

Consideraciones generales

La entrega de este TP debe contar con un informe explicando el procedimiento utilizado para resolver cada ejercicio y justificando las conclusiones a las que se arriba en cada punto. Se debe incluir también el código fuente utilizado para resolver cada ejercicio.

Procesos de Poisson

Ejercicio 1

Utilizando Matlab, Octave o Python simule el siguiente sistema.

Se está diseñando un web service, el cual cada vez que es invocado consulta a una base de datos.

Se estima que el tiempo que transcurre entre cada llamada al servicio se puede modelar según una distribución exponencial con media $\mu = 4 \text{ segundos}$

Se debe decidir la arquitectura de base de datos a utilizar entre las dos siguientes:

- 1) Utilizar 2 bases de datos distribuidas.

Con probabilidad $p = 0.6$ las solicitudes son atendidas por la base 1 y con probabilidad $q = 1 - p$ son atendidos por la base de datos 2.

El tiempo que demora cada base de datos en atender una solicitud sigue una distribución exponencial con medias, $\mu_1 = 0,7 \text{ seg}$ y $\mu_2 = 1 \text{ seg}$ respectivamente.

- 2) Utilizar 1 base de datos central.

En este caso la demora en resolver una solicitud sigue una distribución exponencial con $\mu = 0,8 \text{ segundos}$

Simular para cada opción 100000 solicitudes procesadas, determinando:

- El tiempo medio de espera entre que la solicitud llega y puede ser procesada (suponer que ninguna conexión se cae por timeout).
- La fracción de las solicitudes que no esperaron para ser procesadas.
- La opción 1 es más costosa que la segunda opción y la empresa sólo acepta realizar la inversión si el tiempo medio que demora en resolver cada solicitud (tiempo en fila + tiempo de procesamiento) es como mínimo 50% menor que la opción 2. ¿Qué solución le recomienda?

Cadenas de Markov

Ejercicio 2

Un servidor recibe solicitudes las cuales son procesadas de una por vez en el orden de llegada (política FIFO).

Se determinó que en 10 milisegundos existe una probabilidad $p = \frac{1}{40}$ que llegue una nueva solicitud y una probabilidad $q = \frac{1}{30}$ que una solicitud termine de ser procesada y deje el sistema.

Se desea estudiar la cantidad de solicitudes en el servidor considerando tanto las que están en cola esperando ser procesadas como la solicitud que está siendo procesada.

- a. Determine la matriz de transición de estados explicando cómo se obtiene la misma.
- b. Utilizando Matlab, Octave o Python simule la evolución del sistema a lo largo de 1.000 segundos suponiendo que el servidor comienza sin estar procesando solicitudes.
- c. Realice un gráfico mostrando la cantidad de solicitudes en el servidor en cada instante de tiempo.
- d. Realice un histograma mostrando cuantas veces el sistema estuvo en cada estado.
- e. Determine el % de tiempo que el servidor se encuentra sin procesar solicitudes.

Ejercicio 3

Una entidad bancaria se encuentra analizando cuantos clientes en simultáneo están conectados a su home banking.

Para ello comenzó a monitorear cada minuto la cantidad de clientes activos, y analizó como se modifica esta cantidad de una observación a la siguiente.

Se determinó que la probabilidad que la cantidad de clientes conectados aumentara, o se mantenga igual, podía modelarse utilizando una distribución de probabilidad Binomial, mientras que la probabilidad de tener menos clientes conectados respondía a una distribución uniforme.

Siendo i y j dos cantidades de usuarios conectados al sistema.

$$P(i \rightarrow j) = \begin{cases} \binom{n}{j-i} p^{j-i} (1-p)^{n-j-i} & \text{si } j \geq i \\ \frac{1 - \sum_{j=i}^n P(i \rightarrow j)}{i-1} & \text{si } j < i \end{cases}$$

Se sabe además que la probabilidad que un cliente se conecte al sitio es $p=0,7$

(Por simplicidad supondremos que el servidor de este home banking permite como máximo 50 clientes en simultáneo)

- Determinar la matriz de transición de estados explicando cómo se obtiene la misma.
- Utilizando Matlab, Octave o Python simular una posible evolución del sistema a lo largo de 100 observaciones graficando cómo se modifica la cantidad de clientes conectados en cada momento.
- Simulando 100.000 observaciones realizar un histograma mostrando cuantas veces el sistema estuvo en cada estado.
(Recomendación: utilizar tantas categorías en el histograma como estados tiene el sistema).
- Determinar el % de tiempo que en el home banking no tuvo clientes conectados.
- Se está evaluando migrar el home banking a un servidor que permitiría como máximo 40 clientes conectados en simultáneo. La migración sólo se realizaría si la probabilidad de tener más de 40 clientes es menor a 10%. Indique si se puede recomendar realizar la migración.

Sistemas dinámicos

Ejercicio 4

Se desea simular la evolución de una epidemia utilizando el modelo S.I.R.

Se conoce que inicialmente el 3% de la población se encuentra infectada, toda la población es susceptible de contagiarse, la tasa de transmisión $\beta=0,27$, y la tasa de recuperación $\gamma = 0,043$

Se pide:

- Implementar el modelo SIR correspondiente.
- Graficar las curvas de porcentajes de personas sanas, infectadas y recuperadas, de forma que se vea la evolución de la epidemia.
- Sabiendo que el sistema de salud puede asistir como máximo sólo al 30% de la población a la vez, determine la duración total de la epidemia si se quiere que el pico máximo de infectados no supere las capacidades de asistencia médica. ¿Qué parámetros modifica? ¿Por qué?

Pruebe con 3 distintos juegos de parámetros del modelo y comente los comportamientos explorados.