**数值分析（研究生）**

**（开卷，19/1/2015）**

**学院：\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1.（15分）求函数在区间上最佳三角多项式平方逼近，其中 。分别计算当n=1,2,3时的逼近函数，请将所得到的逼近函数和原函数绘在一张图上，比较逼近的效果。

2．（10分）线性代数方程组

，

的准确解为。如果系数矩阵有微小的改变，方程组变为



采用五位有效数字求解上述方程组，计算实际误差。该方程组是否是坏条件的？计算系数矩阵的条件数，并给出计算结果误差与系数矩阵误差之间的关系。

3.（15分）通过次数不高于三次的Lagrange插值多项式及以下所提供的数值，采用四位有效数字近似计算cos0.750

估计近似计算的误差界。我们知道cos0.750精确到四位有效数字的实际值为0.7317。请解释实际误差与误差界之间的差别。

4.（15分）用Newton迭代法求方程在区间（-1，0）内的解，选择你认为合适的初始点，计算方程的根，使得近似解的相对误差不超过。请从理论上估计达到所需精度所需的迭代次数。

5.（15分）用Gauss-Seidel迭代法解方程组



对于你所给定的初始值，估计精度达到需要的迭代次数，并实际计算之。计算该迭代的渐进收敛速度,估算减小误差为初始误差1%需要的迭代次数。

6. （10分）利用Broyden方法解非线性方程组



取作为初始值，终止容限。

7.（10分） 给定数据

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4.0 | 4.2 | 4.5 | 4.7 | 5.1 | 5.5 | 5.9 | 6.3 | 6.8 | 7.1 |
|  | 102.6 | 113.2 | 130.1 | 142.1 | 167.5 | 195.1 | 224.8 | 256.7 | 299.5 | 326.7 |

1. 构造至少二次的多项式进行拟合，并计算误差；
2. 构造形如的函数对上述数据拟合；
3. 构造形如的函数对上述数据拟合，并利用拟合得到的函数计算x=5点的值。

8. （10分）用复合Simpson公式计算积分



讨论在绝对误差不超过0.0002条件下的步长，给出近似计算的实际误差。