


Politechnika Poznańska Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej		
Dz>AiR>Sem5	Napędy przekształtnikowe (NP)	2025/26 (s.zim.)
<b>Skład osobowy:</b> Zuzanna Andrzejak 159522 Jan Andrzejewski 159512 Mateusz Banaszak 159416 Piotr Bednarek 159701	<b>Silnik elektryczny i jego model obwodowy. Siły: Lorentz'a, elektrodynamiczna, elektromotoryczna. Zbieżność modelu.</b>	Data wyk.: 20.11.2025
Grupa 1	Ćwiczenie 1	Zajęcia 1

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Wstęp teoretyczny</b>	<b>2</b>
2.1	Siła Lorentz'a . . . . .	2
2.2	Siła elektrodynamiczna . . . . .	2
2.3	Moment elektromagnetyczny . . . . .	3
2.4	Siła elektromotoryczna . . . . .	3
2.5	Stała momentowa i napięciowa . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Analiza porównawcza stanu biegu jałowego</b>	<b>6</b>
5.1	$U_a = 50 \text{ V}$ . . . . .	6
5.2	$U_a = 100 \text{ V}$ . . . . .	7
5.3	$U_a = 201 \text{ V}$ . . . . .	7
5.4	$U_a = 240 \text{ V}$ . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Porównanie stanu dynamicznego rozruchu</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Przykładowa aplikacja silnika</b>	<b>7</b>
7.1	Aplikacje . . . . .	7
7.1.1	Rozpoznanie rynku . . . . .	8
<b>8</b>	<b>Zbieżność modelu z danymi znamionowymi</b>	<b>8</b>
<b>9</b>	<b>Literatura</b>	<b>8</b>

# 1 Wprowadzenie

Ćwiczenie laboratoryjne miało na celu analizę modelu obwodowego silnika obcowzbudnego komutatorowego prądu stałego [1]. Model zastosowany podczas ćwiczenia był modelem zidealizowanym i nie stanowił dokładnego odwzorowania rzeczywistego układu napędowego.

Ćwiczenie przeprowadzono w sali C3 w budynku A22b, wyposażonej w zestawy laboratoryjne napędowe, panele sterowania oraz przyrządy pomiarowe. W trakcie zajęć wykorzystano również środowisko symulacyjne MATLAB wraz z Simulink.

## 2 Wstęp teoretyczny

Model zrealizowany podczas ćwiczenia można w przybliżeniu opisać z wykorzystaniem podstawowych zjawisk fizycznych. Obejmują one przede wszystkim zjawiska elektromagnetyczne, elektromotoryczne oraz elektrodynamiczne, które określają zależności między przepływem prądu, strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym oraz momentami wynikającymi z dynamiki ruchomych części silnika.

### 2.1 Siła Lorentz'a

Za generowanie siły w silniku prądu stałego odpowiada siła Lorentz'a, która określa oddziaływanie pola elektrycznego i magnetycznego na poruszający się ładunek. Jest określana równaniem:

$$\vec{F}_l = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

gdzie:  $\vec{F}$  to wektor siły Lorentz'a (N),  $q$  to ładunek elektryczny cząstki (C),  $\vec{E}$  to wektor natężenia pola elektrycznego (V/m),  $\vec{v}$  to wektor prędkości cząstki (m/s),  $\vec{B}$  to pseudowektor indukcji magnetycznej (T).

### 2.2 Siła elektrodynamiczna

W rozważaniach dotyczących pracy silnika prądu stałego można pominąć wpływ wektora natężenia pola elektrycznego, gdyż jest ono praktycznie jednorodne. Przewodnik z prądem, umieszczony w polu magnetycznym, doświadcza siły, której kierunek i wartość zależą od ustawienia przewodnika względem pola. Maksymalna wartość siły występuje, gdy przewodnik jest ustawiony prostopadle do pola magnetycznego, co zapewnia konstrukcja **komutatora**.

W tych warunkach siła Lorentza przyjmuje postać:

$$F_l = qvB \quad (2)$$

Dla przewodnika o określonej długości, w którym przepływają ładunki tworzące prąd, siła Lorentza przyjmuje postać **siły elektrodynamicznej**:

$$\vec{F}_{ed} = I \vec{l} \times \vec{B} \quad (3)$$

gdzie:  $I$  to natężenie prądu,  $\vec{l}$  to wektor długości przewodnika.

## 2.3 Moment elektromagnetyczny

Moment elektromagnetyczny w silniku prądu stałego jest generowany w wyniku działania sił elektrodynamicznych (3) na uzwojenia twornika i wyraża się wzorem:

$$T_e = \vec{r} \times \vec{F}_{ed} = I \left[ \vec{r} \times (\vec{l} \times \vec{B}) \right] \quad (4)$$

gdzie:  $I$  to natężenie prądu (A),  $\vec{l}$  to długość uzwojenia (m),  $\vec{B}$  to wektor indukcji magnetycznej (T),  $\vec{r}$  to ramię siły (m).

Dla uproszczonego modelu silnika prądu stałego można wyróżnić tzw. stałą momentową  $k_\Phi$ , która zależy od parametrów konstrukcyjnych silnika. Wtedy moment elektromagnetyczny wyraża się zależnością:

$$T_e = i_a k_\Phi \quad (5)$$

gdzie:  $T_e$  to moment elektromagnetyczny (Nm),  $i_a$  to prąd twornika (A),  $k_\Phi$  to stała momentowa (Nm/A).

## 2.4 Siła elektromotoryczna

Siła elektromotoryczna (SEM) powstaje wskutek ruchu przewodnika w polu magnetycznym. Przewodniki wirnika przecinają linie pola, co indukuje napięcie i powoduje powstanie siły przeciwdziałającej ruchowi elektronów, równoważącej działanie sił Lorentza (1). Dzięki temu moment elektromagnetyczny nie prowadzi do nieskończonego przyspieszenia wirnika.

Wartość SEM zależy liniowo od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych:

$$\varepsilon = k_\Phi \omega_r, \quad (6)$$

gdzie:  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna (V),  $\omega_r$  to prędkość obrotowa wirnika (rad/s),  $k_\Phi$  to stała napięciowa silnika (V · s/rad).

## 2.5 Stała momentowa i napięciowa

W teoretycznych rozważaniach współczynnik  $k_\Phi$  pojawia się zarówno w równaniu (5), jak i w (6). W rzeczywistości są to dwie różne stałe: w równaniu (5) występuje **stała momentowa**  $k_m$  (Nm/A), natomiast w (6) występuje **stała napięciowa**  $k_v$  (V·s/rad).

Stała momentowa  $k_m$  wpływa bezpośrednio na wartość momentu elektromagnetycznego  $T_e$ , który zależy od kąta położenia wirnika względem pola magnetycznego. Dlatego jej działanie nie jest symetryczne w całym cyklu obrotu. Natomiast stała napięciowa  $k_v$ , powiązana z siłą elektromotoryczną  $\varepsilon$ , działa symetrycznie, gdyż SEM zależy głównie od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych, a nie od kąta położenia przewodnika w polu magnetycznym.

W praktyce, w notach katalogowych są one rozróżniane, jednak dla uproszczenia modelu symulacyjnego podczas ćwiczenia operowano jednym współczynnikiem  $k_\Phi$ , gdyż różnice między nimi są niewielkie.

Współczynnik  $k_\Phi$  ma kluczowe znaczenie w analizie charakterystyk dynamicznych silnika, ponieważ bezpośrednio wpływa na prędkość obrotową wirnika przy zadanym napięciu zasilania i prądzie twornika. **Równanie sterowania** w stanie ustalonym można wyprowadzić na podstawie bilansu napięć w obwodzie twornika oraz zależności elektromotorycznej siły (SEM) generowanej w silniku. Przyjmuje ono postać:

$$\omega_r = \frac{U_a - R_a i_a}{k_\Phi} \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że przy stałym napięciu zasilania  $U_a$  i prądzie twornika  $i_a$ , zmniejszenie wartości współczynnika  $k_\Phi$  prowadzi do proporcjonalnego wzrostu prędkości obrotowej wirnika. Zjawisko to wynika z bezpośredniego związku między strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym wytwarzanym przez silnik.

### 3 Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym

Przed rzeczywistą realizacją projektu w środowisku Simulink zrealizowano model silnika prądu stałego (Rysunek 1), zgodnie z metodyką przedstawioną w skrypcie do ćwiczenia [1]. Parametry silnika zadeklarowano w niezależnym skrypcie w środowisku MATLAB, jak przedstawiono w Listing 1.

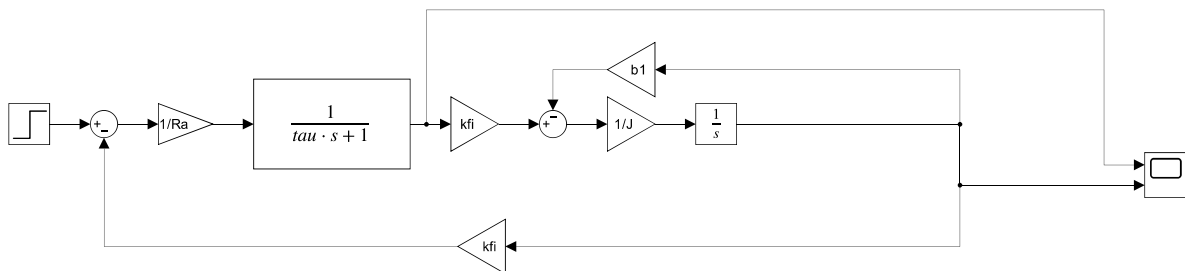
W modelu silnika prądu stałego (rysunek 1) wprowadzono kilka uproszczeń, aby ułatwić analizę działania układu. Stałą napięciową oraz stałą momentową zastąpiono jednym współczynnikiem  $k_\Phi$ , zgodnie z omówieniem w punkcie 2.5. Zrezygnowano również z modelowania toru wymuszenia momentem obciążenia  $T_l$ , przyjmując, że w analizowanym przypadku zakłócenia wprowadzane przez ten człon są równe zero.

Listing 1: Przyjęte parametry

```

1      Ra = 3.0;      % (Ohm)
2      La = 10e-3;   % (H)
3      kfi = 2.0;    % (Nm/A)
4      J = 25e-3;    % (kg*m^2)
5      b1 = 0.009;   % (Nm*s/rad)
6      tau = La/Ra;  % (s)
7      Ua = 240;

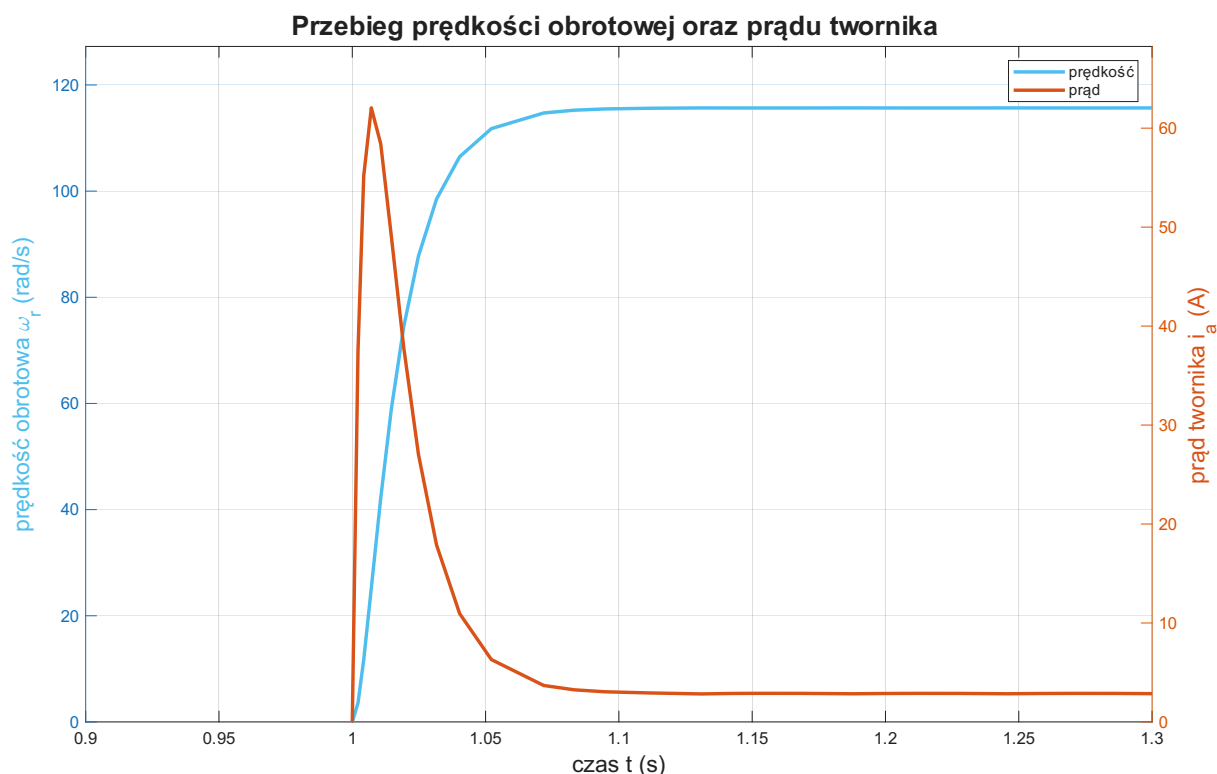
```



Rysunek 1: Model silnika w środowisku Simulink

Parametry podane w skrypcie z Listing 1 zostały zapisane do Workspace MATLAB, co umożliwiło ich wykorzystanie w modelu zbudowanym w środowisku Simulink. Następnie uruchomiono symulację, a dane z oscyloskopu zapisano w Workspace w celu uzyskania czytelnych przebiegów prędkości obrotowej oraz prądu twornika.

## 4 Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego



Rysunek 2: Przebiegi czasowe prędkości obrotowej  $\omega_r$  oraz prądu twornika  $i_a$  w odpowiedzi na wymuszenie skokowe

Na rysunku 2 przedstawiona jest dynamika rozruchu modelu maszyny do prędkości biegu jałowego przy skokowym wymuszeniu. Wymuszeniem jest napięcie twornika o wartości  $U_a = 240$  V.

Wartość prędkości obrotowej  $\omega_r$  przy wymuszeniu skokowym szybko narasta, bez przeregulowań, do wartości 116 rad/s. Wartość oczekiwana prędkości w stanie ustalonym może być wyznaczona z zależności opisanej wzorem (7):

$$\omega_r = \frac{U_a}{k_\Phi} = \frac{240 \text{ V}}{2 \text{ V} \cdot \text{rad/s}} = 120 \text{ rad/s} \quad (8)$$

Prędkość osiągnięta w stanie ustalonym jest nieco niższa od wartości oczekiwanej, ponieważ w powyższym oszacowaniu pominięto spadek napięcia na rezystancji twornika  $i_a R_a$ .

Prąd twornika w chwili podania wymuszenia skokowego gwałtownie rośnie, a następnie opada, osiągając w stanie ustalonym wartość 2.9 A. Możliwe jest oszacowanie oczekiwanej wartości maksymalnego prądu rozruchowego z zależności:

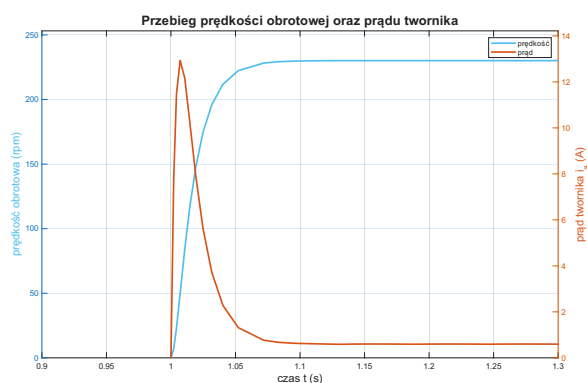
$$i_{a \text{ max}} = \frac{U_a}{R_a} = \frac{240 \text{ V}}{3 \Omega} = 80 \text{ A} \quad (9)$$

Wartość ta jest jednak przeszacowana, ponieważ nie uwzględnia dynamiki obwodu twornika ani wpływu siły elektromotorycznej, która pojawia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej i ogranicza wartość płynącego prądu. W modelu symulacyjnym prąd twornika osiąga maksymalnie 62 A.

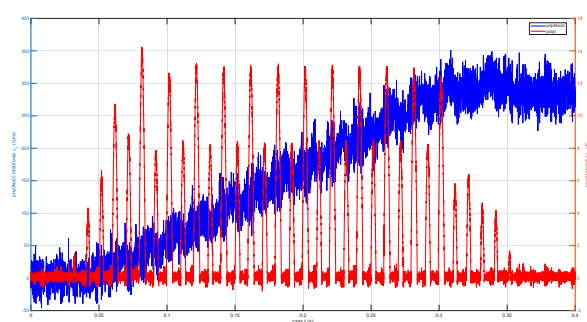
W chwili przyłączenia obwodu twornika do modelu, prąd jaki popłynie przez obwód twornika  $i_a$  ograniczony jest tylko rezystancją obwodu twornika  $R_a$ , gdyż przy  $\omega_r = 0$  siła elektromotoryczna ma także wartość zerową  $\varepsilon = 0$ . Wraz ze wzrostem prędkości  $\omega_r$ , wzrastająca siła elektromotoryczna  $\varepsilon$  powoduje zmniejszanie się wartości prądu twornika  $i_a$  [3].

## 5 Analiza porównawcza stanu biegu jałowego

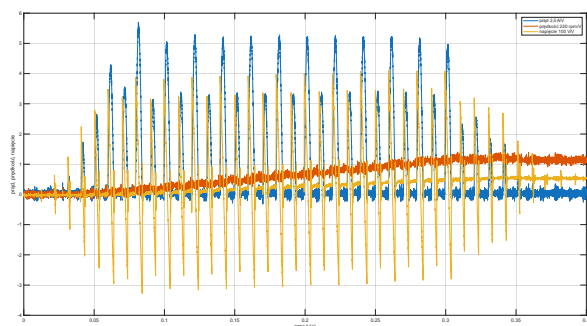
### 5.1 $U_a = 50 \text{ V}$



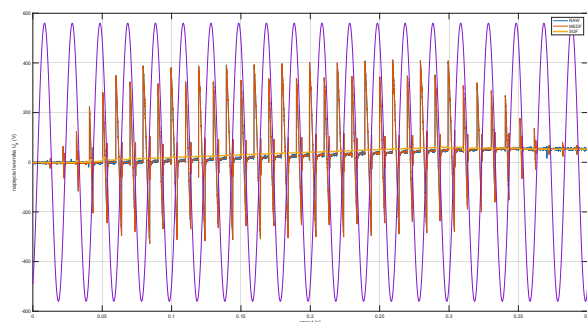
(a) Przebieg odfiltrowanej prędkości kątowej silnika.



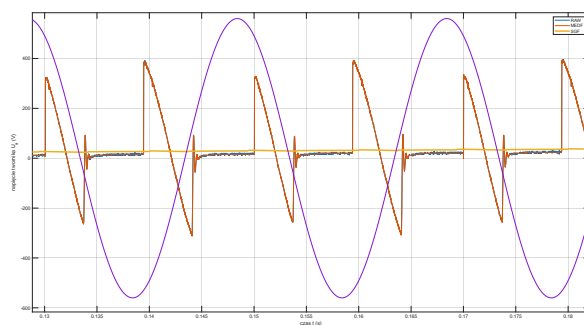
(b) Przebieg odfiltrowanego prądu twornika.



(c) Przebieg odfiltrowanego napięcia twornika.



(d) Przebiegi sygnałów zarejestrowanych za pomocą oscyloskopu.



(e) Symulacja procesu rozruchu silnika opracowana w środowisku Simulink/Matlab.

Rysunek 3: Zestawienie wyników eksperymentalnych dla napięcia twornika 200 V.

**5.2**  $U_a = 100 \text{ V}$

**5.3**  $U_a = 201 \text{ V}$

**5.4**  $U_a = 240 \text{ V}$

Na wykresie napięcia twornika widać, że napięcie to rośnie w czasie. Jest to konsekwencją występowania siły elektromotorycznej (SEM), która indukuje napięcie przeciwdziałające zmianom prądu. W rezultacie średnia wartość napięcia pozostaje nieco wyższa od wartości SEM, co zapewnia przepływ prądu w uzwojeniach wirnika. Obserwowany ciągły wzrost napięcia odpowiada narastaniu SEM wraz z przyspieszaniem wirnika w trakcie symulacji.

## 6 Porównanie stanu dynamicznego rozruchu

## 7 Przykładowa aplikacja silnika

Wybór silnika zależy od koncepcji całego układu napędowego. Proces ten można jednak sprowadzić do kilku podstawowych kryteriów:

- a) napięcie i rodzaj prądu: DC lub AC
- b) moc i prędkość obrotowa (kątowna)
- c) rodzaj pracy znamionowej

Zatem, rozważając przykładowe zastosowanie silnika analizowanego podczas ćwiczenia, zwrócono szczególną uwagę na powyższe kryteria [2].

Silnik PZBb44b to maszynowy silnik prądu stałego o mocy znamionowej 1.5 kW, zasilaniu 230 V oraz prądzie twornika 6.5 A. Pracuje przy prędkości 1450 rpm i posiada wzbudzenie własne o prądzie 0.4 A. Parametry te pozwalają na wykorzystanie go w aplikacjach wymagających stabilnej prędkości obrotowej i umiarkowanego momentu.

### 7.1 Aplikacje

Ze względu na moc i prędkość znamionową silnik może być stosowany w:

- małych pompach wirowych,
- sprężarkach tłokowych o niskiej mocy,
- przenośnikach taśmowych,
- mieszadłach i mieszarkach przemysłowych,
- prostych napędach maszyn warsztatowych.

### 7.1.1 Rozpoznanie rynku

Model	Moc	Prędkość	Napięcie	Prądy	Moment
PZBb44b	1.5 kW	1450 rpm	230 V (DC)	6.5 A (tw.), 0.4 A (wzb.)	$\approx 9.9$ Nm
ABB M3AA	1.5 kW	1445–1450 rpm	230/400/415 V, 3F, 50 Hz	3.24–5.85 A	$\approx 9.95$ Nm
Siemens SIMOTICS GP	1.5 kW	$\approx 1450$ rpm	230/400 V lub 400/690 V, 3F	$\approx 8.4$ A (zależnie od wersji)	—
WEG W22	1.5 kW	1450–1500 rpm	220–240/380–415 V, 3F	—	—
Maedler / SM-I IEC 90L	1.5 kW	1430–1450 rpm	230/400 V, 3F	—	—

Silniki te stanowią porównywalne konstrukcje pod względem mocy i prędkości, przez co mogą być wykorzystane jako modele referencyjne w procesie symulacji i doboru parametrów zastępczych. Główne różnice pomiędzy silnikiem PZBb44b a pozostałymi silnikami branymi pod uwagę wynikają przede wszystkim z odmiennych metod zasilania, a co za tym idzie z charakterystycznych sposobów regulacji prędkości oraz kształtowania momentu. Silnik PZBb44b jako maszyna prądu stałego z wzbudzeniem własnym utrzymuje prędkość zależną od napięcia twornika oraz strumienia wzbudzenia, co umożliwia płynną i szeroką regulację obrotów bez konieczności stosowania dodatkowych układów energoelektronicznych. Z kolei silniki indukcyjne AC pracują przy prędkości wyznaczonej przez częstotliwość sieci i liczbę biegunów, a zmiana prędkości wymaga użycia falownika. W efekcie każda z tych maszyn cechuje się odmiennym zachowaniem dynamicznym, sprawnością regulacji oraz zakresem możliwej kontroli momentu, co przekłada się na praktyczne zastosowania i sposób integracji z układem napędowym.

## 8 Zbieżność modelu z danymi znamionowymi

## 9 Literatura

### Literatura

- [1] Materiały do ćwiczenia laboratoryjnego dostępne na platformie eKursy, Politechnika Poznańska, <https://ekursy.put.poznan.pl/mod/folder/view.php?id=3022724>
- [2] K. Zawirski, J. Deskur, T. Kaczmarek, *Automatyka napędu elektrycznego*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012
- [3] J. Sidorowicz, *Napęd elektryczny i jego sterowanie*, Oficyna Wydawicza Politechniki Warszawskiej, 1997