**数值分析（开卷，12/1/2018）**

**（2017级研究生用）**

**学院：\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. （10分）求一维非光滑函数在有限维函数空间中的最佳平方逼近函数，其中为Legendre正交多项式的一组基。绘制的逼近图形，并比较逼近的效果。

2.（15分）线性方程组

有一组解。用7位有效数字计算下面摄动方程组的解

（1）

并计算实际误差。分别利用幂法、反幂法计算以下矩阵的最大和最小特征值

由此计算矩阵的谱条件数，并说明相应方程组（1）是否是好条件的？

3．（15分）美国每十年的人口统计如下表

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年 | １９６０ | １９７０ | １９８０ | １９９０ | ２０００ | ２０１０ |
| 人口（千） | １５１，３２１ | １７９，３２３ | ２０３，３０２ | ２２６，５４２ | ２４９，６３３ | ２８１，４２２ |

利用上述数据，借助Lagrange插值法预测2018年的人口数，并给出相应的精度估计。

4.（15分）用Newton迭代法求出方程的至少一个解，选择你认为合适的初始点，计算方程的根，使得近似解的相对误差不超过。请从理论上估计达到所需精度所需的迭代次数。

5.（15分）用SOR（松弛因子取）迭代法解方程组



对于你所给定的初始值，估计精度达到需要的迭代次数，并实际计算之。计算该迭代的渐进收敛速度,估算减小误差为初始误差1%需要的迭代次数。

6.（10分）利用Broyden方法解非线性方程组



取作为初始值，终止容限，计算过程中利用四位有效数字。

7.（10分）给定数据

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0.25 | 0.5 | 0.75 | 1.0 |
|  | 1.000 | 1.284 | 1.648 | 2.117 | 2.718 |

1. 构造二次的多项式进行拟合，并计算误差；
2. 构造形如的函数对上述数据拟合，并利用拟合得到的函数计算x=0.6点的值；
3. 从误差角度说明选择哪一个拟合公式更合适。

8．（10分）用自适应Simpson公式计算积分



讨论在误差要求不超过条件下的步长选择，实际计算该数值积分。