


Politechnika Poznańska Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej		
Dz>AiR>Sem5	Napędy przekształtnikowe (NP)	2025/26 (s.zim.)
Skład osobowy: Zuzanna Andrzejak 159522 Jan Andrzejewski 159512 Mateusz Banaszak 159416 Piotr Bednarek 159701	Silnik elektryczny i jego model obwodowy. Siły: Lorentz'a, elektrodynamiczna, elektromotoryczna. Zbieżność modelu.	Data wyk.: 20.11.2025
Grupa 1	Ćwiczenie 1	Zajęcia 1

Spis treści

1 Wprowadzenie	2
2 Wstęp teoretyczny	2
2.1 Siła Lorentz'a	2
2.2 Siła elektrodynamiczna	2
2.3 Moment elektromagnetyczny	3
2.4 Siła elektromotoryczna	3
2.5 Stała momentowa i napięciowa	3
3 Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym	4
3.1 Obserwacje	5
4 Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego	6
5 Analiza porównawcza stanu biegu jałowego	6
6 Porównanie stanu dynamicznego rozruchu	6
7 Przykładowa aplikacja silnika	6
8 Zbieżność modelu z danymi znamionowymi	6
9 Literatura	6

1 Wprowadzenie

Ćwiczenie laboratoryjne miało na celu analizę modelu obwodowego silnika obcowzbudnego komutatorowego prądu stałego [1]. Model zastosowany podczas ćwiczenia był modelem zidealizowanym i nie stanowił dokładnego odwzorowania rzeczywistego układu napędowego.

Ćwiczenie przeprowadzono w sali C3 w budynku A22b, wyposażonej w zestawy laboratoryjne napędowe, panele sterowania oraz przyrządy pomiarowe. W trakcie zajęć wykorzystano również środowisko symulacyjne MATLAB wraz z Simulink.

2 Wstęp teoretyczny

Model zrealizowany podczas ćwiczenia można w przybliżeniu opisać z wykorzystaniem podstawowych zjawisk fizycznych. Obejmują one przede wszystkim zjawiska elektromagnetyczne, elektromotoryczne oraz elektrodynamiczne, które określają zależności między przepływem prądu, strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym oraz momentami wynikającymi z dynamiki ruchomych części silnika.

2.1 Siła Lorentz'a

Za generowanie siły w silniku prądu stałego odpowiada siła Lorentz'a, która określa oddziaływanie pola elektrycznego i magnetycznego na poruszający się ładunek. Jest określana równaniem:

$$\vec{F}_l = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

gdzie: \vec{F} to wektor siły Lorentz'a (N), q to ładunek elektryczny cząstki (C), \vec{E} to wektor natężenia pola elektrycznego (V/m), \vec{v} to wektor prędkości cząstki (m/s), \vec{B} to pseudowektor indukcji magnetycznej (T).

2.2 Siła elektrodynamiczna

W rozważaniach dotyczących pracy silnika prądu stałego można pominąć wpływ wektora natężenia pola elektrycznego, gdyż jest ono praktycznie jednorodne. Przewodnik z prądem, umieszczony w polu magnetycznym, doświadcza siły, której kierunek i wartość zależą od ustawienia przewodnika względem pola. Maksymalna wartość siły występuje, gdy przewodnik jest ustawiony prostopadle do pola magnetycznego, co zapewnia konstrukcja **komutatora**.

W tych warunkach siła Lorentza przyjmuje postać:

$$F_l = qvB \quad (2)$$

Dla przewodnika o określonej długości, w którym przepływają ładunki tworzące prąd, siła Lorentza przyjmuje postać **siły elektrodynamicznej**:

$$\vec{F}_{ed} = I \vec{l} \times \vec{B} \quad (3)$$

gdzie: I to natężenie prądu, \vec{l} to wektor długości przewodnika.

2.3 Moment elektromagnetyczny

Moment elektromagnetyczny w silniku prądu stałego jest generowany w wyniku działania sił elektrodynamicznych (3) na uzwojenia twornika i wyraża się wzorem:

$$T_e = \vec{r} \times \vec{F}_{ed} = I \left[\vec{r} \times (\vec{l} \times \vec{B}) \right] \quad (4)$$

gdzie: I to natężenie prądu (A), \vec{l} to długość uzwojenia (m), \vec{B} to wektor indukcji magnetycznej (T), \vec{r} to ramię siły (m).

Dla uproszczonego modelu silnika prądu stałego można wyróżnić tzw. stałą momentową k_Φ , która zależy od parametrów konstrukcyjnych silnika. Wtedy moment elektromagnetyczny wyraża się zależnością:

$$T_e = i_a k_\Phi \quad (5)$$

gdzie: T_e to moment elektromagnetyczny (Nm), i_a to prąd twornika (A), k_Φ to stała momentowa (Nm/A).

2.4 Siła elektromotoryczna

Siła elektromotoryczna (SEM) powstaje wskutek ruchu przewodnika w polu magnetycznym. Przewodniki wirnika przecinają linie pola, co indukuje napięcie i powoduje powstanie siły przeciwdziałającej ruchowi elektronów, równoważącej działanie sił Lorentza (1). Dzięki temu moment elektromagnetyczny nie prowadzi do nieskończonego przyspieszenia wirnika.

Wartość SEM zależy liniowo od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych:

$$\varepsilon = k_\Phi \omega_r, \quad (6)$$

gdzie: ε to siła elektromotoryczna (V), ω_r to prędkość obrotowa wirnika (rad/s), k_Φ to stała napięciowa silnika (V · s/rad).

2.5 Stała momentowa i napięciowa

W teoretycznych rozważaniach współczynnik k_Φ pojawia się zarówno w równaniu (5), jak i w (6). W rzeczywistości są to dwie różne stałe: w równaniu (5) występuje **stała momentowa** k_m (Nm/A), natomiast w (6) występuje **stała napięciowa** k_v (V·s/rad).

Stała momentowa k_m wpływa bezpośrednio na wartość momentu elektromagnetycznego T_e , który zależy od kąta położenia wirnika względem pola magnetycznego. Dlatego jej działanie nie jest symetryczne w całym cyklu obrotu. Natomiast stała napięciowa k_v , powiązana z siłą elektromotoryczną ε , działa symetrycznie, gdyż SEM zależy głównie od prędkości obrotowej wirnika i parametrów konstrukcyjnych, a nie od kąta położenia przewodnika w polu magnetycznym.

W praktyce, w notach katalogowych są one rozróżniane, jednak dla uproszczenia modelu symulacyjnego podczas ćwiczenia operowano jednym współczynnikiem k_Φ , gdyż różnice między nimi są niewielkie.

Współczynnik k_Φ ma kluczowe znaczenie w analizie charakterystyk dynamicznych silnika, ponieważ bezpośrednio wpływa na prędkość obrotową wirnika przy zadanym napięciu zasilania i prądzie twornika. **Równanie sterowania** w stanie ustalonym można wyprowadzić na podstawie bilansu napięć w obwodzie twornika oraz zależności elektromotorycznej siły (SEM) generowanej w silniku. Przyjmuje ono postać:

$$\omega_r = \frac{U_a - R_a i_a}{k_\Phi} \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że przy stałym napięciu zasilania U_a i prądzie twornika i_a , zmniejszenie wartości współczynnika k_Φ prowadzi do proporcjonalnego wzrostu prędkości obrotowej wirnika. Zjawisko to wynika z bezpośredniego związku między strumieniem magnetycznym a momentem elektromagnetycznym wytwarzanym przez silnik.

3 Realizacja modelu w środowisku symulacyjnym

3.1 Przebieg ćwiczenia

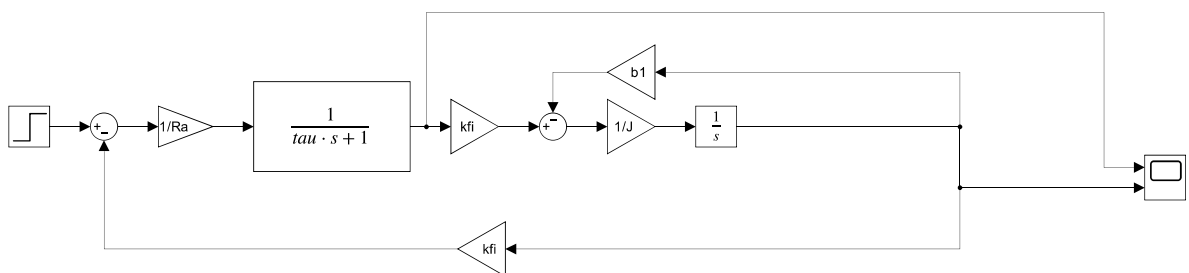
Przed rzeczywistą realizacją projektu w środowisku Simulink zrealizowano model silnika prądu stałego (Rysunek ref), zgodnie z metodyką przedstawioną w skrypcie do ćwiczenia [1]. Parametry silnika zadeklarowano w niezależnym skrypcie w środowisku MATLAB, jak przedstawiono w Listing 1.

Listing 1: Przyjęte parametry

```

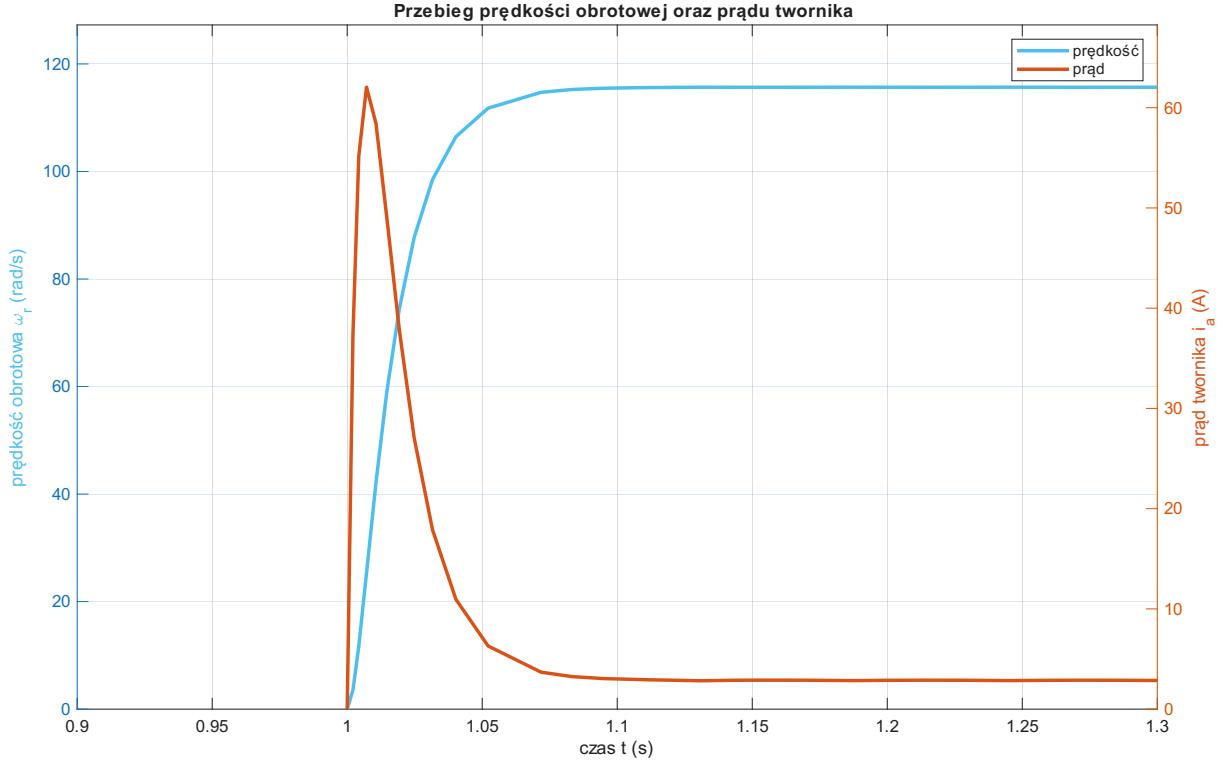
1  Ra = 3.0;      % (Ohm)
2  La = 10e-3;   % (H)
3  kfi = 2.0;    % (Nm/A)
4  J = 25e-3;    % (kg*m^2)
5  b1 = 0.009;   % (Nm*s/rad)
6  tau = La/Ra;  % (s)
7  Ua = 240;

```



Rysunek 1: Model silnika w środowisku Simulink

Parametry podane w skrypcie z Listing 1 zostały zapisane do Workspace MATLAB, co umożliwiło ich wykorzystanie w modelu zbudowanym w środowisku Simulink. Następnie uruchomiono symulację, a dane z oscyloskopu zapisano w Workspace w celu uzyskania czytelnych przebiegów prędkości obrotowej oraz prądu twornika.



Rysunek 2: Przebiegi czasowe prędkości obrotowej ω_r oraz prądu twornika i_a w odpowiedzi na wymuszenie skokowe

Na rysunku 2 przedstawiona jest dynamika rozruchu modelu maszyny przy skokowym wymuszeniu. Wymuszeniem jest napięcie twornika o wartości $U_a = 240$ V.

3.2 Obserwacje

Wartość prędkości obrotowej ω_r przy wymuszeniu skokowym szybko narasta, bez przeregulowań, do wartości 116 rad/s. Wartość oczekiwana prędkości w stanie ustalonym może być wyznaczona z zależności opisanej wzorem (7):

$$\omega_r = \frac{U_a}{k_\Phi} = \frac{240 \text{ V}}{2 \text{ V} \cdot \text{rad/s}} = 120 \text{ rad/s} \quad (8)$$

Prędkość osiągnięta w stanie ustalonym jest nieco niższa od wartości oczekiwanej, ponieważ w powyższym oszacowaniu pominięto spadek napięcia na rezystancji twornika $i_a R_a$.

Prąd twornika w chwili podania wymuszenia skokowego gwałtownie rośnie, a następnie opada, osiągając w stanie ustalonym wartość 2.9 A. Możliwe jest oszacowanie oczekiwanej wartości maksymalnego prądu rozruchowego z zależności:

$$i_{a \max} = \frac{U_a}{R_a} = \frac{240 \text{ V}}{3 \Omega} = 80 \text{ A} \quad (9)$$

Wartość ta jest jednak przeszacowana, ponieważ nie uwzględnia dynamiki obwodu twornika ani wpływu siły elektromotorycznej, która pojawia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej i ogranicza wartość płynącego prądu. W modelu symulacyjnym prąd twornika osiąga maksymalnie 62 A.

4 Analiza rozruchu modelu do prędkości biegu jałowego

5 Analiza porównawcza stanu biegu jałowego

Na wykresie napięcia twornika widać, że napięcie to rośnie w czasie. Jest to konsekwencją występowania siły elektromotorycznej (SEM), która indukuje napięcie przeciwdziałające zmianom prądu. W rezultacie średnia wartość napięcia pozostaje nieco wyższa od wartości SEM, co zapewnia przepływ prądu w uzwojeniach wirnika. Obserwowany ciągły wzrost napięcia odpowiada narastaniu SEM wraz z przyspieszaniem wirnika w trakcie symulacji.

6 Porównanie stanu dynamicznego rozruchu

7 Przykładowa aplikacja silnika

Wybór silnika zależy od koncepcji całego układu napędowego. Proces ten można jednak sprowadzić do kilku podstawowych kryteriów:

- a) napięcie i rodzaj prądu: DC lub AC
- b) moc i prędkość obrotowa (kątowna)
- c) rodzaj pracy znamionowej

Zatem, rozważając przykładowe zastosowanie silnika analizowanego podczas ćwiczenia, zwrócono szczególną uwagę na powyższe kryteria.

8 Zbieżność modelu z danymi znamionowymi

9 Literatura

Literatura

- [1] Materiały do ćwiczenia laboratoryjnego dostępne na platformie eKursy, Politechnika Poznańska, <https://ekursy.put.poznan.pl/mod/folder/view.php?id=3022724>

- [2] K. Zawirski, J. Deskur, T. Kaczmarek, *Automatyka napędu elektrycznego*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012