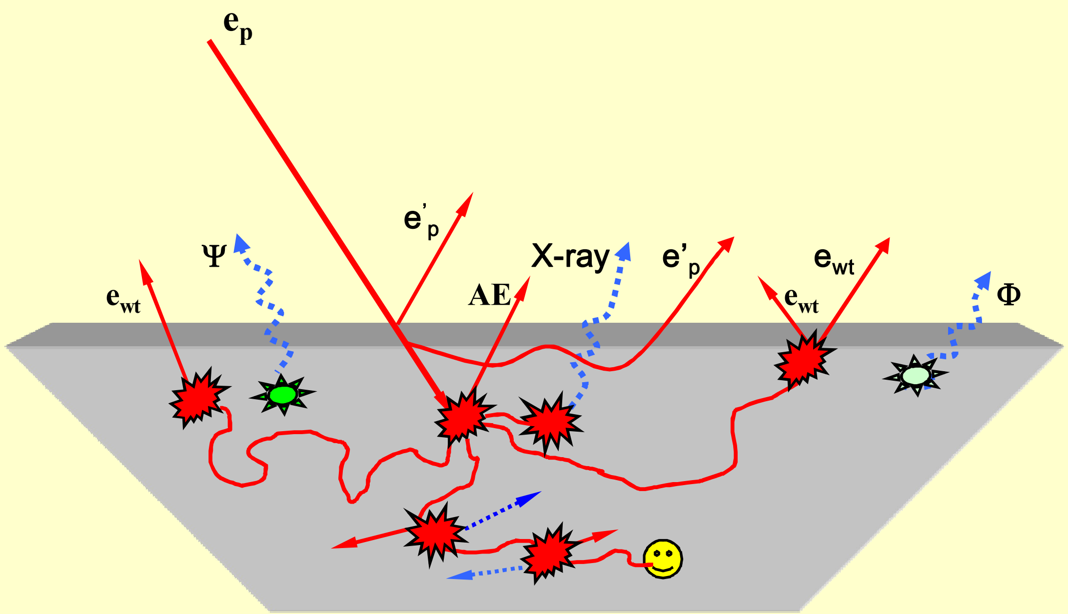
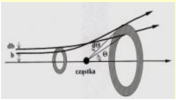
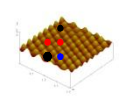
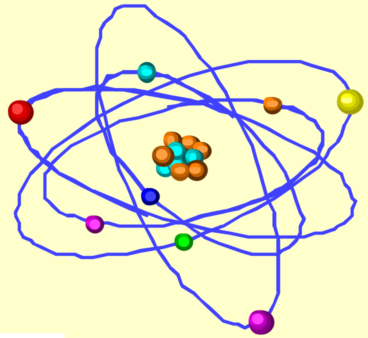
Oddziaływanie elektronu z materią



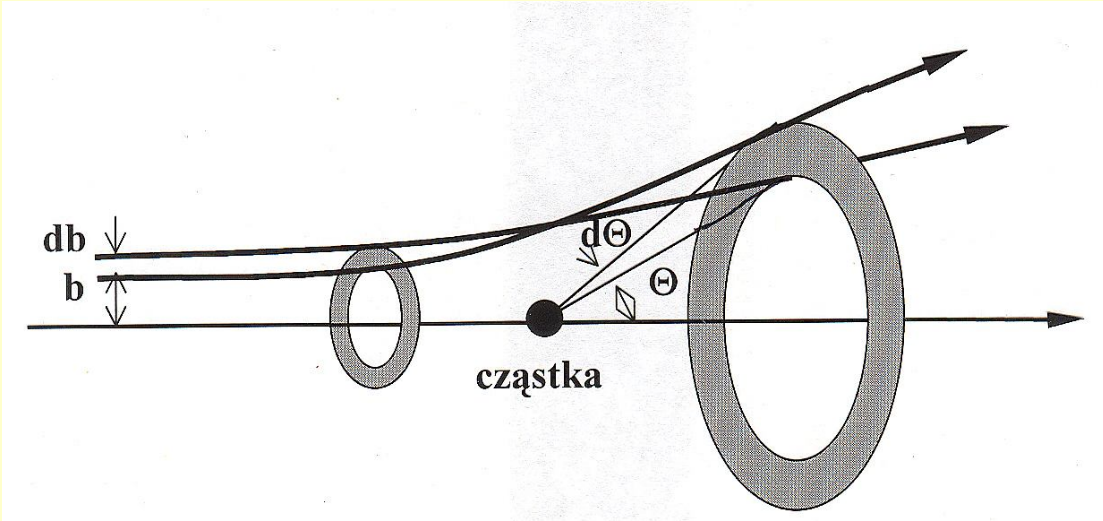
e$_p$- elektron pierwotny, 10-3000eV.
e$_{wt}$- elektron wtórny, 0-10 eV.
AE- elektron Auger'a, 10-1000eV.
X-ray- promieniowanie X, 1000-2000eV.
Ψ- plazmon, 10-80 eV.
Φ- fonon, 0,01-0,5eV.



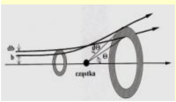
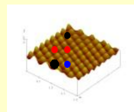




Zderzenie



Promieniowanie: 1. Energia: identyfikacja
2. Intensywność: analiza ilościowa

Oddziaływanie cząstek

b → **Współczynnik kolizji**

T → **Energia przekazywana w trakcie oddziaływania cząstek**

σ → **Przekrój czynny (prawdopodobieństwo kolizji)**

λ → **Średnia droga swobodna cząstki**

Coulomb
de Broglie
Bohr
Rutherford
Geiger
Marsden

$$\sigma = \frac{\text{liczba kolizji}}{\text{liczba cząstek}}$$

$$F = \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} k$$

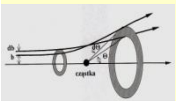
k=1/4πe   =1 w układzie CGS:
e^2 = 14,4 eVÅ

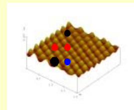
$$E_{kin} = \frac{-ze^2}{2r}$$

$$E_{kin} = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

$$1/\lambda = \sigma N'$$

Liczba centrów oddziaływań





Prawdopodobieństwo oddziaływania

$$P = \sigma = \frac{\text{liczba oddz.}}{\text{liczba cz. pad. (I)}}$$

Liczba oddziaływań = $I \times \sigma \times N \times d$

gdzie I -liczba cząstek padających, M_1.

N- gęstość atomowa materiału M_2.

$N = N_A \rho / A$

d - grubość warstwy materiału M_2.

Energia oddziaływania

Elektrony:

$E = mc^2 = 0{,}511$ MeV

$E = mV^2/2$

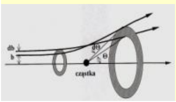
$V = p/m = h/m\lambda$, $\lambda = h/p$, czyli;

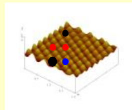
$E = h^2/2m\lambda^2$ (Dla λ=1Å, E=149eV)

Fotony:

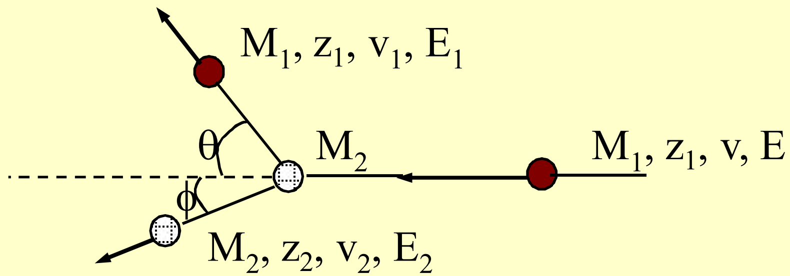
$E = h\nu = hc/\lambda = 12{,}4/\lambda$ [keV/Å]

1eV=$1{,}6 \times 10^{-19}$J





Oddziaływanie cząstka-cząstka (1)



θ- kąt odbicia
ϕ -kąt odrzutu

UKŁAD MUSI SPEŁNIAĆ ZASADY
ZACHOWANIA

1. ENERGII

$$\mathbf{M_1v^2 = M_1v_1^2 + M_2v_2^2}$$

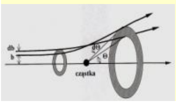
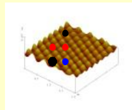
2. PĘDU

Składowe równoległe do toru:

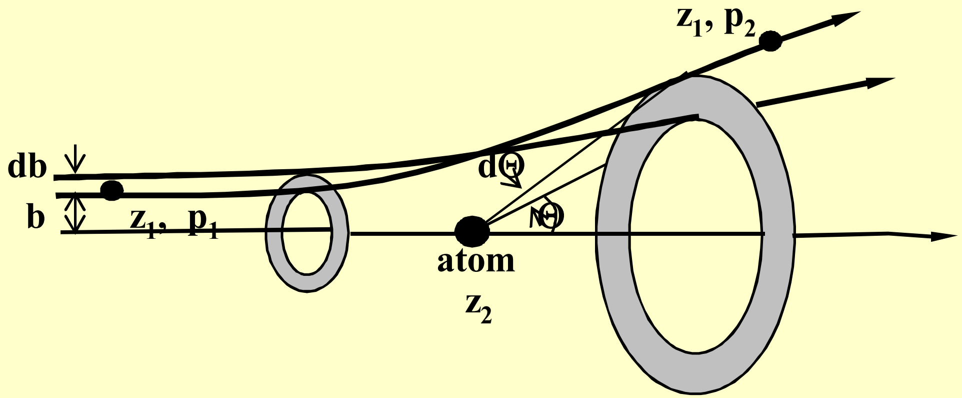
$$\mathbf{M_1v = M_1v_1\cos\theta + M_2v_2\cos\phi}$$

Składowe prostopadłe do toru:

$$\mathbf{0 = M_1v_1\sin\theta + M_2v_2\sin\phi}$$

Oddziaływanie cząstka-cząstka (2)

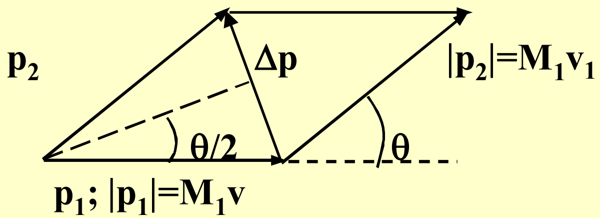


$$2\pi b \times db = -\sigma(\theta) \times 2\pi \sin\theta \times d\theta$$

(-) *oznacza, że ze wzrostem b siła oddziaływania i kąt θ będą malały*

$$F = \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2}$$ gdzie $r \cong b$

Założenie: z_1 jest w ruchu, z_2 pozostaje w spoczynku, oddziaływania elastyczne.



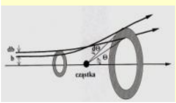
$$\frac{1}{2}\Delta p = M_1 v \times \sin(\theta/2)$$
$$\Delta p = 2M_1 v \times \sin(\theta/2)$$

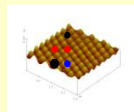
Siła oddziaływania wynosi $F = \frac{dp}{dt}$ *, czyli* $\Delta p = \int F dt$ *, (t – czas oddziaływania F- siła oddz. Prostopadła do toru cząstki)*

$$\Delta p = \frac{z_1 z_2 e^2}{bv} 2\cos\frac{\theta}{2}$$

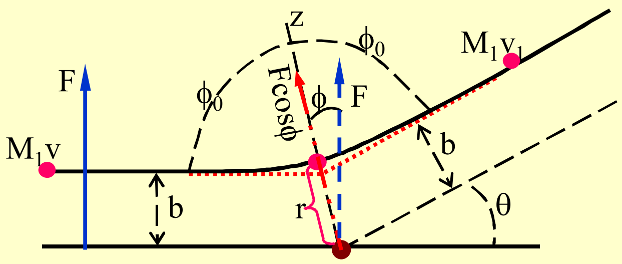
$b = ?$

gdzie **v** jest prędkością początkową jonu.





Oddziaływanie cząstka-cząstka (3)



F jest siłą skierowaną prostopadle do rzeczywistego toru cząstki

czyli r ≠ b !

$$F = \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \qquad [1]$$

$$\Delta p = \int (dp)_z$$

$$\Delta p = \int F dt = \int F_z \cos\phi\, \boxed{dt}$$

$$dt = \frac{dt}{d\phi} d\phi$$

$$[4] \quad \Delta p = \int F \cos\phi \boxed{\frac{dt}{d\phi}} d\phi$$

Moment kątowy początkowy wynosi $M_1 vb$

Moment kątowy końcowy $M1 r^2\, dt/d\phi$.

$$M_1 r^2 \frac{dt}{d\phi} = M_1 vb \qquad [5]$$

czyli

$$\frac{dt}{d\phi} = \boxed{\frac{r^2}{vb}}$$

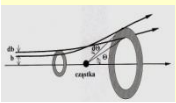
$$\Delta p = \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \int \cos\phi \frac{r^2}{vb} d\phi = \frac{z_1 z_2 e^2}{vb} \int \cos\phi\, d\phi \qquad [7]$$

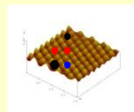
$$[8] \quad \Delta p = \frac{z_1 z_2 e^2}{vb} (\sin\phi_2 - \sin\phi_1)$$

Przyjmujemy że $\phi_1 = -\phi_0$, $\phi_2 = +\phi_0$, $2\phi_0 + \theta = 180^0$,
czyli $\sin\phi_2 - \sin\phi_1 = 2\sin(90^0 - 1/2\,\theta) = 2\cos\theta/2$

$$\boxed{\Delta p = \frac{z_1 z_2 e^2}{vb} 2\cos\theta/2} \qquad [9]$$

cnd.





Oddziaływanie cząstka-cząstka (4)

$$\mathbf{\Delta p = 2M_1 v \times \sin(\theta/2) = \frac{z_1 z_2 e^2}{bv} 2\cos\frac{\theta}{2}} \quad [9]$$

$$\mathbf{b} = \frac{z_1 z_2 e^2 \, 2\cos\frac{\theta}{2}}{2M_1 v^2 \sin\frac{\theta}{2}} \longrightarrow \mathrm{b} = \frac{z_1 z_2 e^2}{2E}\cot\frac{\theta}{2}$$

Teoria Rutherford,
Potw. teor. Geiger
i Marsden 1911-1913

$$\sigma(\theta) = ?$$

$$2\pi b \times db = -\sigma(\theta) \times 2\pi \sin\theta \times d\theta \longrightarrow \sigma(\theta) = \frac{-b}{\sin\theta} \times \frac{db}{d\theta}$$

$$\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$$

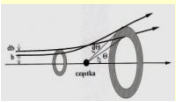
$$d\cot(\theta/2) = -\frac{1}{2}\frac{d\theta}{\sin^2(\theta/2)}$$

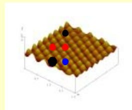
$$\sigma(\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1 z_2 e^2}{E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Najmniejsze zbliżenie culombowskie: $\mathrm{d} = \dfrac{z_1 z_2 e^2}{E}$

Np.: d = 6,8×10^{-4}Å dla jądra He o E=2MeV uderzającego w atom Ag

σ = [2,84 born = 2,89×10^{-24} cm^2]





Oddziaływanie cząstka - jądro

Energia przekazana w kolizji;

$$T_{\max} = \frac{4M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} E_{kin}$$

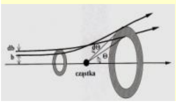
$$-\frac{dE_{kin}}{dx}\bigg|_n = \frac{4\pi . z_1^2 z_2^2 e^4 N}{M_2 v^2} \times \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

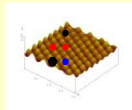
gdzie N jest gęstością atomową.

$$b_{\min} = \frac{2 z_1 z_2 e^2}{vp}$$

$$b_{\max} = \frac{4 z_1 z_2 e^2}{\sqrt{2mv^2 I}}$$

gdzie *I* jest energią przesunięcia jadra.





Oddziaływanie cząstka – elektron (1)

(Cząstka w ruchu)

Pęd przekazany w czasie kolizji;

$$\Delta p = \frac{2z_1e^2}{bV} \qquad [1]$$

Prędkość elektronu na orbicie $V_0 = \frac{2\pi.e^2}{h} = \frac{c}{137} \approx 2{,}2 \times 10^3 \frac{km}{s}$

Energia kinetyczna przekazana w czasie kolizji;

$$T = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{2z_1{}^2e^4}{b^2mV^2} \qquad [2]$$

$$M_{zr} = \frac{m_eM_j}{m_e + M_j} \approx m_e = m$$

$$d\sigma(T) = -2\pi b db \qquad [3]$$

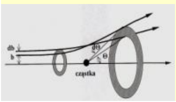
Strata energii na jednostkę drogi;

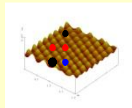
$$-\frac{dE_{kin}}{dx} = n \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} T d\sigma \qquad [4]$$

n – liczba elektronów w jednostce objętości

$$-\frac{dE_{kin}}{dx} = n \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 2T\pi b db \qquad [5]$$

(Zmiana granic całkowania w [5] w porównaniu z [4].)





Oddziaływanie cząstka – elektron (2)

Z równań 2, 3, i 5 otrzymamy;

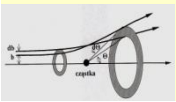
$$-\frac{dE_{kin}}{dx} = \frac{4\pi . z_1^{\,2} e^4}{m V^2} n \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{1}{b} db$$

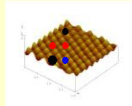
$$-\frac{\mathrm{dE_{kin}}}{\mathrm{dx}} = \frac{4\pi\, \mathrm{z_1^{\,2} e^4 n}}{\mathrm{mV^2}} \times \ln \frac{\mathrm{b_{max}}}{\mathrm{b_{min}}} \qquad [6]$$

n – gęstość elektronowa

$$b_{\min} = ?$$

$$b_{\max} = ?$$





Oddziaływanie cząstka – elektron (3)

$$T = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{2 z_1^2 e^4}{b^2 m V^2} \qquad [2]$$

Obserwacje doświadczalne: b_{min} wtedy gdy prędkość przekazana elektronowi wynosi 2V prędkości cząstki, a przekazana energia równa się

$$T_{\max} = \frac{1}{2} m (2V)^2 = 2mV^2 \qquad [7]$$

Z równań [2] i [7] wynika, że

$$b_{\min} = \frac{z_1 e^2}{m V^2} \qquad [8]$$

Obserwacje doświadczalne: Jeśli b dąży do maksimum to przekazana energia dąży do minimum czyli do energii wzbudzenia **I.**

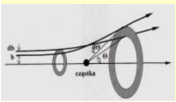
$$T_{min} = I \qquad [9]$$

Z równań [2] i [9] można wykazać, że

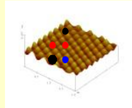
$$b_{\max} = \frac{2 z_1 e^2}{\sqrt{2 m V^2 I}} \qquad [10]$$

Czyli, na podstawie [6], [8] i [10 wynika, że

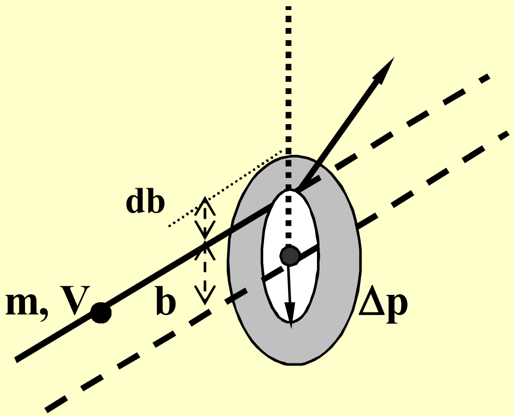
$$-\frac{dE_{kin}}{dx} = \frac{2\pi z_1^2 e^4 n}{mV^2} \times \ln \frac{2mV^2}{I} \qquad [11]$$



Dla przypomnienia: $E=M_1V^2/2$, a $n=Nz_2$.



Oddziaływanie elektron – elektron (1)



$z_1=z_2$ i $M_1=M_2=m$

$$E_{kin} = \frac{mV^2}{2} \qquad \Delta p = \frac{2e^2}{bV}$$

$$T = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{e^4}{E_{kin} b^2}$$

Przekrój czynny;

$$d\sigma(T) = -2\pi b db \qquad 2bdb = -\frac{e^4}{E_{kin} T^2} dT \qquad d\sigma(T) = \frac{\pi e^4}{E_{kin}} \frac{dT}{T^2}$$

Oddziaływanie elektron – elektron (2)

$$\sigma = \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} d\sigma(T)$$

σ [cm^2=10^{24} barn]

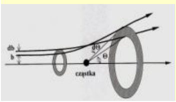
$$\sigma = \pi \frac{e^4}{E_{kin}} \left(\frac{1}{T_{\min}} - \frac{1}{T_{\max}} \right)$$

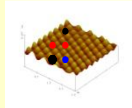
Jeśli $T_{max} >> T_{min}$ *to*

$$\sigma \cong \pi \frac{e^4}{E_{kin}} \times \frac{1}{T_{\min}} = \frac{6{,}5 \times 10^{-14}}{E_{kin} T_{\min}} \quad \text{[cm}^2\text{] [Energia w eV.]}$$

T_{min} = *energia wiązania elektronu*=E_B

$$\sigma = \frac{\pi e^4}{E_{kin} E_B}$$





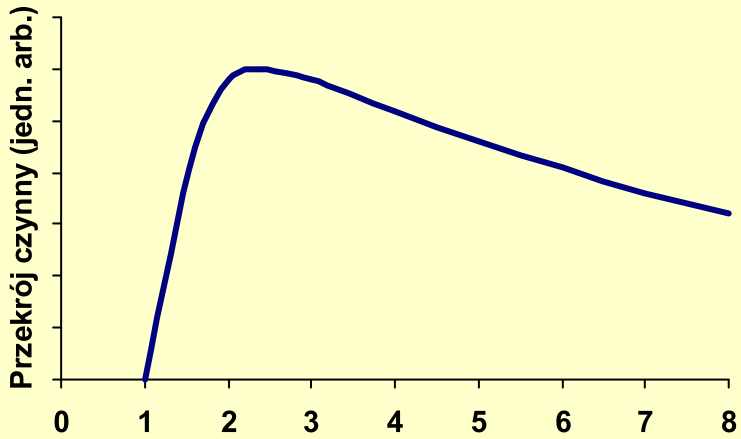
Oddziaływanie elektron – elektron (3)

Energia zredukowana

$$U = E_{kin}/E_B$$

to

$$\sigma = \frac{\pi e^4}{U E_B^{\;2}}$$



U < 1, czyli σ = 0

Średnia droga swobodna elektronu λ (1)

$$I = I_o / 2{,}718$$

$$-dI = \sigma I N' dx$$ gdzie N' jest gęstością centrów oddziaływań

$$I = I_o e^{-\sigma N' x}$$

z definicji $1/\lambda = \sigma N'$ czyli

$$I = I_o \exp\left[-x/\lambda\right]$$

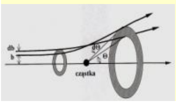
Zależność λ od energii kinetycznej elektronu

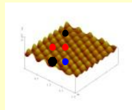
$$\lambda = f\left(\Delta E_{kin}, E_{wzb}\right)$$

$$1/\lambda = -\frac{1}{E_{wzb}} \times \frac{dE_{kin}}{dx}$$

Głównym powodem strat energii elektronów jest wzbudzenie plazmonów.

$E_{wzb} = \hbar\omega$ gdzie ω jest częstością drgań plazmonu





Średnia droga swobodna elektronu λ (2)

$$1/\lambda = -\frac{1}{\hbar\omega} \times \frac{dE_{kin}}{dx}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 n}{mV^2} \ln B$$

$$B = \frac{E_{kin}}{E_{wzb}} = \frac{2mV^2}{\hbar\omega} \qquad \omega = \left(\frac{4\pi e^2 n}{m}\right)^{1/2}$$

gdzie n jest numerem orbity Bohra.

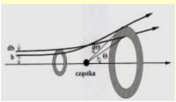
czyli

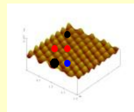
$$-\frac{dE}{dx} = \frac{\omega^2 e^2}{V^2} \ln \frac{2mV^2}{\hbar\omega}$$

więc

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\omega e^2}{\hbar V^2} \ln \frac{2mV^2}{\hbar\omega}$$

Na przykład, jeśli e^- / 350eV to λ = 9Å
(ħω≅15eV, V^2=2E/m)





Zależność średniej drogi swobodnej elektronu od jego energii

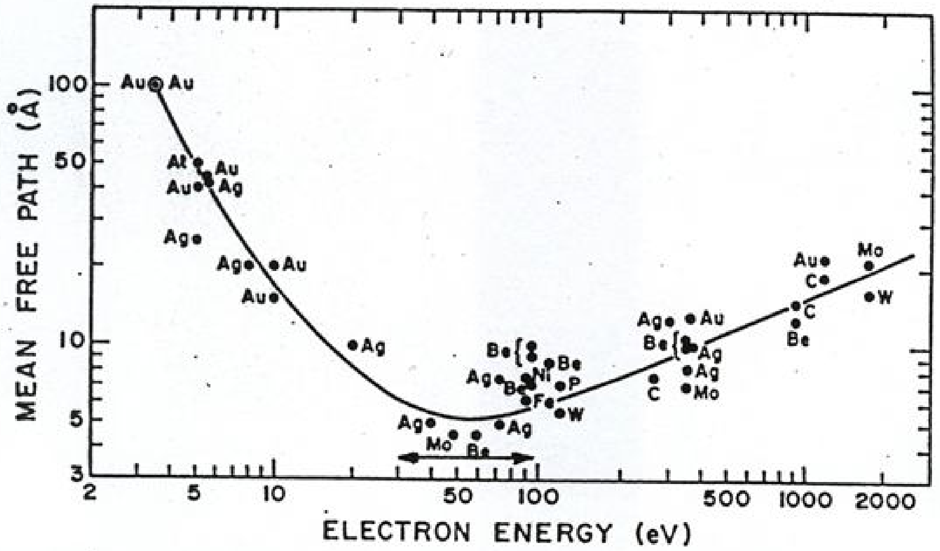


Figure 6.4 Universal curve for electron mean free path. [From G. Somerjai, *Chemistry in Two Dimensions: Surfaces* (Cornell University Press, Ithaca, N.Y., 1981), by permission.]

Seach & Dench (1990)

$$\lambda[nm] = \frac{538a}{{E_{kin}}^2} + 0{,}41a^{3/2}\left(E_{kin}\right)^{3/2}$$

gdzie a jest średnicą atomu

Zależność średniej drogi swobodnej cząstki od kąta padania.

$I = I_0 \exp(-d/\lambda)$

$I_\theta = I_0 \exp(-d/\lambda_{\cos\theta)}$