


Politechnika Poznańska Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej		
Dz>AiR>Sem5	Napędy przekształtnikowe (NP)	2025/26 (s.zim.)
<b>Skład osobowy:</b> Zuzanna Andrzejak 159522 Jan Andrzejewski 159512 Mateusz Banaszak 159416 Piotr Bednarek 159701	<b>Identyfikacja parametrów modelu          obwodowego silnika prądu stałego</b>	Data wyk.: 04.12.2025
Grupa 1	Ćwiczenie 2	Zajęcia 2

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Rezystancja twornika <math>R_a</math></b>	<b>2</b>
2.1	Metodyka pomiarów . . . . .	2
2.2	Pomiary i opracowanie wyników . . . . .	2
2.3	Porównanie otrzymanych wartości . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Indukcyjność uzwojenia twornika <math>L_a</math></b>	<b>4</b>
3.1	Metodyka pomiarów . . . . .	4
3.2	Pomiary i opracowanie wyników . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Współczynnik <math>k_\Phi</math></b>	<b>7</b>
4.1	Metodyka pomiarów . . . . .	7
4.2	Pomiary i opracowanie wyników . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Moment bezwładności wirnika <math>J_r</math></b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Współczynnik <math>b_1</math></b>	<b>9</b>

# 1 Wprowadzenie

W poprzednim ćwiczeniu laboratoryjnym zdefiniowano model obwodowy obcowzbudnego silnika prądu stałego z komutatorem, przyjmując określone parametry w celu zrealizowania uproszczonego modelu. Celem kolejnego ćwiczenia było eksperymentalne wyznaczenie tych parametrów na podstawie pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistym, identyfikowanym obiekcie [1]. Podczas analizy uwzględniono wektor parametrów modelu w postaci:

$$P^T = [R_a, L_a, k_\Phi, J_r, b_1] \quad (1)$$

Pomiary zrealizowano w sali C3 w budynku A22b, wyposażonej w stanowisko laboratoryjne z układem silnika umożliwiającym wymuszenie zadanej prędkości obrotowej wału. Stanowisko pomiarowe obejmowało ponadto multimetry, laboratoryjny zasilacz z ograniczeniem prądu oraz oscyloskop. W trakcie ćwiczenia wykorzystano również środowisko symulacyjne **MATLAB** do analizy zarejestrowanych danych pomiarowych oraz sporządzenia odpowiednich charakterystyk i wykresów.

## 2 Rezystancja twornika $R_a$

### 2.1 Metodyka pomiarów

W celu wyznaczenia rezystancji uzwojenia twornika  $R_a$  zastosowano **metodę techniczną**, cechującą się mniejszą niepewnością pomiarową w porównaniu z pozostałymi metodami. W układzie pomiarowym wykorzystano laboratoryjny zasilacz MCP M10-TP-303E, umożliwiający zadawanie określonych wartości prądu zasilania. Wartości prądu odczytywano bezpośrednio z wyświetlacza zasilacza.

Ze względu na niepewność pomiarową związaną z odczytem napięcia z wyświetlacza zasilacza, pomiar napięcia realizowano za pomocą multimetru UNI-T UT58C.

Rezystancję przewodów pomiarowych pominięto, ponieważ zastosowano przewody wysokiej klasy, a ich długość była niewielka ze względu na bezpośrednie umiejscowienie aparatury pomiarowej w pobliżu badanego obwodu, co skutkowało znikomym wpływem na końcowy wynik pomiaru.

### 2.2 Pomiary i opracowanie wyników

Zebrano pomiary prądu uzwojenia twornika  $I_a$  oraz napięcia twornika  $U_a$ . W trakcie badań zmieniano wartość prądu zasilania w zakresie do 3 A. Na podstawie uzyskanych danych pomiarowych możliwe było wyznaczenie rezystancji uzwojenia twornika dwiema niezależnymi metodami.

Pierwsza metoda polegała na obliczeniu wartości rezystancji dla każdego punktu pomiarowego na podstawie prawa Ohma, zgodnie z zależnością:

$$R_a = \frac{U_a}{I_a} \quad (2)$$

gdzie:  $R_a$  to rezystancja twornika,  $U_a$  to napięcie na zaciskach twornika,  $I_a$  to prąd uzwojenia twornika.

Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 1.

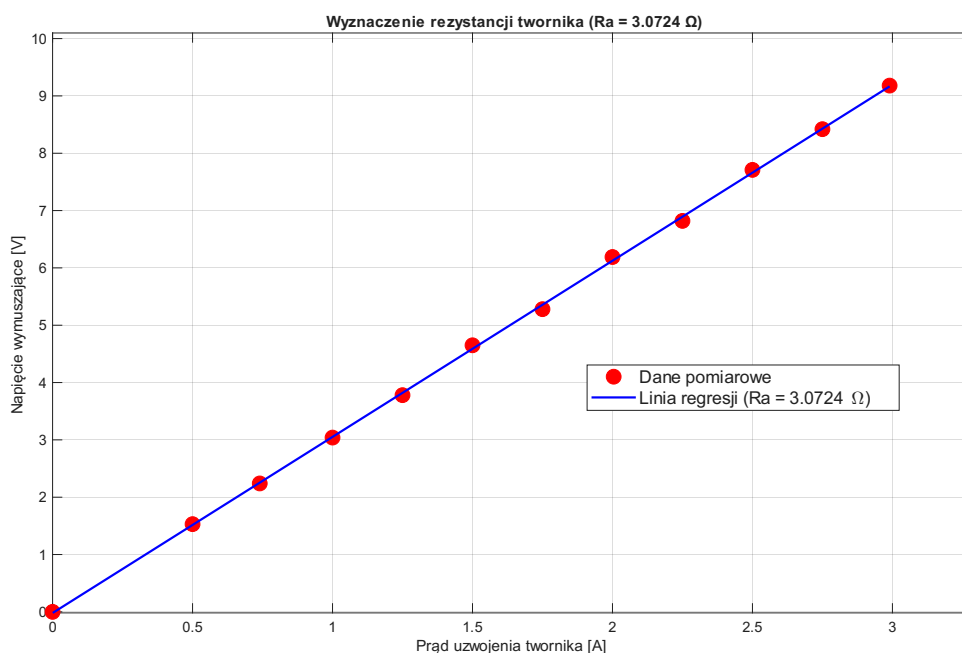
Tabela 1: Wyniki pomiarów i obliczona rezystancja

Prąd $I_a$ [A]	Napięcie $U_a$ [V]	Rezystancja $R_a$ [ $\Omega$ ]
0.00	0.00	0.00
0.50	1.53	3.06
0.74	2.24	3.03
1.00	3.04	3.04
1.25	3.78	3.02
1.50	4.65	3.10
1.75	5.28	3.02
2.00	6.19	3.10
2.25	6.82	3.03
2.50	7.71	3.08
2.75	8.42	3.06
2.99	9.18	3.07

Następnie wyznaczono wartość średnią arytmetyczną rezystancji na podstawie wszystkich przeprowadzonych pomiarów:

$$R_a \approx 3.0555 \, \Omega \quad (3)$$

co stanowiło pierwsze przybliżenie wartości parametru  $R_a$ .



Rysunek 1: Wyznaczenie rezystancji twornika metodą regresji liniowej

Drugą metodą wyznaczenia rezystancji uzwojenia twornika było zastosowanie regresji liniowej. Linię regresji wyznaczono z wykorzystaniem skryptu w środowisku MATLAB. Współczynnik kierunkowy dopasowanej charakterystyki stanowił poszukiwaną wartość rezystancji. Regresję przeprowadzono w postaci funkcji liniowej  $y = ax$ , bez uwzględnienia wyrazu wolnego, co pozwoliło ograniczyć wpływ niepożądanych zakłóceń i błędów offsetu pomiarowego. Charakterystyka została przedstawiona na rysunku 1

Wartość rezystancji twornika wyznaczona metodą regresji liniowej wyniosła:

$$R_a = 3.0724 \, \Omega \quad (4)$$

Uzyskane wartości rezystancji różnią się ze względu na odmienny charakter błędów pomiarowych występujących w obu metodach. Metoda regresji liniowej charakteryzuje się mniejszą wrażliwością na błędy losowe, ponieważ wykorzystuje globalną informację zawartą w całym zbiorze punktów pomiarowych. Analizowana charakterystyka opisuje wzajemnie powiązane punkty, których trend oceniany jest w całym zakresie pomiarowym, w przeciwieństwie do metody średniej arytmetycznej, w której każdy pomiar traktowany jest niezależnie.

W związku z powyższym, jako bardziej wiarygodną metodę wyznaczania rezystancji uzwojenia twornika przyjęto metodę regresji liniowej, która zapewnia mniejszą niepewność pomiarową oraz lepsze odwzorowanie rzeczywistej zależności pomiędzy mierzonymi wielkościami.

## 2.3 Porównanie otrzymanych wartości

Dla ilościowego porównania obu metod wyznaczono różnicę bezwzględną oraz względną pomiędzy uzyskanymi wartościami rezystancji uzwojenia twornika. Różnica bezwzględna wynosi

$$\Delta R_a = |R_{a \text{ reg}} - R_{a \text{ sr}}| = 0.0169 \, \Omega \quad (5)$$

Różnicę względną, odniesioną do wartości uzyskanej metodą regresji liniowej, wyznaczono ze wzoru

$$\delta R_a = \frac{\Delta R_a}{R_{a \text{ reg}}} \cdot 100\% \approx 0.55\% \quad (6)$$

Niewielka wartość różnicy względnej potwierdza spójność otrzymanych wyników oraz poprawność przeprowadzonych pomiarów. Jednocześnie metoda regresji liniowej zapewnia większą odporność na błędy losowe i lepsze wykorzystanie informacji zawartej w całym zbiorze danych pomiarowych, dlatego jej wynik został przyjęty do dalszych analiz.

# 3 Indukcyjność uzwojenia twornika $L_a$

## 3.1 Metodyka pomiarów

Pomiar indukcyjności uzwojenia twornika  $L_a$ , w przeciwieństwie do pomiaru rezystancji, możliwy jest wyłącznie w stanie dynamicznym. Efekt indukcyjności ujawnia się w odpowiedzi układu na wymuszenie nieustalone, w szczególności o charakterze skokowym. Ze względu na właściwości zastosowanego zasilacza laboratoryjnego uzyskanie idealnego wymuszenia skokowego było utrudnione, ponieważ obecność transformatora powodowała istotne zakłócenia w momentach przełączania przełączników.

Z tego względu do obserwacji wpływu indukcyjności uzwojenia twornika wykorzystano **zjawisko zaniku prądu w obwodzie**, występujące w procesie komutacji. Analiza przebiegu czasowego prądu w fazie jego wygaszania umożliwiła pośrednie wyznaczenie wartości indukcyjności  $L_a$ .

Proces zaniku prądu w obwodzie twornika ma charakter wykładniczy i zachodzi od wartości początkowej  $A$  do zera ze stałą czasową  $\tau_a$ . Przebieg ten można aproksymować przy pomocy równania:

$$I_a(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_a}} \quad (7)$$

Dla każdego układu typu  $RL$  stała czasowa  $\tau_a$  określona jest zależnością:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \quad (8)$$

Oznacza to, że wyznaczając chwilę czasu, w której wartość prądu osiąga poziom  $\frac{A}{e}$ , możliwe jest określenie stałej czasowej układu, gdyż zachodzi zależność:

$$I_a(t = \tau_a) = Ae^{-1} = \frac{A}{e} \quad (9)$$

Po wyznaczeniu wartości stałej czasowej  $\tau_a$  oraz znanej rezystancji uzwojenia twornika  $R_a$ , określonej w poprzednim punkcie, indukcyjność uzwojenia twornika jest możliwa do obliczenia z przekształconej zależności (8):

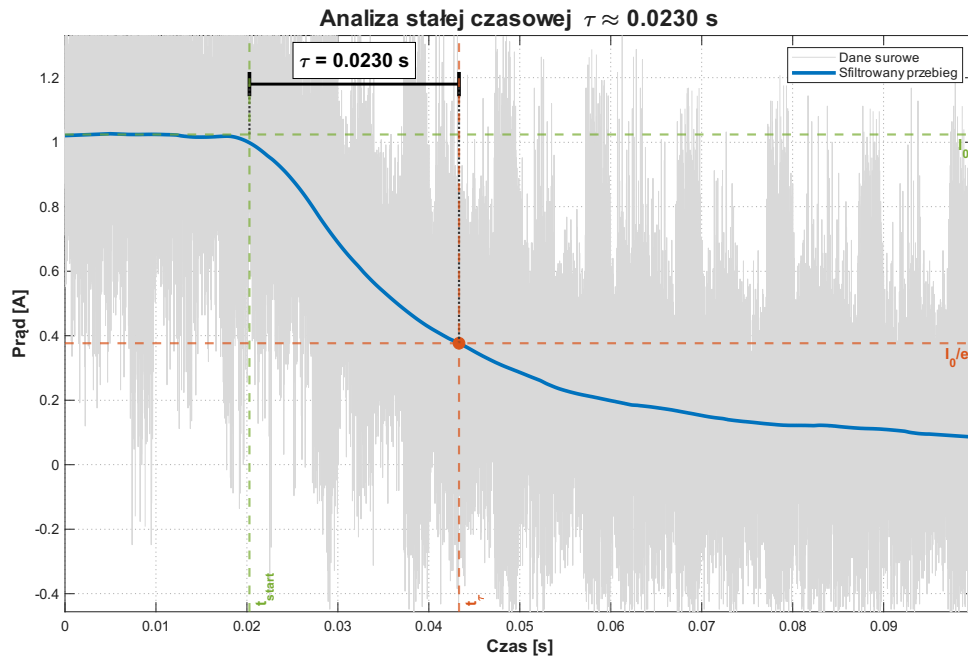
$$L_a = \tau_a R_a \quad (10)$$

### 3.2 Pomiary i opracowanie wyników

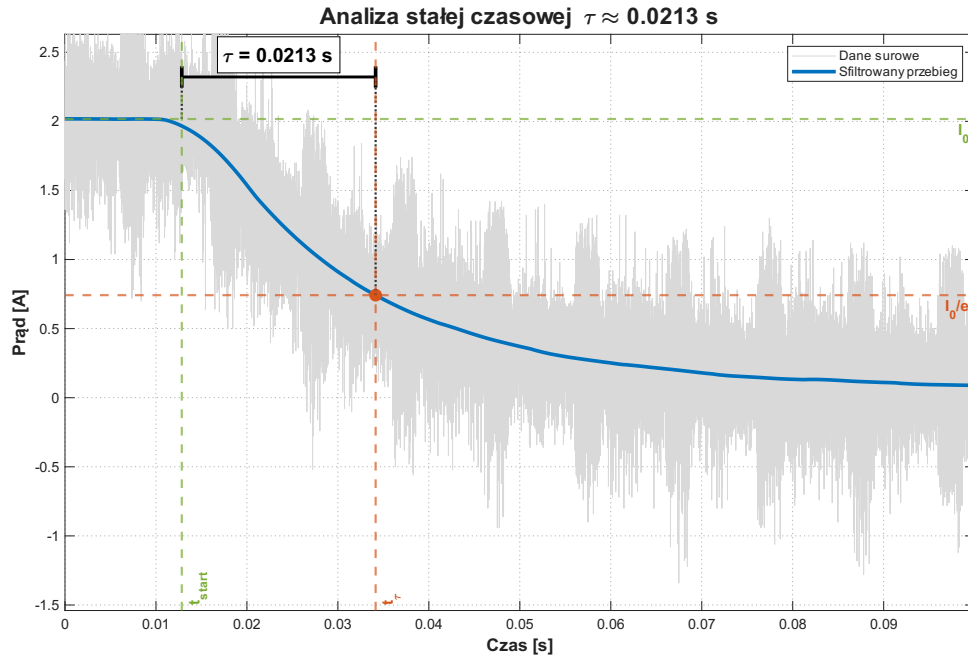
W celu wyznaczenia indukcyjności uzwojenia twornika  $L_a$  utworzono układ pomiarowy z wykorzystaniem wcześniej stosowanego zasilacza laboratoryjnego, umożliwiającego wymuszenie zadanej wartości prądu twornika. Układ pomiarowy składał się także z badanego obwodu typu  $RL$  oraz przełącznika sterującego.

Ponieważ celem pomiaru była obserwacja odpowiedzi dynamicznej układu, konieczne było wytworzenie wymuszenia skokowego. Zrealizowano je poprzez gwałtowne zwarcie obwodu za pomocą przełącznika, co powodowało zanik prądu w obwodzie pomiarowym. Przebieg wygaszania prądu stanowił podstawę do dalszej analizy indukcyjności uzwojenia twornika.

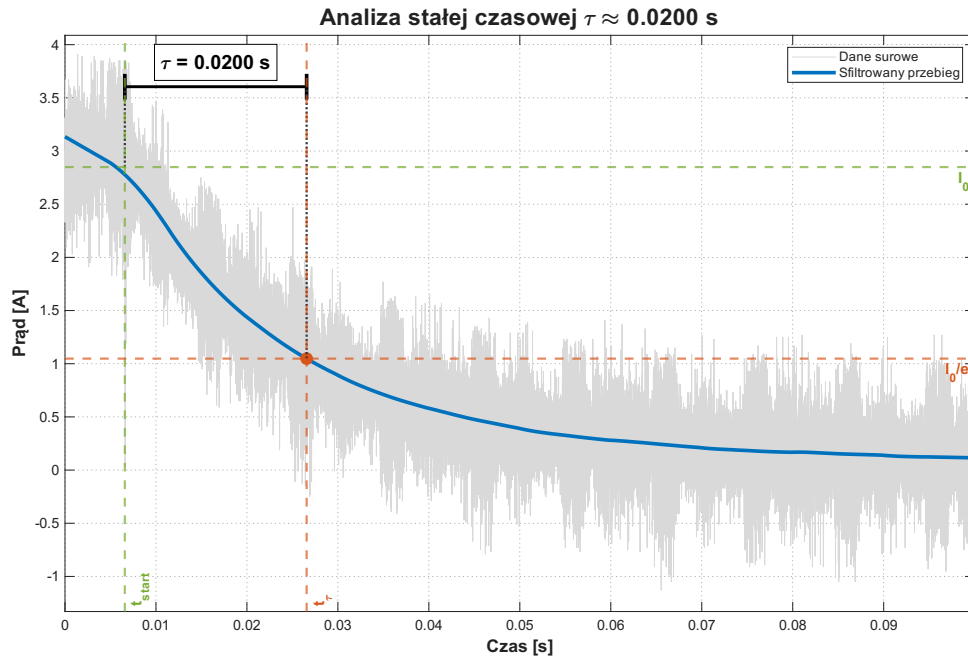
Pomiary przeprowadzono dla trzech nastaw wartości prądu początkowego:  $A = I_a = 1.01 \text{ A}$ ,  $2.02 \text{ A}$  oraz  $3.10 \text{ A}$ . Dane niezbędne do wyznaczenia indukcyjności uzwojenia twornika zarejestrowano za pomocą oscyloskopu w postaci plików `.csv`.



Rysunek 2: Przebieg zaniku prądu w obwodzie twornika,  $I_a = 1.01 \text{ A}$



Rysunek 3: Przebieg zaniku prądu w obwodzie twornika,  $I_a = 2.02$  A



Rysunek 4: Przebieg zaniku prądu w obwodzie twornika,  $I_a = 3.10$  A

Na podstawie zarejestrowanych przebiegów, z wykorzystaniem dedykowanego skryptu w środowisku MATLAB, opracowano charakterystyki czasowe prądu, przedstawione na rysunkach 2, 3, 4, na podstawie których wyznaczono wartości stałej czasowej układu:

$$\tau_a = \begin{bmatrix} 23.0 \\ 21.3 \\ 20.0 \end{bmatrix} \text{ ms} \quad (11)$$

Na ich podstawie, zgodnie z zależnością (10), obliczono wartości indukcyjności uzwojenia twornika:

$$L_a = \begin{bmatrix} 70.665 \\ 65.442 \\ 61.448 \end{bmatrix} \text{ mH} \quad (12)$$

Następnie wyznaczono średnią arytmetyczną otrzymanych wartości indukcyjności:

$$\bar{L}_a = 65.852 \text{ mH} \quad (13)$$

W celu oceny rozrzutu wyników obliczono odchylenie standardowe:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (L_{a\ i} - \bar{L}_a)^2} = 4.622 \text{ mH} \quad (14)$$

gdzie  $N = 3$  oznacza liczbę przeprowadzonych pomiarów.

Ostatecznie wartość **indukcyjności uzwojenia twornika** określono jako:

$$L_a = (65.852 \pm 4.622) \text{ mH} \quad (15)$$

## 4 Współczynnik $k_\Phi$

### 4.1 Metodyka pomiarów

Z poprzedniego ćwiczenia laboratoryjnego wiadomo, że współczynnik  $k_\Phi$  stanowi uproszczenie przyjęte w analizowanym modelu silnika. W ujęciu rzeczywistym rozróżnia się stałą napięciową  $k_v$  oraz stałą momentową  $k_m$ . W niniejszym ćwiczeniu nadal rozpatrywana jest uproszczona postać parametru, zakładająca równość obu stałych.

Przy takim założeniu współczynnik  $k_\Phi$  może zostać wyznaczony na podstawie dwóch zależności opisujących pracę silnika prądu stałego:

$$T_e = k_\Phi \cdot i_a \quad (16)$$

$$\varepsilon = k_\Phi \cdot \omega_r \quad (17)$$

gdzie  $T_e$  oznacza moment elektromagnetyczny,  $i_a$  to prąd twornika,  $\varepsilon$  to siła elektromotoryczna,  $\omega_r$  to prędkość kątową wirnika.

Wybór metody wyznaczenia współczynnika  $k_\Phi$  podyktowany był możliwościami oferowanymi przez stanowisko laboratoryjne. Bezpośredni pomiar momentu elektromagnetycznego jest procesem złożonym i obciążonym dużą niepewnością, natomiast pomiar siły elektromotorycznej oraz prędkości obrotowej jest znacznie prostszy do realizacji. Z tego względu do wyznaczenia współczynnika  $k_\Phi$  wykorzystano zależność (17), którą przekształcono do postaci:

$$k_\Phi = \frac{\varepsilon}{\omega_r} \quad (18)$$

Takie wyznaczenie współczynnika  $k_\Phi$  jest możliwe wyłącznie w przypadku, gdy napięcie na zaciskach twornika spełnia zależność:

$$U_a = \varepsilon \quad (19)$$

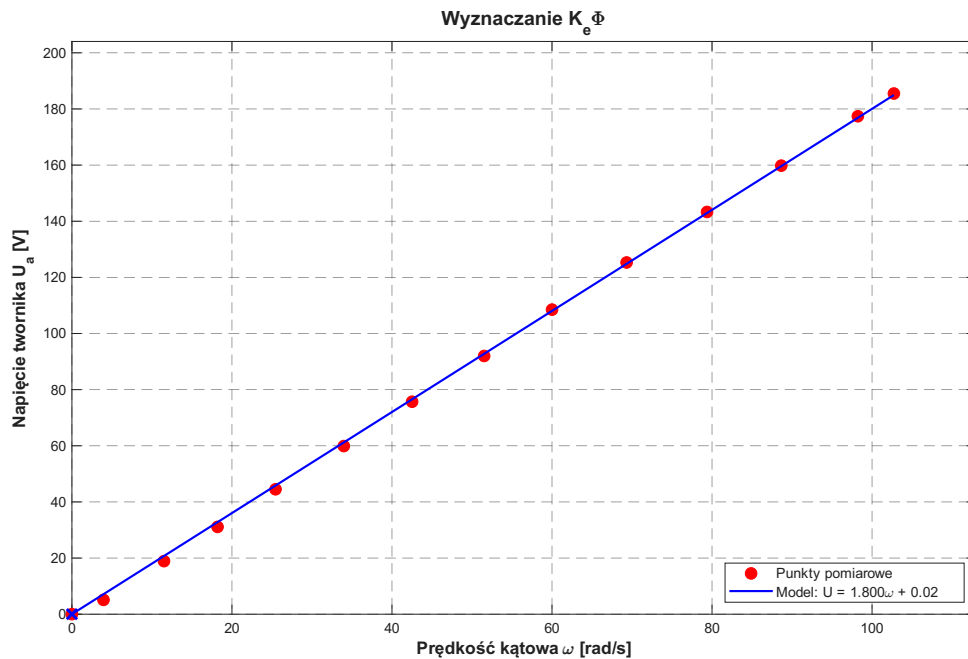
Warunek ten zachodzi jedynie przy rozwartym obwodzie twornika, gdy prąd twornika jest równy zero, a spadki napięcia na rezystancji i indukcyjności uzwojenia nie występują.

Ponieważ podczas pomiaru zaciski twornika muszą pozostać rozwarne, a jednocześnie konieczne jest zapewnienie niezerowej prędkości obrotowej wirnika, realizacja pomiarów wymagała zastosowania aktywnego wzbudzenia mechanicznego. W tym celu do napędu obcego wykorzystano urządzenie **Microverter AEG**, pracujące jako przekształtnik częstotliwości, umożliwiające sterowanie prędkością obrotową silnika napędzającego badany obiekt.

## 4.2 Pomiary i opracowanie wyników

W celu wyznaczenia stałej  $k_\Phi$  z zależności (18) przeprowadzono pomiary zależności siły elektromotorycznej  $\varepsilon$  od zadanej prędkości obrotowej  $\omega_r$ . Prędkość obrotowa była wymuszana za pomocą przekształtnika częstotliwości **Microverter AEG**, pracującego jako napęd obcy.

Ponieważ analizowana charakterystyka ma charakter liniowy, do wyznaczenia współczynnika  $k_\Phi$  zastosowano metodę regresji liniowej. W przeciwieństwie do wcześniejszych analiz, wykorzystano model regresji liniowej z wyrazem wolnym. Decyzję tę podjęto ze względu na występowanie stałego przesunięcia (offsetu) toru pomiarowego napięcia twornika, który w badanym układzie powodował pojawienie się napięcia rzędu 0.02 V przy zerowej prędkości obrotowej.



Rysunek 5: Wyznaczenie stałej  $k_\Phi$  metodą regresji liniowej

Uwzględniając wyraz wolny w modelu regresji liniowej, otrzymano równanie opisujące zależność siły elektromotorycznej od prędkości obrotowej:

$$\varepsilon = 1.800 \omega_r + 0.02 \text{ [V]} \quad (20)$$



Współczynnik kierunkowy otrzymanej charakterystyki odpowiada wartości współczynnika  $k_\Phi$ , który dla analizowanego silnika wynosi:

$$k_\Phi = 1.800 \quad (21)$$

## 5 Moment bezwładności wirnika $J_r$

## 6 Współczynnik $b_1$

## Literatura

- [1] Materiały do ćwiczenia laboratoryjnego dostępne na platformie eKursy, Politechnika Poznańska, <https://ekursy.put.poznan.pl/mod/folder/view.php?id=3022726>
- [2] K. Zawirski, J. Deskur, T. Kaczmarek, *Automatyka napędu elektrycznego*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012
- [3] J. Sidorowicz, *Napęd elektryczny i jego sterowanie*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1997