

（2）静态局部变量（static 局部变量）

函数中的局部变量的值在函数调用结束后不消失而继续保留原值，即其占用的存储单元不释放，在下一次再调用该函数时，该变量已有值（就是上一次函数调用结束时的值）。这时指定该局部变量为“静态局部变量”，用关键字 static 声明。

例：
```
void fun()
{ static int a=1;
  a++;
}
```
① a=1　a=2

② a=2　a=3

（3）寄存器变量（register 变量）

将局部变量的值放在 CPU 的寄存器中，这样的变量叫做寄存器变量。

自动变量存储在动态存储区；静态局部变量存储在静态存储区；寄存器变量存

（Ⅳ）外部变量

8.3 全局变量的存储类别

外部变量是在函数的外部定义的全局变量，它的作用域是从变量的定义处开始，到本程序文件的结尾。

（1）在一个文件内扩展外部变量的作用域。

（2）将外部变量的作用域扩展到其他文件。

（3）将外部变量的作用域限制在本文件中。

⑥指针

2021年11月16日　　17:59

0基本知识:
*指针的作用：存储地址
*&：取地址符
**：间接寻址运算符(&、*优先级相同，运算时从右往左)
*->:结构体指针运算符（用来访问结构体内部成员）
*通用指针：void *general_ptr;
　　*不能直接进行间接寻址运算
　　*访问时需进行类型转换：float *fptr=(float*)general_ptr;
*运算符&不能用于数组、寄存器变量

①注意事项:
*指针初始化（scanf等等）：需给指针本身初始化而非其指向的值！（即*p=...）
*字符数组是常量，不能赋值!

②指针变量与其他变量的关系:
（1）指针变量与普通变量
int a,*p;//*指针=指针指定的变量的值
p=&a//指针=&变量

（2）指针变量与一维数组
1.(标题略)
*指针=&数组名[某数]
*指针+i=&数组名[某数+i]
*&数组名[某数]相当于数组名+某数
数组名[某数]相当于(数组名+某数)
++运算优先级高于
2.指针变量与一维数组相关函数
（在数组的基础上修改）
*实参：主函数中的~
*形参：调用的~
*实参与形参的两种形式（都如此）：数组名、指针变量
（Ⅰ）函数声明（调用时、定义的开头）
数组名[]→*p
（Ⅱ）函数解释（定义，即形参作为指针变量）
数组名[i]→*(p+i)
(Ⅲ）函数使用（调用与其他主函数内容，即实参作为指针变量）

数组名→q（使用前需先关联）

（3）指针变量与二维数组

1.(标题略)

指针=&数组名[数a][数b]

指针+i=&(数组名[数a][数组b]后面第i个元素)

&数组名[数a][数b]相当于数组名[数a]+[数b]

也相当于数组名[0]+a*列数+b

2.指针变量与二维数组相关函数

（Ⅰ）函数声明

数组名[][某数]→*p

（Ⅱ）函数解释

数组名[i][j]→*(p+i*列数+j)

(Ⅲ）函数使用

数组名→*数组名

3.指针变量指向二维数组的行变量

定义(*p)[列数]

关联p=二维数组名+某数n　　　　*(*(p+i)+j)=二维数组名[n+i][j]

```
int a[m][n]=...;
int (*p)[n];
p=a+1
...
```

4.用指向二维数组变量的指针变量做形参

函数声明+函数解释即可

(5)指针变量与字符串（相关函数）

*和一维数组完全一致~

(6)指针变量与函数

*注意：函数中进行指针运算时，地址是最根本的（即仅整体交换p没有用，需交换*p！）

*指针指向的是函数名（即(*p)(...)才是函数名(...)!(省略号指的是变量名))

*例：（指向函数的指针）

```
int max(int x,int y);
int min(int x,int y);
int(*p)(int,int) //*p（...）（即不加括号）为指针类型的函数！
...
 p=min;
...
 p=max;
...
printf("结果为%d\n",(*p)(a,b);
...
```

③用指针实现地址的传递，从而将数组（一维/二维）传进函数里

（Ⅰ）共同点:（一维二维的数组）

（1）对于主函数内：

1.定义：a[n]/a[m][n]//m、n不能为空！

2.调用：a（即数组名）

（2）对于子函数内：

函数内操作：a[i]/a[i][j]（即除了定义的地方，其他全程当成正常数组即可）（PS：*(a[i]+j)也行~）

（Ⅱ）不同点：

子函数内定义时：

（1）一维：*a

（2）二维：*a[n]//n为列数！！！(PS:a[][n]也行~)

④其他函数

（1）malloc函数：

*p=(int *)malloc(sizeof(int)):

malloc函数：从内存中申请分配指定大小的内存空间，返回void*型（未确定类型的指针）

（int *):强制转换为整型指针

然后直接p[n],n为多少都没问题！

（需调用库函数<stdlib.h>)

（2）calloc函数：

void *calloc(unsigned n，unsigned size)；

calloc()的功能是分配n个大小为size个字节的连续空间，实际上用于动态数组的分配。

（3）realloc函数：

void *realloc(void *p，unsigned size)；

realloc()的功能是将p所指出的已分配的内存空间重新分配成大小为size个字节的空间。它用于改变已分配的空间的大小，可以增减单元数。

⑦结构体&共同体

2021年11月16日 18:01

①定义结构体

```
struct X
{
 int A;
 char B;
 char C;
 float D;
}数组名[n];
```

*结构体成员类型可以是除了结构体变量自身外其他所有的数据类型

②结构变量与指针变量

a→(*p)或p->

③共同体

共用体与结构体定义相类似，只是定义时将关键词struct换成union。如定义一个共用体类型union data：

```
union X(X不是数组名)
{
 int A;
 char B;
 char C;
 float D;
}数组名[n];
```

⑧文件I/O

2021年11月16日 18:01

①文件介绍

1.C 文件的有关基本知识

1.1 什么是文件

文件有不同的类型，在程序设计时，主要用到两种文件：

（1）程序文件。包括源程序文件（后缀为.c）、目标文件（后缀.obj）、可执行文件（后缀.exe）等。

（2）数据文件。

②文件名

1.2 文件名

一个文件要有一个唯一的文件标识，以便用户识别和引用。

文件标识包括 3 部分：（1）文件路径

（2）文件名主干

（3）文件后缀

文件路径表示文件在外部存储设备中的位置。

例：D:\cc\temp\file1.dat.

③文件的分类

1.3 文件的分类

根据数据的组织形式，数据文件可分为 ASCII 文件和二进制文件。

二进制文件：数据在内存中是以二进制形式存储的，如果不加转换地输出到外存，就是二进制文件。

ASCII 文件：如果要求在外存上以 ASCII 代码形式存储，则需要在存储前进行转换，就是 ASCII 文件。

④文件类型的指针

1.4 文件类型指针

每个被使用的文件都在内存中开辟一个相应的文件信息区，用来存放文件的有关信息。这些信息是存放在一个结构体变量中的。该结构体类型是由系统声明的，取名为 FILE。

一般不对 FILE 类型变量命名，而是设置一个指向 FILE 类型变量的指针变量，然后通过它来引用这些 FILE 类型变量。

⑤打开/关闭文件

2. 打开与关闭文件

2.1 用 fopen 函数打开数据文件

fopen 函数的调用方式为

fopen(文件名, 使用文件方式);

例:

```
fopen("al","r");
FILE *fp;
fp = fopen("al","r");
```

文件使用方式	含义	指定文件不存在
"r"（只读）	为了输入数据，打开一个文本文件	出错
"w"（只写）	为了输出数据，打开一个文本文件	建立新文件
"a"（追加）	向文本文件尾添加数据	出错
"rb"（只读）	为了输入数据，打开一个二进制文件	出错
"wb"（只写）	为了输出数据，打开一个二进制文件	建立新文件
"ab"（追加）	向二进制文件尾添加数据	出错
"r+"（读写）	为了读和写，打开一个文本文件	出错
"w+"（读写）	为了读和写，建立一个新的文本文件	建立新文件
"a+"（读写）	为了读和写，打开一个文本文件	出错
"rb+"（读写）	为了读和写，打开一个二进制文件	出错

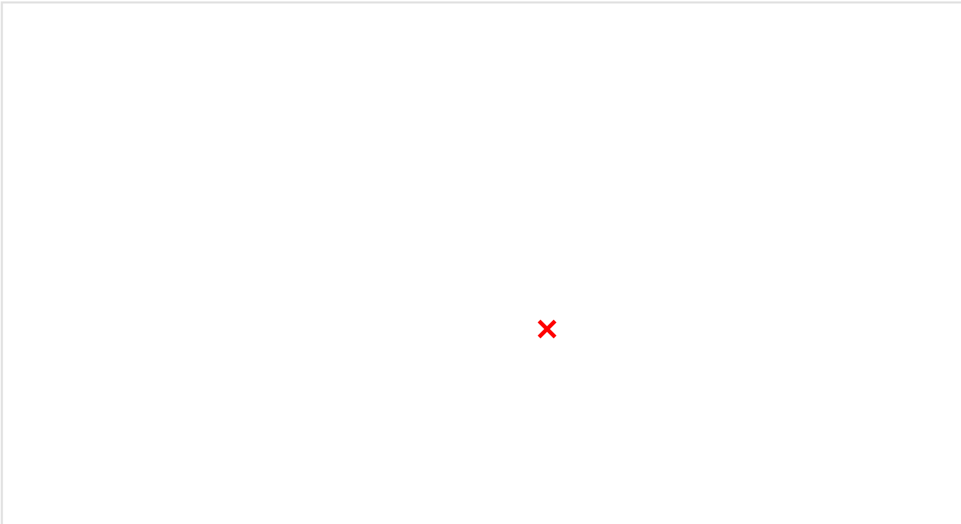
如果不能实现“打开”的任务，fopen 函数将会带回一个出错信息。此时 fopen 函数将带回一个空指针值 NULL。

常用下面的方法打开一个文件：

```
if((fp=fopen("file1","r"))==NULL)
{
    printf("cannot open this file\n");
    exit(0);
}
```

PS：exit(0)作用是关闭所有文件，终止正在执行的程序，在用户修改之后，重新进行运行

⑥顺序读写数据文件



⑨编译预处理&类型定义

2021年11月16日 18:05

①类型定义

*宏定义命令、文件条件包含、条件编译命令

*用#开头，不用加分号

（Ⅰ）宏定义命令

1、无参数

*#define 代称（名字） 替换掉的文本

*#undef:终止宏的作用域

2、有参数

*#define 宏名（参数表）字符串

*作用：用实参代替形参

*例：#define S(a,b) a*b

area=S(3,2);//宏体

*参数和宏体尽量用括号括起来

（Ⅱ）文件包含处理

*#include“..."或者#include<...>

*双引号：被包含文件的源文件所在的目录中查找要包含的文件→系统指定的标准方式检索其他目录

*尖括号：直接按照系统指定的标准方式检索其他目录

（Ⅲ）条件编译

*#ifdef 标识符//若标识符被#define命令定义过，则对程序段1编译

程序段1

(#else

程序段2)//可有可无

#endif

*ifndef:与ifdef执行条件刚好相反

②类型定义

定义的形式为：

```
typedef typename identifier;
```

其中，typedef是类型定义关键字；typename是已有的类型标识符，如int，float，已定义过的结构、联合、位段、枚举等；identifier是新的类型标识

*例：

typedef char STRING［80］；

STRING s1，s2；

等价于char s1［80］，s2［80］；

0细心

2023年3月30日 19:07

*定义域！

*微分：dx

*积分：积分域、换元回代、绝对值、+C

①方法

2023年3月31日　　17:43

*求和：
选择一部分/全部式子→原参数和常数变量尝试交换意义（即常数变参数，~）→微/积分转化→[0,1]上定积分计算→放缩+夹逼定理→泰勒展式→等比/等差比混合求和→构造微分方程
*所有积分：显然为零→奇偶性、轮换对称性（利用xy[z]、sinx和cosx等来等价变换+求和/差）→换元（(0,π/2)区间上t=π/2-x的变换、关于e^x的t=-x变换） →定积分中xsinx的结论→正常算
*实在不会时:
遍历所有知识，尤其是**泰勒展开**、微分中值定理

上册

2023年2月12日 11:54

*微分方程：非齐次通解=齐次通解+非齐次特解

下册

2023年2月12日　21:01

*格林公式：逆时针为正向、取正值！

*高斯公式：[朝]外侧为正值！

*逐项积分后的幂级数与原幂级数收敛半径相同

*（从1到+∞：）$\sum 1/(n^p)$，$p>1$时绝对收敛

①细心+方法

2022年1月8日　　21:03

①细心

*指数分布定义域为正!

*分布函数/概率密度勿忘分类讨论（记得综上）！（若求概率，不需要分类讨论但要注意积分区域!

*问是否相互独立：不要先入为主地认为独立！（若发现比较难求（可能是因为离散型变量）一般就不独立）

*求某点概率密度时不能用概率去求！（应该先求分布函数如然后求导！！）

*二元函数求期望时老老实实对概率密度函数乘上x重积分，不要直接对x乘上某个线性的差在x上积分!

*判断分布类型：勿忘标准差“归一化”！

*方差的主元包含xi和x拔/x求和时，注意从求和式中剥离开xi（使其独立）！

*无偏估计量：只要有一丝不确定就不能臆断!

*计算期望时：E(XY)中X和Y不能作为整体运算（即必须拆成两个分别带单独X/Y的E运算）！

*典型反例：几何概型！（P(AB)=0不能推出A,B互斥）

*期望必须满足绝对收敛！！！（定义决定的）

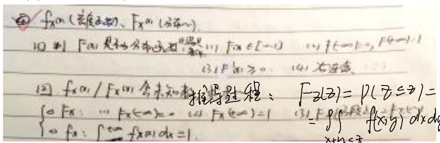
*积分区域搞清楚！（分清直线y=x和y=1-x！！）

*分清要写接受域还是拒绝域!

②方法

先尝试套用小结论!!（八大分布、卡方分布期望&方差）

**（1）F、f的性质（离散的概率直接累加，连续的概率若为某处的则直接求，若为小于等于某处的则求分布函数，然后概率密度函数对分布函数微分求得）



推导过程：$F_Z(z)=P(Z\le z)=P(X+Y\le z)$
$=\iint_{x+y\le z} f(x,y)\,dx\,dy$
$=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{-\infty}^{z-y} f(x,y)\,dx\right]dy$
$\overset{x=u-y}{=}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{-\infty}^{z} f(u-y,y)\,du\right]dy$
$\overset{\text{换序}}{=}\int_{-\infty}^{z}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(u-y,y)\,dy\right]du$
$=\int_{-\infty}^{z} f_Z(u)\,du$

*（2）联合分布 Z=X+Y/XY：（先看小结论部分这块！！）

1.若具体分布类型已知，直接求期望方差反推

2.若未知，用加法定理，根据X的取值分类，每类为x取某值的概率乘上x取某值条件下y...的条件概率

（3）参数估计

*1.矩估计（从E(X),即xf(x)积分开始算,f(x)积分肯定是1！！）

矩估计求解方法：

①$u_1=E(X)=f(\theta)$　　$EX=\bar{X}$

②$\theta=f^{-1}(u_1)$

③$\hat{\theta}=f^{-1}(\bar{X})$

2.最大似然估计

最大似然估计求解方法：

①$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)$

②**取对数** $\ln L(\theta)=\ln\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)$

③**求导** $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=0$

④**解出** $\hat{\theta}=?$

*极值点未必存在，若为单调函数则直接取区间端点值(max{...}等等)

*此处的X拔由样本算得！再由此解求出所需求量（先将其用$\hat{\theta}$表示）

*若求解量与 具有“单值反函数”（死规要求）关系（即相互唯一地一一对应）则可直接代入关系式求解。

（5）感觉很复杂/算不出来的概率题

复杂：将题目中某一已发生的事件作为条件，所求则为条件概率

用性质整体计算，不带代入具体的概率密度公式

算不出来：根据独立性&对称性!

（6）已知Y=g(X)和f(x),求f(y)　　$\int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f(x)\,dx$

先转化成F(X)再xy互化!　　$f(g^{-1}(y))\cdot(g^{-1}(y))'$

Fy(y)=P(Y<=y)=P(g(X)<=y)=Fx(g^{-1}(y))=

=> fy=(Fy(y))'=

（7）概率密度f、分布函数F（/概率P）

（若f/P为条件概率：先转化成两概率相除）微积分转化－>直接求（一般指直接求概率P）~

f内部一些工具知识：

fY|X(y|x)=f(x,y)/fY(Y),其中fY(y)= $\int_{-\infty}^{+\infty}$ f(x,y)dx

（8）求D(aX+bY)

不直接求X+Y，而是先转化成a^2D(X)+b^2D(Y)+2ab*cov(X,Y),分而治之！(cov(X,Y)再用公式再分开求)

另：求复杂变量表达式的期望、方差：

现有分布导关系+利用小结论（卡方分布的期望方差等）→硬推（先试着利用方差期望等式转化）

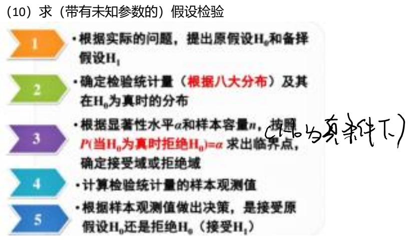
（若求到E(f(X)g(Y))时：若XY独立，E(XY)=E(f(X))E(g(Y))!）

（9）切比雪夫不等式、中心极限定理的应用：

有n趋于无穷、为n次X之和、独立同分布：中心极限定理（若为贝努利则为拉普拉斯定理）

仅为一次的X：切比雪夫不等式

（10）求（带有未知参数的）假设检验



（11）求和

选择一部分/全部式子→原参数和常数变量尝试交换意义（即常数变参数，~）→微/积分转化→泰勒展式+等比/等差比混合求和

（12）XY是否相关、独立

相关：看相关系数

独立：看fXY(x,y)和fX(x),fY(y)是否相等

（13）验证无偏、一致（/相合）估计量

无偏：广义上为两边期望相等，若某一边已经为常数则期望直接写为此常数

一致/相合：用切比雪夫不等式:

^　　　　^

$P(|\theta-\theta|\geq\in)\leq D\theta/(\in^2)=...$

②小结论

2022年1月8日　　21:18

①一些常见分布的参数

小结论 常见分布的 E、V、P

[1] 均匀分布 $U[a,b]$: $E(X)=\frac{a+b}{2}$　$D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$, $P(c\le X\le d)=\frac{d-c}{b-a}$

[2] 指数分布 $E(\lambda)$　$E(X)=\frac{1}{\lambda}$　$D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$. $P(c\le X<d)=e^{-\lambda c}-e^{-\lambda d}$

$P(X>t)=e^{-\lambda t}, t\ge 0$.　$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$.　泊松分布现实意义：连续型的二项分布

[3] 泊松分布 $\pi(\lambda)$　$E(X)=D(X)=\lambda$,　$P(X=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$,　$\begin{cases}\lambda>0\\ k=0,1,2\cdots\end{cases}$

(ps: 当 $\begin{cases}p<0.1\\ n>10\end{cases}$ 时, $\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}\approx C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$, 其中 $\lambda=np$.

△ 由Taylor展式, $e^{\lambda}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}$.

[4] 几何分布: $Ge(p)$.　$E(X)=\frac{1}{p}$　$D(X)=\frac{1-p}{p^2}$

$P(X=k)=p(1-p)^{k-1}, k=1,2,3\cdots$

②概率密度　单元的分布函数 $F_X(x)=P(X\le x)$

● 联合分布(函数) $F(x,y)$.　$\begin{cases}F_{X|Y}(x|y)=P(X\le x|Y=y)\ (\text{条件概率密度})=\int_{-\infty}^{x}f_{X|Y}(x|y)dx=\int_{-\infty}^{x}\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}dx.\\ f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy\ (\text{边缘概率密度})\end{cases}$

[redacted]

$$f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$$

③正态分布的叠加性质

$$\left.\begin{array}{l}X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)\\ Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)\end{array}\right\}\ \overset{Z=X\pm Y}{\Longrightarrow}\ Z\sim N(\mu_1\pm\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$$

④积分公式

$$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi},\quad \int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{x^2}{2}}=\sqrt{2\pi}$$

⑤Z=X+Y/XY/...（勿忘分类讨论、定义域！）（中间y换成x和z后都是对z求导！）

$Z=X+Y$ 型求解：

1. 替换：$Y=Z-X$

① $f_z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx$

② **确定被积函数：** $f(x,z-x)$

③ **确定 x 的积分范围**

④ **分情况，带入公式**

$Z=XY$ 的分布

替换：$Y=\frac{Z}{X}$

① $f_{XY}(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{|x|}f\left(x,\frac{z}{x}\right)dx$

② **确定被积函数：** $\frac{1}{|x|}f\left(x,\frac{z}{x}\right)$

③ **确定 x 积分范围**

④ **分情况，代入公式**

Z=Y/X:　|x|fx(x)fy(xz)dx

⑥带Cov的方差(Var)和Cov性质 （期望性质中不需要协方差Cov！！）

$$Var(ax+by)=a^2Var(x)+b^2Var(y)+\cancel{2}ab\,Cov(x,y)$$

（<- a,b都为正数，若左式中间为减号则减去协方差！）

cov(aX+b,cY+d)=ac*cov(X,Y)
cov(X1+X2,Y)=cov(X1,Y)+cov(X2,Y)

⑦二元正态分布的概率密度函数（可以先求期望和方差然后再套公式！）

$$p_{X,Y}(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_Y\sqrt{1-p^2}}\exp\left\{-\frac{\frac{(x-\mu_X)^2}{\sigma_X^2}+\frac{(y-\mu_Y)^2}{\sigma_Y^2}-\frac{2\rho(x-\mu_X)(y-\mu_Y)}{\sigma_X\sigma_Y}}{2(1-\rho^2)}\right\}$$

⑧卡方分布的期望和方差

$$E(\chi^2)=n,\ D(\chi^2)=2n$$

⑨常见分布的矩估计和最大似然估计量（二者都认为是相等）：

B、P、N的参数都是x拔(N的另一个参数是样本标准差，就是除n而非n-1)

E、几何参数都是1/x拔

U：

矩估计：　$\{\ a=\bar{x}-\sqrt{3}S\ \}$　S除的是n.

E、几何参数都是1/x拔

U：

矩估计： $\begin{cases} a = \bar{X} - \sqrt{3}S \\ b = \bar{X} + \sqrt{3}S \end{cases}$，S除的是n.

最大似然估计（（0，θ)上）：θ=max{X1,...Xn}

⑩sigema相关估计量

sigema：

无偏估计量：S*sqrt(n-1/n)

一致/相合估计量：S

sigema^2：

无偏估计量：S^2*(n-1)/n

有效估计量：∑((Xi-μ)^2)/n

(?)一致/相合估计量：S^2

③知识

2022年1月8日 21:18

①常见分布的大写字母简写

U:均匀分布

N：正态分布

E：指数分布

P/π：泊松分布

②二维连续型随机变量必须满足的条件

1.概率密度

1 $f(x,y)\geq 0$

$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dxdy=1$

$f(x,y)=\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y\partial x}$（这个一般是一样的，不用另求）

2.分布函数

1.xy中取值有-∞则为0，两个都是+∞则为1

2.F(x1,y1)+F(x2,y2)-F(x1,y2)-F(x2,y1)>=0(x2>x1,y2>y1)

③二维随机变量的独立性

*f(x,y)=fx(x)fy(y)(边缘分布),xy为实数

* "原始的"P之间的关系勿忘！

④正态分布

$$f(x)=\frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

$\Phi(x_0)=P(\leq x_0)$

⑤柯西 - 施瓦兹不等式

E(X^2)*E(Y^2)>=E(xy)^2

⑥协方差和相关系数

协方差： $Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$

相关系数： $\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$ $\rho_{XY}=0$ 为 X 和 Y 不相关

（独立一定不相关 不相关不一定独立）

⑦切比雪夫不等式、大数定律和中心极限定理

*切比雪夫不等式：

P(|X-EX|≥ ε)≤DX/ ε^2

*大数定律及其三大形式：（**需记住适用条件！**）

Bernoulli

⑦(1)大数定律：设 n_A 为n重贝努利试验中事件A发生的次数，并设事件A在每次试验中发生的概率为p(0<p<1)，则对于∀ε>0，有 $\lim_{n\to\infty}P\{|\frac{n_A}{n}-p|\geq\varepsilon\}=0$，即 $\frac{n_A}{n}\xrightarrow{P}p$（当n→+∞时）

说的是一列独立变量（可以不同分布）的均值收敛到一个常数，但前提是每个变量的期望[和方差]均存在且有限，*并且满足方差的平均值是样本数n的高阶无穷小这一额外条件。

只需期望相同 (2)切比雪夫大数定律的推论：X_1,X_2 — X_n 为相互独立的随机变量，且具有相同的 μ,σ^2，那么 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\xrightarrow{P}\mu$，n→+∞时.

说的是一列独立同分布的随机变量的均值收敛到一个常数，条件是分布的绝对期望存在且有限就够了。

方差不必 (3)辛钦大数定律：X_1 — X_n 为独立同分布的随机变量，且其期望存在，设为μ，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\xrightarrow{P}\mu$，n→+∞时.

(4)马尔可夫大数定律 若满足 $\lim_{n\to\infty}\frac{D(\sum x_i)}{n^2}=0$，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\xrightarrow{P}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}EX_i$，$n\to\infty$.

★（区别：切比雪夫大数定律不要求随机变量有相同分布但是成立的条件更加严格，辛钦大数定律要求同分布不过是在比较弱的条件下就成立。）

*中心极限定理：

->Lindeberg-Levy中心极限定理

独立同分布的中心极限定理

设随机变量X1，X2，……Xn，独立同分布，并且具有有限的数学期望和方差：E(Xi)=μ，D(Xi)=σ²0(i=1,2....)，则对任意x，分布函数

$$F_n(x)=P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\leq x\right\}$$

满足

$$\lim_{n\to\infty}F_n(x)=\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\leq x\right\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\varnothing(x)$$

该定理说明，当n很大时，随机变量 $Y_n=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$ 近似地服从标准正态分布N(0，1)。因此，当n很大时，$\sum_{i=1}^{n}X_i=\sqrt{n}\sigma Y_n+n\mu$ 近似地服从正态分布N(nμ，nσ²)。该定理是中心极限定理最简单又最常用的一种形式，在实际工作中，只要n足够大，便可以把独立同分布的随机变量之和当作正态变量。这种方法在数理统计中用得很普遍，当处理大样本时，它是重要工具。[2]

棣莫佛 - 拉普拉斯定理

设随机变量X(n=1,2,...)服从参数为n，p(0

好简单啊？)

它是重要工具。[4]

棣莫佛－拉普拉斯定理

设随机变量X(n=1,2,...,)服从参数为n，p(0

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{a < \frac{x_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le b\right\} = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$$

为何多个$\sqrt{n}$?)

该定理表明，正态分布是二项分布的极限分布，当数充分大时，我们可以利用上式来计算二项分布的概率。[2]

不同分布的中心极限定理

设X_1，X_2，......X_n是一列独立随机变量，它们的概率密度分别为 $f_{x_k}(x)$,并有$E(X_k)=\mu k$，$D(X_k)=\sigma_k^2$，(k=1,2,...),令：

$$B_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_k^2$$

$$Y_n = \frac{\sum_{k=1}^n X_k - \sum_{k=1}^n \mu k}{B_n}$$

若对任意正数τ，有

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{B_n^2} \sum_{k=1}^{n} \int_{|x-\mu_k|>\tau B_n} (x-\mu_k)^2 f_{x_k}(x)\, dx = 0$$

对任意x，随机变量Y_n的分布函数$F_n(x)$，满足

$$\lim_{n\to\infty} F_n(x) = \lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{k=1}^n X_k - \sum_{k=1}^n \mu k}{B_n} \le x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$$

该定理说明：所研究的随机变量如果是有大量独立的而且均匀的随机变量相加而成，那么它的分布将近似于正态分布。[3]

⑧四种常见抽样分布

① χ^2 分布：(卡方)

若 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ **独立且都服从** $N(0,1)$，**则** $X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2 \sim \chi^2(n)$

$P(X \ge N) = P(X \sim \chi^2(n))$

性质： $X \sim \chi^2(n_1)$，$Y \sim \chi^2(n_2)$，**则** $X+Y \sim \chi^2(n_1+n_2)$

② t 分布：

若 $X \sim N(0,1)$，$Y \sim \chi^2(n)$，**且** X, Y **相互独立，则** $\dfrac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t(n)$

③ F 分布：

$X \sim \chi^2(n_1)$，$Y \sim \chi^2(n_2)$，**且** X, Y **相互独立，则** $\dfrac{X/n_1}{Y/n_2} \sim F(n_1, n_2)$

性质： $F(n_1,n_2) = \dfrac{1}{F(n_2,n_1)}$ $\quad F_{1-\alpha}(n_1,n_2) = \dfrac{1}{F_\alpha(n_2,n_1)}$

⑨八大分布

1° $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ $\quad \dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

2° $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

3° $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ $\quad \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ 且 $\bar{X}$ 与 S^2 相互独立

4° $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

样本标准差S计算时除以n-1

→只有这一个性质计算时用的是样本的均值而非期望，

记为和方差相关的分布时n-1和样本均值，n为期望（即2、3分布辨析）

5° $\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$

6° 当 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 未知时 $\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_w\sqrt{1/n_1+1/n_2}} \sim t(n_1+n_2-2)$ 其中 $S_w = \sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$

7° $\dfrac{n_2\sigma_2^2\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{n_1\sigma_1^2\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2} \sim F(n_1,n_2)$ $\qquad$ 8° $\dfrac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} = \dfrac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$

⑩估计

无偏估计：

若 $E(\Delta)=\square$

则Δ为□的无偏估计

11置信水平/度：1-α

显著性水平：α（当原假设为正确时人们却把它拒绝了的概率或风险）

12.两类错误

第一类错误：假设正确但拒绝

第二类错误~

13.统计量定义

必须由大小已知的参数构成

14参数估计($z_{\alpha/2}$是标准正态分布右侧面积为α/2时的z值，$t_{\alpha/2}$为t随机变量大于这点的概率）（假设检验中检验的统计量结合拒绝域倒推即可~）

	待估参数	其他参数	置信区间	单侧置信限
单个正态总体	μ	σ^2 已知	$\left(\bar{X} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}\right)$	$\underline{\mu} = \bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$ $\quad \bar{\mu} = \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$
	μ	σ^2 未知	$\left(\bar{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)\right)$	$\underline{\mu} = \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)$ $\bar{\mu} = \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)$
	σ^2	μ 未知	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$	$\underline{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_\alpha(n-1)}$ $\quad \overline{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}$
	$\mu_1-\mu_2$	σ_1^2, σ_2^2 已知	$\left(\bar{X}-\bar{Y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$	$\underline{\mu_1-\mu_2} = \bar{X}-\bar{Y} - z_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ $\overline{\mu_1-\mu_2} = \bar{X}-\bar{Y} + z_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
两个			$\left(\bar{X}-\bar{Y} \pm t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2) S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)$	$\underline{\mu_1-\mu_2} = \bar{X}-\bar{Y} - t_\alpha(n_1+n_2-2) S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$

μ已知：$\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)}, \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$

	$\mu_1-\mu_2$	σ_1^2,σ_2^2已知	$\left(\bar X-\bar Y\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$	$\overline{\mu_1-\mu_2}=\bar X-\bar Y+z_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
两个正态总体	$\mu_1-\mu_2$	$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$未知	$\left(\bar X-\bar Y\pm t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)$ $S_\omega=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$	$\underline{\mu_1-\mu_2}=\bar X-\bar Y-t_\alpha(n_1+n_2-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$ $\overline{\mu_1-\mu_2}=\bar X-\bar Y+t_\alpha(n_1+n_2-2)S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$
	$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	μ_1,μ_2未知	$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)},\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)}\right)$	$\underline{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}}=\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_\alpha(n_1-1,n_2-1)}$ $\overline{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}}=\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)}$

$\xrightarrow{P} \sim,\ n\to\infty$

15估计量的三个标准

无偏性（期望关系）、有效性（方差最小）、一致/相合性（依概率收敛）

16假设检验（不接受即拒绝）

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
u检验	$\mu\le\mu_0$ $\mu\ge\mu_0$ $\mu=\mu_0$ (σ^2已知)	$Z=\frac{\bar X-\mu_0}{\sigma/\sqrt n}$	$\mu>\mu_0$ $\mu<\mu_0$ $\mu\ne\mu_0$	$z\ge z_\alpha$ $z\le -z_\alpha$ $\lvert z\rvert\ge z_{\alpha/2}$
	$\mu\le\mu_0$ $\mu\ge\mu_0$ $\mu=\mu_0$ (σ^2未知)	$t=\frac{\bar X-\mu_0}{S/\sqrt n}$	$\mu\ne\mu_0$ $\mu>\mu_0$ $\mu<\mu_0$	$t\ge t_\alpha(n-1)$ $t\le -t_\alpha(n-1)$ $\lvert t\rvert\ge t_{\alpha/2}(n-1)$
σ检验	$\sigma^2\le\sigma_0^2$ $\sigma^2\ge\sigma_0^2$ $\sigma^2=\sigma_0^2$ (μ未知)	$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\sigma^2>\sigma_0^2$ $\sigma^2\ne\sigma_0^2$ $\sigma^2<\sigma_0^2$	$\chi^2\ge\chi^2_\alpha(n-1)$ $\chi^2\le\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$ $\chi^2\ge\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$ 或 $\chi^2\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$
$\sigma\sim$	$\sigma^2\le\sigma_0^2$ (μ已知)	$\chi^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}$	/	$\chi^2\sim$ /
μ	$\mu_1-\mu_2\le\delta$ $\mu_1-\mu_2\ge\delta$ $\mu_1-\mu_2=\delta$ (σ_1^2,σ_2^2已知)	$Z=\frac{\bar X-\bar Y-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$\mu_1-\mu_2>\delta$ $\mu_1-\mu_2<\delta$ $\mu_1-\mu_2\ne\delta$	$z\ge z_\alpha$ $z\le -z_\alpha$ $\lvert z\rvert\ge z_{\alpha/2}$
5	$\mu_1-\mu_2\le\delta$ $\mu_1-\mu_2\ge\delta$ $\mu_1-\mu_2=\delta$ ($\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$未知)	$t=\frac{\bar X-\bar Y-\delta}{S_\omega\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ $S_\omega^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$	$\mu_1-\mu_2>\delta$ $\mu_1-\mu_2<\delta$ $\mu_1-\mu_2\ne\delta$	$t\ge t_\alpha(n_1+n_2-2)$ $t\le -t_\alpha(n_1+n_2-2)$ $\lvert t\rvert\ge t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)$
6	$\sigma_1^2\le\sigma_2^2$ $\sigma_1^2\ge\sigma_2^2$ $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ (μ_1,μ_2未知)	$F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\sigma_1^2>\sigma_2^2$ $\sigma_1^2<\sigma_2^2$ $\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$	$F\ge F_\alpha(n_1-1,n_2-1)$ $F\le F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)$ $F\ge F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$ 或 $F\le F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$
σ 7	$\sigma_1^2\le\sigma_2^2$ (μ_1,μ_2已知)	$F=\frac{n_2\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{n_1\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2}\sim F(n_1,n_2)$		

13二维正态分布一般形式

N(μ1，μ2；s1，s2；p(rou))

④局部技巧

2022年10月25日 11:12

*D(X)=E(X^2)-E(X)^2

*求E(Y/X)且之前未求过P(Y/X):实际很简单，此时一般Y与X有关系，找到数量关系，Y用X表示，直接积分即可！

！！！求之前先看看有没有给出一些数据，这些数据能否直接猜出结果！

*max(X,Y):不方便表示时可以用(X+Y+|X-Y|)/2表示！

*θ=min(X1,...Xn): $f_{\hat{\theta}}(x)=n[1-F(x)]^{n-1}f(x)=\sim$ (由 $F_{\hat{\theta}}(x)=1-(1-F(x))^n$ 求导) (同理max时

$$\begin{cases} F_{\hat{\theta}}(x)=F^n(x) \\ f_{\hat{\theta}}(x)=nf(x)\cdot F^{n-1}(x) \end{cases}$$

*若给出的xy的概率密度（或其他）式子中x、y项独立（即没有同时含有xy的项），则可以将其拆开分别计算（同时利用对称性）

*求某个关于i项的平方式的期望：转化成∑(此i项平方式)/n来做，利用卡方等分布的期望/方差小结论

*X下标从1标到2n，∑求和式子从1求到n且式子中每项关于Xi和X(i+n)：令Y=Xi+X(i+n)替换

*⑤典例

求和式:

$$EY=\sum_{k=2}^{\infty}k\cdot P\{Y=k\}=\sum_{k=2}^{\infty}k(k-1)\left(\frac{1}{8}\right)^2\left(\frac{7}{8}\right)^{k-2}=\frac{1}{64}\sum_{k=2}^{\infty}k(k-1)\left(\frac{7}{8}\right)^{k-2}\text{—}2'$$

设 $S(x)=\sum_{k=2}^{\infty}k(k-1)x^{k-2}=\left[\sum_{k=2}^{\infty}x^k\right]''=\frac{2}{(1-x)^3}$

则 $S\left(\frac{7}{8}\right)=\frac{2}{\left(1-\frac{7}{8}\right)^3}=1024$ $\quad E(Y)=\frac{1}{64}\times 1024=16\ \cdots\ 3'$

⑥规则

2022年10月24日 22:54

*假设检验：务必写清（1）~（5）的步骤序号！

*(X,Y)的联合分布律：一般X为纵轴，Y为横轴（若为n个变量的联合分布律，则写为P(X1=x1...)=...形式）

*分类讨论表示时：不管怎样（有没有其他一类、有几个具体区间）最左边的具体区间都为双开区间，之后的所有具体区间都为左闭右开

*相关性说的是有无线性关系，独立性说的是有无关系！！

*服从参数为(n1,n2)的F分布

*样本空间规范：

（1）用 A,B 分别表示飞机出现和探测到飞机，故障雷达系统的样本空间为

$$S=\{(A,B)(\overline{A},B)(A,\overline{B})(\overline{A,B})\}$$

①细心&方法

2023年2月25日 19:15

①细心

*可能的场：电荷激发的电场、电流产生的磁场、**涡旋/感生电场（这个勿忘！）**

*图里给的是两边延伸的无限长物体：可能文字描述里只是半无限长！

*关注电势零点位置！（不一定是无穷远处！）

*洛伦兹变换的变量是坐标而不是间隔！

②方法

*选择题中若要求某物理量：量纲法→定性判断

*求A变化使得B产生的感应电动势：若直接求很奇怪：用互感系数转换，等价为求B...对A...的电动势（电流相等）

*内球(+q)、外球壳（分内外表面，总电荷为+Q，易推得内表面电荷为-q，外表面电荷为Q+q）：

  *导线连通二者：电荷全部跑到外球壳的外表面，电荷量为Q+q

  *内球表面接地：设内球电荷变为+q'，则外表面电荷变为Q+q'，利用无穷远处和内球表面电势都为零构造方程（即两段场强积分的代数和为零）

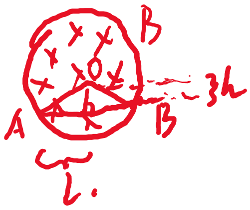
  *外球壳接地：外球壳的外表面不带电，内表面电荷变为-q（内球仍为+q~）

  PS：题目中外球壳的电势默认指球壳外表面

*线圈在磁场中运动，求感应电动势大小：几段产生的动生电动势代数运算→感生电动势运算

②小结论

2023年3月4日 20:14



$\varepsilon_{ABk}=$ =hl/2*(dB/dt)

（整个闭合图形的电动势：直接套公式即可~)

③知识

2023年2月25日 19:18

电磁学

2023年2月25日 19:40

→ 电位移矢量の通量.

*位移电流 $I_D=\frac{d\Phi_D}{dt}=\frac{d(DS)}{dt}=\frac{d(\varepsilon_0\varepsilon_r ES)}{dt}$

*电容器充电时，板间电压增大，电容器中的电流小于导线中的电流

*自感&互感补充：

ε_{12}：2变化使1产生的ε.

*两线圈磁场相互加强时，电流的输入端称为两线圈的同名端

*自感/互感系数计算：

○ $\varepsilon_L=-L\frac{dI}{dt}$（自感）$\Rightarrow L=\varepsilon_L/(-\frac{dI}{dt})=\frac{\Phi}{I}$（自己推的，别直接用）.

○ $M=M_{12}=M_{21}$

$M_{12}=\varepsilon_{12}/(-\frac{dI_2}{dt})=\frac{\Phi_{12}}{I_2}$（可直接用！）.

(2对1).

*自感、互感系数关系：

$M=k\sqrt{L_1L_2}$，$k\in[0,1]$，为耦合系数.

*电偶极子的电偶极矩：p=ql

其中l为从-q指向+q的向量，q为正值

*W电源=ΔE电场+W(电场力→介质板)，即U*ΔQ(一般又=U^2*ΔC)=Δ(QU/2)+W....

相对论

2023年2月25日 21:44

两个事件中，被观察物在其所在参考系中的：

*不同地点：洛伦兹变换

*相同地点：钟慢/尺缩效应（本质上由洛伦兹变换推得~）（自己飞行的距离也会尺缩!）

*当前寿命/固有寿命=E/E0

*相对论的时空变换（即洛伦兹变换）是根据**相对性原理**和**光速不变原理导出在**

*****相对性原理说的是：对于描述一切物理现象的规律来说，所有**惯性系都是等价**的

量子物理

*饱和光电流（单位时间内逸出金属表面的光电子数）与入射光强（同前面，单位时间~的光电子数（同时也和频率有关），=Nhν）成正比，与频率成反比。

*光电效应、康普顿效应：

　*能量都守恒，前者动量不守恒（因为外力并不远大于内力）而后者动量守恒

　*前者相当于光子和电子的弹性碰撞，后者是电子吸收光子的过程

*氢原子光谱：

~

v（沿波线单位长度内波的个数）=1/lambda=R(1/4 - 1/n*n),n=3,4,5...

*量子数：

　主量子数n：主层级

　副/角量子数l：亚层、电子云形状，0~n-1，分别对应s,p,d,f...

　磁量子数ml：电子云伸展方向，0，±1...，±l

　自旋量子数ms：±1/2

　注意：s对应的l=0！（区别高中化学想法）

*

轨道角动量 $\vec{L}$	自旋角动量 $\vec{S}$
$L=\sqrt{l(l+1)}h$	$S=\sqrt{s(s+1)}h$
l：副量子数	s：自旋量子数

7.德布罗意波是几率波：波函数不表示某实在物理量在空间的波动，其振幅无实在的物理意义。

*粒子在无限深势阱中运动，其出现在某处的几率密度：位置坐标代入波函数后，波函数的平方即为所求

*

*波函数意义：

$|\psi(\vec{r},t)|^2\,dV$ 表示 t 时刻粒子在 $\vec{r}$ 处 dV 内出现的概率

*德布罗意波函数与经典波函数的本质区别：

*问题-回答：

8. 设描述微观粒子运动的波函数为 $\Psi(\vec{r},t)$，则 $\Psi\Psi^*$ 表示______________。

$\Psi(\vec{r},t)$ 需满足的条件是____________，其归一化条件是____________。

8. 粒子 t 时刻在（x，y，z）处出现的几率密度：有限，单值，连续；

$\int_{\text{全空间}}|\Psi|^2\,dxdydz=1$　这些内容在大物下册 P184。

*直接证实了电子自旋存在的最早的实验之一是**斯特恩-盖拉赫实验**

***斯特恩-盖拉赫实验**反应了空间量子化特性

*氢原子轨道半径&E总、Ek：

$\circ\ r=\dfrac{2\varepsilon_0 h}{me^2}\cdot n$

$\left(\begin{aligned}&F_{库}=F_{向}\Rightarrow \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=m\frac{v^2}{r}\\&L=mvr=n\frac{h}{2\pi}\end{aligned}\right\}\ 推得\Big)$

$\circ\ E_{总}=E_k+E_{势}$

$=\frac{1}{2}mv^2-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_1}\cdot\frac{1}{n^2}$

$E_1=-13.6eV$

$\triangle\ \begin{cases}E_{势}=-2|E_{总}|\\E_k=|E_{总}|\end{cases}$

*不确定性关系适用于所有粒子（不仅仅是光子和电子！）

*固体物理&激光

2023年3月3日　　20:51

*世界上第一台激光器：红宝石激光器

*能带理论：价带（占满时为满带）-禁带-导带，分别对应绝缘体-半导体-金属

PS：N型半导体（类似于金属）能带结构中处于接近导带底的禁带中

*原子的两种辐射方式：自发辐射、受激辐射

④典例

2023年2月25日　20:04

3.有一个与地绝缘的金属筒，上面开有一小孔，通过小孔放入一用丝线悬挂的带正电的小球，在以下哪种情况时，金属筒外壁带负电（　　）

A.小球跟筒的内壁不接触

B.小球跟筒的内壁接触

C.小球跟筒接触，人用手接触筒的外壁，松开后将小球移出筒

D.小球不跟筒接触，人用手接触筒的外壁，松开后将小球移出筒

Ans：D

⑤局部操作

2023年2月26日 9:00

*积分时候分子分母的r注意是否意义一致（如套用球壳结论，但分母r为固定的，分子为变化的、在被积分的），若不一致则需按照高斯定理/安培环路定理老老实实计算dq/dI然后积分！
PS：圆心处用安培环路定理除以的是2R，没有π！

⑥死规

2023年2月25日 20:24

*计算题：dq/l→dE/B→E/B（dq/l→Q/l→E/B亦可，相对较少用，但分子分母的r一个变化一个不变时必须用此方法！）
*互感系数可能是0！（如两个线圈磁场互相垂直时或者两线圈用导线相连时（此时感应电动势互相抵消））
*两极板：
    *靠得很近时需分别考虑两个面的电荷
    *靠得不那么近时只要考虑整体所带的电荷即可！
*磁场对导体做的功：没有明显磁[力]矩提示时优先用安培力的力矩计算！
*洛伦兹变换：一般以相对较为“静止”（星球、地面等）的作为S系，相对“运动”（飞船）作为S'系，速度正方向一般规定为S系方向（即u为S'系相对于S系的速度）

①细心

2023年3月8日 12:15

*看清是产生还是吸收/消耗功率!

②方法

2023年3月8日 15:18

*等效电阻：弄清电路串并联结构（直觉→高中标节点法）→小结论（▵型←→Y型）→节点电压法（加压求流）

③知识

2023年2月12日　　14:49

*涉及电容电感的最大电源定理：Pmax=|Uoc|^2/(4*Re(Z))

*无功功率S单位：Var；视在功率单位:VA

*谐振：调整[角]频率使得阻抗为纯电阻

*串联谐振：

谐振角频率：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} rad/s \quad \text{或谐振频率} f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} Hz$$

品质因数：谐振时电感或电容上电压与总电压之比

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 C r}$$

阻抗模值最小，电流模值最大

*并联谐振：

[角]频率同上

品质因数：

$$Q = \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I} = \frac{r}{\omega_0 L} = \omega_0 C r$$

导纳模值最小，端电压模值最大

*稳态、暂态响应分量u/i[c/l]zs、u/i[c/l]zi：分别对应零状态响应、零输入响应

*-A*e^(rad*j):初相角为θ=rad+k*π,k为整数使得|θ|≤π

*定理大全：

*基尔霍夫定理：

*KCL:

对于集中参数电路中的任一节点，在任意时刻，流入该节点的电流之和等于流出该节点的电流之和。

*KVL:

对于集中参数电路，在任一时刻，沿任一回路巡行一周，各支路（元件）电压降的代数和为零。

*叠加定理：（激励源即独立源）

1、基本内容：对于具有唯一解的线性电路，多个激励源共同作用时引起的响应（电路中各处的电流、电压）等于各个激励源单独作用时（其它激励源的值置零）所引起的响应之和。

*等效定理：

1、戴维南定理：任意一个线性二端含源电路N，对其外部而言，可以用一个电压源和电阻的串联组合来等效。该电压源的电压值u_{OC}等于电路N二端子间的开路电压，其串联电阻值R_0等于电路N内部所有独立源为零时二端子间的等效电阻。

2、诺顿定理：任意一个线性二端含源电路N，对其外部而言，可以用一个电流源和电阻的并联组合来等效。该电流源的电流值i_{SC}等于电路N二端子短路时其上的短路电流，其串联电阻值R_0等于电路N内部所有独立源为零时二端子间的等效电阻。

*齐次定理：

1、基本内容：对于具有唯一解的线性电路，当只有一个激励源（独立电压源或独立电流源）作用时，其响应（电路任意处的电压或电流）与激励成正比。

*替代/置换定理：

1、基本内容：对于具有唯一解的线性或非线性电路，若某支路的电压u或电流i已知，则该支路可用方向和大小与u相同的电压源替代，或用方向和大小与i相同的电流源替代，而不会影响其它各处的电流和电压。

（和等效定理的区别：针对某一具体电路，替代前后电路的拓扑结构和元件参数不能改变，而等效定理针对任意电路）

*换路定理：

若电容电流i_C和电感电压u_L在$t = t_0$时为有限值，则换路前后瞬间电容电压u_C和电感电流i_L是连续的（不发生跃变），即有

$$u_C(t_{0+}) = u_C(t_{0-})$$

$$i_L(t_{0+}) = i_L(t_{0-})$$

*产生、吸收/消耗功率：电压和电流同参考方向为吸收/消耗功率，反之为产生功率

0细心

2023年2月21日　　14:53

*真值表：勿忘画输出！
*注意功能表和元件图中端口相反的情况！（主要是74LS194的LF输入方式和*74LS161器件图给的是QA~QD（正常是QD~QA））
*卡诺图：从0开始标！

①方法

2023年2月21日　14:34

①功能：
*若能自启动需写清！
*状态Qi：模M计数/比较||加减法计数器/编译码、*数据选择||分配器/*发挥联想（“少数服从多数表决”、**《最强大脑》评委集体挽救等等）
*输入端x，可能需要根据x输入值分类讨论其功能。
*输出端Z，可能作为加减法的进/退位
*实在想不出来：“利用最小项实现逻辑函数~”

②序列检测并要求用移位寄存器：
X为输入序列，SR=X，从右往左输入（即S1=0，S0=1），检测标志Z=XQ0Q1Q2（根据序列取非）

②小结论

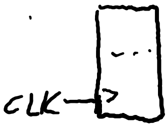
2023年3月1日 20:39

小范围遵从大范围：AB+A=A！

③知识

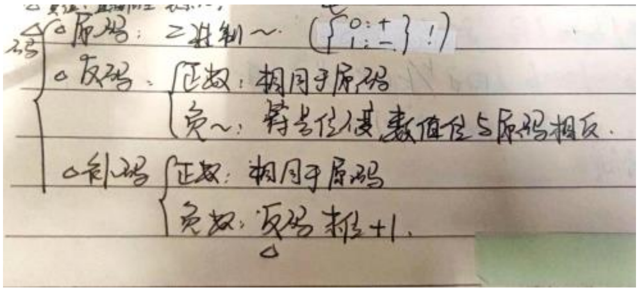
2023年2月21日 13:00

*数字电路分为组合逻辑电路和时序逻辑电路两大类



时序输入端里面多一个三角时，表示多一个非门

*三种码（此处给的是结论）：



码
○原码：二进制~（{0：+ 1：-}！）
○反码：{正数：相同于原码
负~：符号位不变，数值位与原码相反.
○补码：{正数：相同于原码
负数：反码末位+1.

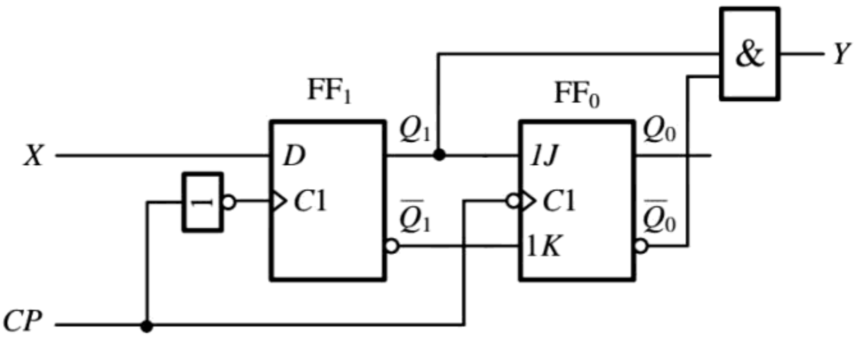
*最小项：1项 - 相或 - 每项不取反（**笔记中是否取反写反了！！**）

*为避免空翻与振荡，应采用**边沿触发器**

*功能表&引脚图：除了74LS194为递增顺序，其他都为递减

④典例

2023年3月2日 12:24



为Moore型电路，Y取决于Q1n和Q0n（而非n+1）

⑤死规

2023年2月12日 11:59

*CP端刚开始时很小的一段0没有任何作用（即即使输入端为非CP也仍然保持！）

*状态转移表（状态迁移关系指的也是状态转移表）：

较小的（触发器）：以初态为行，次态为核心元素

较大的（涉及“两大器件”的）：需要一些必要参数，如SR、S1、Z即可）

Mealy型：以Q1^(n+1)Q0^(n+1)/Z为核心变量，以Q1Q0为行，X为列

Moore型：以Q1^(n+1)Q0^(n+1)为核心变量，以Q1Q0为行，X为列，右边再加一列Z

*状态转移图：

Mealy型：以Q1Q0为核心变量，X/Z为状态之间的桥梁

Moore型：以Q1Q0/Z为核心变量，X为状态之间的桥梁

较特别：序列检测器，若明确说是Mealy型还是Moore型则按照此分类，未明说默认为Mealy型（即以Si/Z为核心变量，X为桥梁，其中Si例子：收到了i个1的状态）

*反函数表达式：需要化简！（即先化简再取反）

*JK触发器改造：JK取值优先用X/X的非表示，实在不行用1/0!