**数值分析（开卷，12/1/2017）**

**（2016级研究生用）**

**学院：\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. （10分）求函数在区间[-1，1]上Legendre多项式的最佳平方逼近。

2.（15分）分别利用幂法、反幂法计算以下矩阵的最大和最小特征值

由此计算矩阵的谱条件数，并说明矩阵是否是好条件？

3．（15分）通过二次Lagrange插值多项式及以下所提供的数值，采用四位有效数字近似计算cos0.770

估计近似计算的误差界。我们知道cos0.770精确到四位有效数字的实际值为0.7179。请比较实际误差与误差界。

4.（15分）用Newton迭代法求方程在区间（0，1）内的解，选择你认为合适的初始点，计算方程的根，使得近似解的相对误差不超过。请从理论上估计达到所需精度所需的迭代次数。

5.（15分）用SOR（松弛因子取）迭代法解方程组



对于你所给定的初始值，估计精度达到需要的迭代次数，并实际计算之。计算该迭代的渐进收敛速度,估算减小误差为初始误差1%需要的迭代次数。

6.（10分）利用Broyden方法解非线性方程组



取作为初始值，终止容限。

7.（10分）给定数据

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4.0 | 4.2 | 4.5 | 4.7 | 5.1 | 5.5 | 5.9 | 6.3 | 6.8 | 7.1 |
|  | 102.6 | 113. | 130.1 | 142.1 | 167.5 | 195.1 | 224.8 | 256.7 | 299.5 | 326.7 |

1. 构造二次的多项式进行拟合，并计算误差；
2. 构造形如的函数对上述数据拟合，并利用拟合得到的函数计算x=6点的值；
3. 从误差角度说明选择哪一个拟合公式更合适。

8．（10分）用自适应Simpson公式计算积分



讨论在误差要求不超过条件下的步长选择，实际计算数值积分，并

给出近似计算的实际误差。