

Politechnika Poznańska Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej	
Dz>AiR>Sem5	Napędy przekształtnikowe (NP)
<b>Skład osobowy:</b> Zuzanna Andrzejak 159522 Jan Andrzejewski 159512 Mateusz Banaszak 159416 Piotr Bednarek 159701	<b>Silnik elektryczny i jego model obwodowy. Siły: Lorentz'a, elektrodynamiczna, elektromotoryczna. Zbieżność modelu.</b>
Grupa 1	Ćwiczenie 1
	Zajęcia 1

## Spis treści

<b>1 Wprowadzenie</b>	<b>2</b>
<b>2 Wstęp teoretyczny</b>	<b>2</b>
2.1 Siła Lorentz'a . . . . .	2
2.2 Siła elektrodynamiczna . . . . .	2
2.3 Moment elektromagnetyczny . . . . .	3
2.4 Siła elektromotoryczna . . . . .	3
2.5 Stała momentowa i napięciowa . . . . .	3
<b>3 Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym</b>	<b>4</b>
3.1 Obserwacje . . . . .	5
<b>4 Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego</b>	<b>6</b>
<b>5 Analiza porównawcza stanu biegu jałowego</b>	<b>6</b>
<b>6 Porównanie stanu dynamicznego rozruchu</b>	<b>6</b>
<b>7 Przykładowa aplikacja silnika</b>	<b>6</b>
<b>8 Zbieżność modelu z danymi znamionowymi</b>	<b>6</b>
<b>9 Literatura</b>	<b>6</b>

# 1 Wprowadzenie

Ćwiczenie laboratoryjne miało na celu analizę modelu obwodowego silnika obcowzbudnego komutatorowego prądu stałego [1]. Model zastosowany podczas ćwiczenia był modelem zidealizowanym i nie stanowił dokładnego odwzorowania rzeczywistego układu napędowego.

Ćwiczenie przeprowadzono w sali C3 w budynku A22b, wyposażonej w zestawy laboratoryjne napędowe, panele sterowania oraz przyrządy pomiarowe. W trakcie zajęć wykorzystano również środowisko symulacyjne MATLAB wraz z Simulink.

## 2 Wstęp teoretyczny

Model zrealizowany podczas ćwiczenia można w przybliżeniu opisać z wykorzystaniem podstawowych zjawisk fizycznych. Obejmują one przede wszystkim zjawiska elektromagnetyczne, elektromotoryczne oraz elektrodynamiczne, które określają zależności między przepływem prądu, strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym oraz momentami wynikającymi z dynamiki ruchomych części silnika.

### 2.1 Siła Lorentz'a

Za generowanie siły w silniku prądu stałego odpowiada siła Lorentz'a, która określa oddziaływanie pola elektrycznego i magnetycznego na poruszający się ładunek. Jest określana równaniem:

$$\vec{F}_l = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

gdzie:  $\vec{F}$  to wektor siły Lorentz'a (N),  $q$  to ładunek elektryczny cząstki (C),  $\vec{E}$  to wektor natężenia pola elektrycznego (V/m),  $\vec{v}$  to wektor prędkości cząstki (m/s),  $\vec{B}$  to pseudowektor indukcji magnetycznej (T).

### 2.2 Siła elektodynamiczna

W rozważaniach dotyczących pracy silnika prądu stałego można pominąć wpływ wektora natężenia pola elektrycznego, gdyż jest ono praktycznie jednorodne. Przewodnik z prądem, umieszczony w polu magnetycznym, doświadcza siły, której kierunek i wartość zależą od ustawienia przewodnika względem pola. Maksymalna wartość siły występuje, gdy przewodnik jest ustawiony prostopadle do pola magnetycznego, co zapewnia konstrukcja **komutatora**.

W tych warunkach siła Lorentza przyjmuje postać:

$$F_l = qvB \quad (2)$$

Dla przewodnika o określonej długości, w którym przepływają ładunki tworzące prąd, siła Lorentza przyjmuje postać **siły elektodynamicznej**:

$$\vec{F}_{ed} = I \vec{l} \times \vec{B} \quad (3)$$

gdzie:  $I$  to natężenie prądu,  $\vec{l}$  to wektor długości przewodnika.

### 2.3 Moment elektromagnetyczny

Moment elektromagnetyczny w silniku prądu stałego jest generowany w wyniku działania sił elektrodynamicznych (3) na uwzijenia twornika i wyraża się wzorem:

$$T_e = \vec{r} \times \vec{F}_{ed} = I \left[ \vec{r} \times (\vec{l} \times \vec{B}) \right] \quad (4)$$

gdzie:  $I$  to natężenie prądu (A),  $\vec{l}$  to długość uwzijenia (m),  $\vec{B}$  to wektor indukcji magnetycznej (T),  $\vec{r}$  to ramię siły (m).

Dla uproszczonego modelu silnika prądu stałego można wyróżnić tzw. stałą momentową  $k_\Phi$ , która zależy od parametrów konstrukcyjnych silnika. Wtedy moment elektromagnetyczny wyraża się zależnością:

$$T_e = i_a k_\Phi \quad (5)$$

gdzie:  $T_e$  to moment elektromagnetyczny (Nm),  $i_a$  to prąd twornika (A),  $k_\Phi$  to stała momentowa (Nm/A).

### 2.4 Siła elektromotoryczna

Siła elektromotoryczna (SEM) powstaje wskutek ruchu przewodnika w polu magnetycznym. Przewodniki wirnika przecinają linie pola, co indukuje napięcie i powoduje powstanie siły przeciwdziałającej ruchowi elektronów, równoważącej działanie sił Lorentza (1). Dzięki temu moment elektromagnetyczny nie prowadzi do nieskończonego przyspieszenia wirnika.

Wartość SEM zależy liniowo od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych:

$$\varepsilon = k_\Phi \omega_r, \quad (6)$$

gdzie:  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna (V),  $\omega_r$  to prędkość obrotowa wirnika (rad/s),  $k_\Phi$  to stała napięciowa silnika (V·s/rad).

### 2.5 Stała momentowa i napięciowa

W teoretycznych rozważaniach współczynnik  $k_\Phi$  pojawia się zarówno w równaniu (5), jak i w (6). W rzeczywistości są to dwie różne stałe: w równaniu (5) występuje **stała momentowa**  $k_m$  (Nm/A), natomiast w (6) występuje **stała napięciowa**  $k_v$  (V·s/rad).

Stała momentowa  $k_m$  wpływa bezpośrednio na wartość momentu elektromagnetycznego  $T_e$ , który zależy od kąta położenia wirnika względem pola magnetycznego. Dlatego jej działanie nie jest symetryczne w całym cyklu obrotu. Natomiast stała napięciowa  $k_v$ , powiązana z siłą elektromotoryczną  $\varepsilon$ , działa symetrycznie, gdyż SEM zależy głównie od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych, a nie od kąta położenia przewodnika w polu magnetycznym.

W praktyce, w notach katalogowych są one rozróżniane, jednak dla uproszczenia modelu symulacyjnego podczas ćwiczenia operowano jednym współczynnikiem  $k_\Phi$ , gdyż różnice między nimi są niewielkie.

Współczynnik  $k_\Phi$  ma kluczowe znaczenie w analizie charakterystyk dynamicznych silnika, ponieważ bezpośrednio wpływa na prędkość obrotową wirnika przy zadanym napięciu zasilania i prądzie twornika. **Równanie sterowania** w stanie ustalonym można wyprowadzić na podstawie bilansu napięć w obwodzie twornika oraz zależności elektromotorycznej siły (SEM) generowanej w silniku. Przyjmuje ono postać:

$$\omega_r = \frac{U_a - R_a i_a}{k_\Phi} \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że przy stałym napięciu zasilania  $U_a$  i prądzie twornika  $i_a$ , zmniejszenie wartości współczynnika  $k_\Phi$  prowadzi do proporcjonalnego wzrostu prędkości obrotowej wirnika. Zjawisko to wynika z bezpośredniego związku między strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym wytwarzanym przez silnik.

### 3 Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym

#### 3.1 Przebieg ćwiczenia

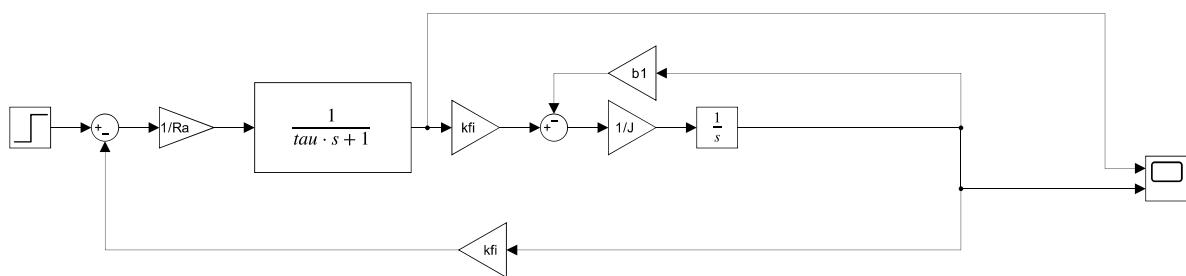
Przed rzeczywistą realizacją projektu w środowisku Simulink zrealizowano model silnika prądu stałego (Rysunek ref), zgodnie z metodyką przedstawioną w skrypcie do ćwiczenia [1]. Parametry silnika zadeklarowano w niezależnym skrypcie w środowisku MATLAB, jak przedstawiono w Listing 1.

Listing 1: Przyjęte parametry

```

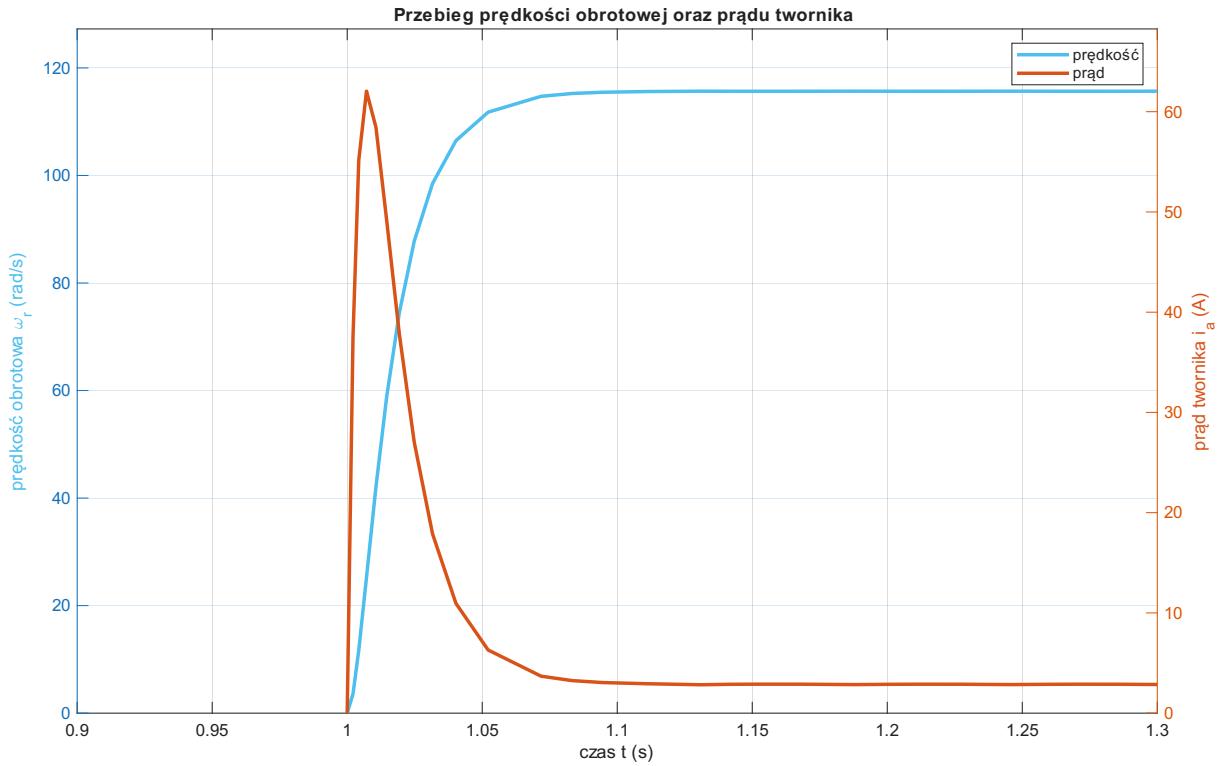
1 Ra = 3.0;      % (Ohm)
2 La = 10e-3;    % (H)
3 kfi = 2.0;     % (Nm/A)
4 J = 25e-3;     % (kg*m^2)
5 b1 = 0.009;    % (Nm*s/rad)
6 tau = La/Ra;   % (s)
7 Ua = 240;

```



Rysunek 1: Model silnika w środowisku Simulink

Parametry podane w skrypcie z Listing 1 zostały zapisane do Workspace MATLAB, co umożliwiło ich wykorzystanie w modelu zbudowanym w środowisku Simulink. Następnie uruchomiono symulację, a dane z oscyloskopu zapisano w Workspace w celu uzyskania czytelnych przebiegów prędkości obrotowej oraz prądu twornika.



Rysunek 2: Przebiegi czasowe prędkości obrotowej  $\omega_r$  oraz prądu twornika  $i_a$  w odpowiedzi na wymuszenie skokowe

Na rysunku 2 przedstawiona jest dynamika rozruchu modelu maszyny przy skokowym wymuszeniu. Wymuszeniem jest napięcie twornika o wartości  $U_a = 240$  V.

### 3.2 Obserwacje

Wartość prędkości obrotowej  $\omega_r$  przy wymuszeniu skokowym szybko narasta, bez przeregulowań, do wartości 116 rad/s. Wartość oczekiwana prędkości w stanie ustalonym może być wyznaczona z zależności opisanej wzorem (7):

$$\omega_r = \frac{U_a}{k_\Phi} = \frac{240 \text{ V}}{2 \text{ V} \cdot \text{rad/s}} = 120 \text{ rad/s} \quad (8)$$

Prędkość osiągnięta w stanie ustalonym jest nieco niższa od wartości oczekiwanej, ponieważ w powyższym oszacowaniu pominięto spadek napięcia na rezystancji twornika  $i_a R_a$ .

Prąd twornika w chwili podania wymuszenia skokowego gwałtownie rośnie, a następnie opada, osiągając w stanie ustalonym wartość 2.9 A. Możliwe jest oszacowanie oczekiwanej wartości maksymalnego prądu rozruchowego z zależności:

$$i_{a \max} = \frac{U_a}{R_a} = \frac{240 \text{ V}}{3 \Omega} = 80 \text{ A} \quad (9)$$

Wartość ta jest jednak przeszacowana, ponieważ nie uwzględnia dynamiki obwodu twornika ani wpływu siły elektromotorycznej, która pojawia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej i ogranicza wartość płynącego prądu. W modelu symulacyjnym prąd twornika osiąga maksymalnie 62 A.

## **4 Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego**

## **5 Analiza porównawcza stanu biegu jałowego**

Na wykresie napięcia twornika widać, że napięcie to rośnie w czasie. Jest to konsekwencją występowania siły elektromotorycznej (SEM), która indukuje napięcie przeciwdziałające zmianom prądu. W rezultacie średnia wartość napięcia pozostaje nieco wyższa od wartości SEM, co zapewnia przepływ prądu w uzwojeniach wirnika. Obserwowany ciągły wzrost napięcia odpowiada narastaniu SEM wraz z przyspieszaniem wirnika w trakcie symulacji.

## **6 Porównanie stanu dynamicznego rozruchu**

## **7 Przykładowa aplikacja silnika**

Wybór silnika zależy od koncepcji całego układu napędowego. Proces ten można jednak sprowadzić do kilku podstawowych kryteriów:

- a) napięcie i rodzaj prądu: DC lub AC
- b) moc i prędkość obrotowa (kątowa)
- c) rodzaj pracy znamionowej

Zatem, rozważając przykładowe zastosowanie silnika analizowanego podczas ćwiczenia, zwrócono szczególną uwagę na powyższe kryteria.

## **8 Zbieżność modelu z danymi znamionowymi**

## **9 Literatura**

### **Literatura**

- [1] Materiały do ćwiczenia laboratoryjnego dostępne na platformie eKursy, Politechnika Poznańska,  
<https://ekursy.put.poznan.pl/mod/folder/view.php?id=3022724>

- [2] K. Zawirski, J. Deskur, T. Kaczmarek, *Automatyka napędu elektrycznego*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012