

Wydział: WFiIS	Imię i nazwisko: Axel Zuziak
MOFIT 2	Wpływ pola magnetycznego na stany Majorany w nanodrutach półprzewodnikowych.

1 Wstęp oraz cel ćwiczenia

Na cel ćwiczenia składały się dwie symulacje. W pierwszej części przeprowadzono symulację nanodrutu Kitaev'a w celu obserwacji stanów Majorany. Następnie badano obecność stanów Majorany w bardziej skomplikowanym modelu nanodrutu półprzewodnikowego w zależności od zewnętrznego pola magnetycznego. Symulacje zostały zrealizowane w języku Python przy pomocy biblioteki *Kwant*.

2 Model Kitaev'a

2.1 Założenia

Model nanodrutu Kitaev'a opisany jest Hamiltonianem

$$H = -\mu \sum_{n=1}^N c_n^\dagger c_n - t \sum_{n=1}^N (c_{n+1}^\dagger c_n + h.c.) + \Delta \sum_{n=1}^N (c_n c_{n+1} + h.c.) \quad (1)$$

gdzie $h.c$ oznacza sprzężenie hermitowskie, μ potencjał chemiczny, t jest energią pomiędzy węzłami, oraz Δ to superconducting pairing?.

Powyższy Hamiltonian można zapisać w formalizmie Bogoliubov-de Gennes'a

$$H = \frac{1}{2} C^\dagger H_{BdG} C \quad (2)$$

gdzie $C = (c_1, \dots, c_n, c_1^\dagger, \dots, c_n^\dagger)^T$. Macierz H_{BdG} to Hamiltonian Bogoliubov-de Gennes

$$H_{BdG} = \begin{pmatrix} H & \Delta \\ -\Delta^* & -H^* \end{pmatrix}. \quad (3)$$

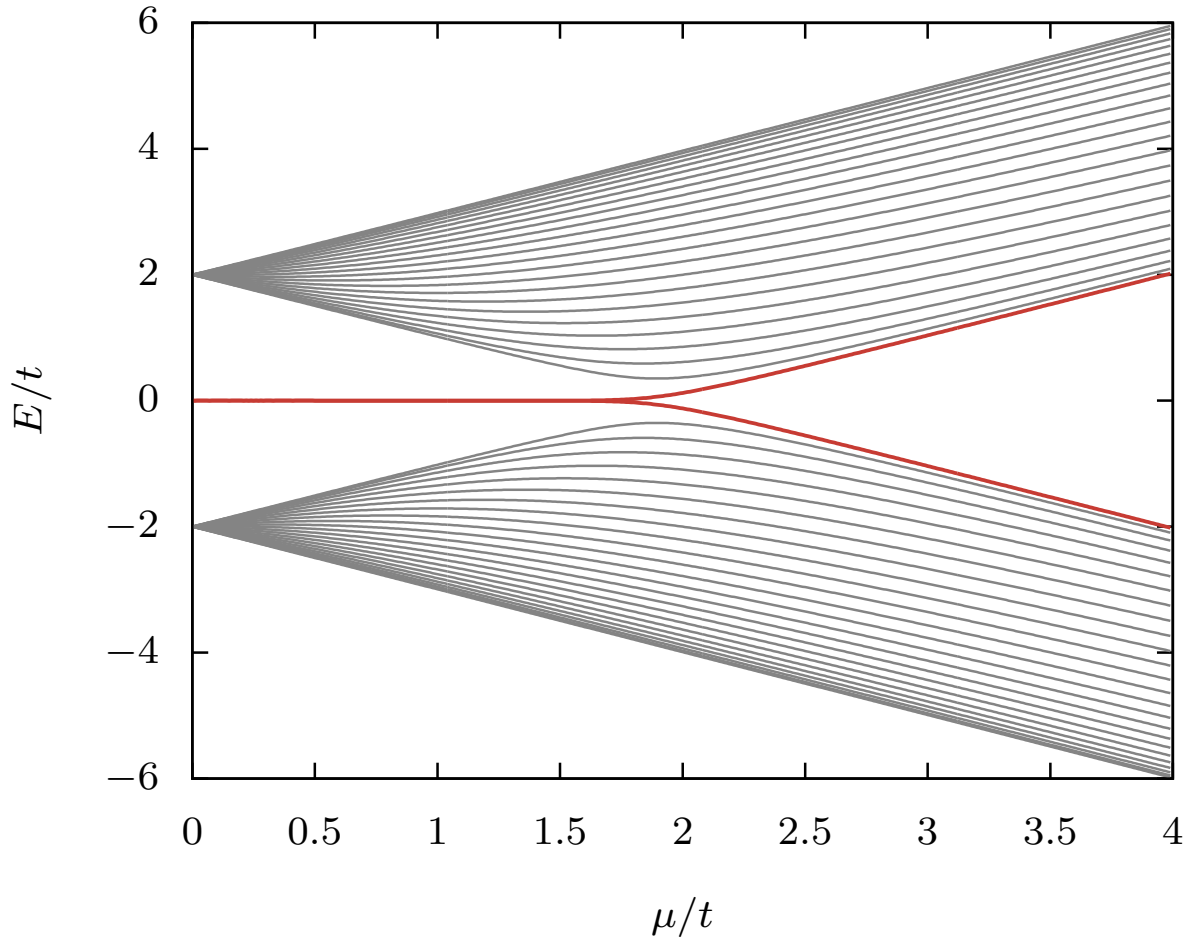
Aby sformułować Hamiltonian (1) w formalizmie Bogoliubov-de Gennes wygodnie jest zapisać macierz $2N \times 2N$ H_{BdG} używając macierzy Pauliego τ w przestrzeni cząstka-dziura i oznaczając $|n\rangle$ jako wektor $(0, \dots, 1, 0, \dots)^T$. Wtedy:

$$H_{BdG} = - \sum_n \mu \tau_z |n\rangle \langle n| - \sum_n [(t\tau_z + i\Delta\tau_y) |n\rangle \langle n+1| + h.c.] \quad (4)$$

2.2 Wyniki symulacji

Na wykresie 1. przedstawiono widmo energii w zależności od potencjału chemicznego. Widmo to pokazuje stany energetyczne odpowiadające danym parametrom. Wyniki te otrzymano tworząc model opisany powyższymi zależnościami o $N = 25$ węzłach, oraz $\Delta = t$.

Obserwujemy dwa stany o zerowej energii, które po przekroczeniu wartości w przybliżeniu $\mu/t = 2$ się rozdzielają. Są to wartości własne energii odpowiadające dwóm niesparowanym

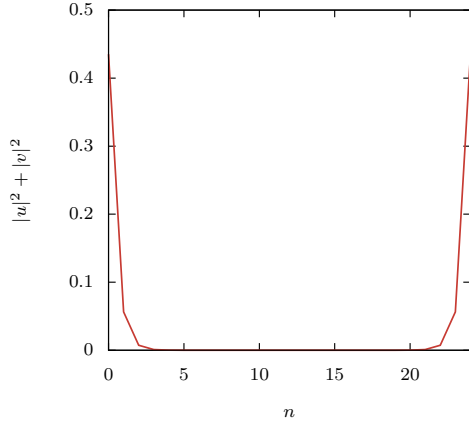


Rysunek 1: Widmo energii w zależności od potencjału chemicznego dla modelu Kitaev'a. Czerwone linie oznaczają stany odpowiadające fermionom Majorany

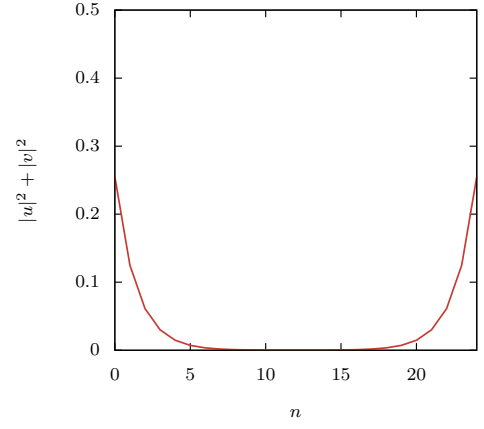
stanom Majorany. Jeżeli $\mu/t = 0$ obserwujemy dwa stany Majorany oddzielone od pozostałych stanów przerwą o wartości $2t$. Dodatkowo stany Majorany są odseparowane przestrzennie od siebie. Ze względu na symetrię cząstka-dziura, energia tych dwóch stanów nie może się zmienić dowolnie, podobnie jak ze względu na separację przestrzenną (oba stany znajdują się na dwóch końcach łańcucha) ich połączenie nie jest możliwe. Jedynym sposobem na zmianę energii tych dwóch stanów jest zamknięcie "bulk energy gap"?, co można zaobserwować w miarę wzrostu wartości μ/t .

Model Kitaev'a posiada dwa stany topologiczne. Stan trywialny obserwujemy dla $t = \Delta = 0$, $\mu < 0$, w którym fermiony Majorany są sparowane wewnątrz tych samych węzłów. Nietrywialny stan obserwujemy dla $\mu = 0$, $t = \Delta > 0$, gdzie fermiony Majorany są sparowane pomiędzy sąsiednimi węzłami.

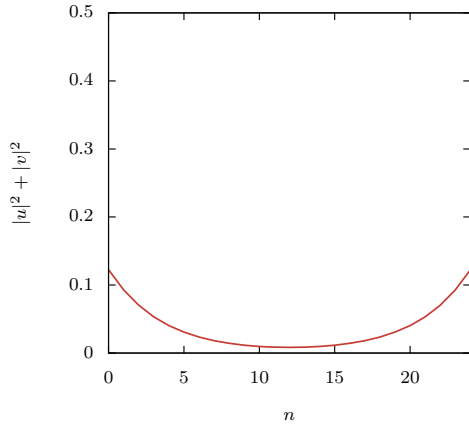
Na wykresach (2a - 2f) przedstawiono funkcję falową dwóch niesparowanych stanów Majorany, dla różnych wartości potencjału chemicznego. Dla wartości $\mu < 2$ stany zlokalizowane są na końcach drutu, a wartości funkcji na środku drutu wynosi 0. Stopniowo, ze wzrostem wartości potencjału chemicznego, stany te przestają być zlokalizowane na końcach drutu.



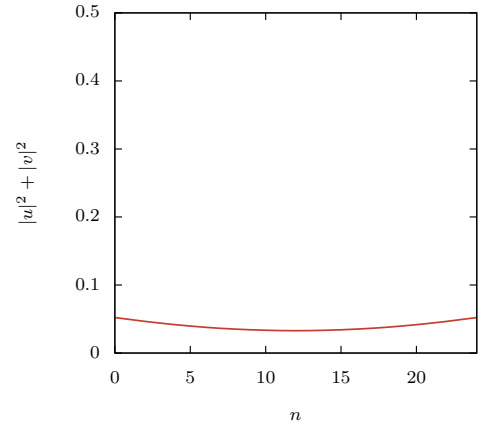
(a) $\mu/t = 0$



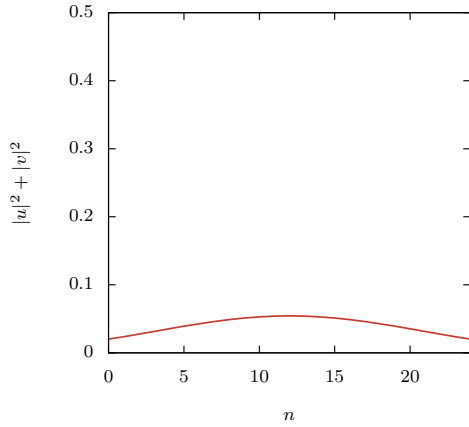
(b) $\mu/t = 1, 4$



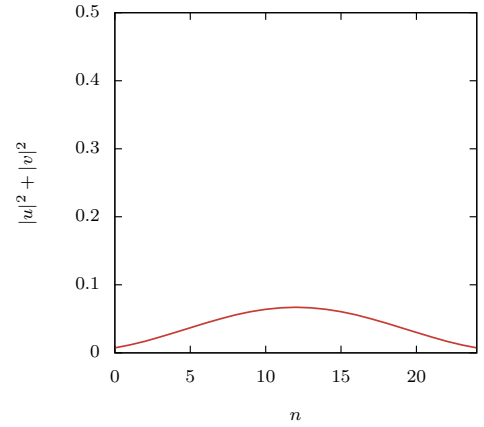
(c) $\mu/t = 1, 75$



(d) $\mu/t = 1, 95$



(e) $\mu/t = 2, 20$



(f) $\mu/t = 2, 50$

Rysunek 2: Funkcja falowa stanu Majorany w zależności od potencjału chemicznego μ

3 Nanodrut półprzewodnikowy

3.1 Założenia

Model nanodrutu opisany jest Hamiltonianem

$$H_{\text{wire}} = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \alpha \sigma_y k - \mu \right) \mathbb{1} \otimes \tau_z + B \sigma_z + \Delta \tau_x. \quad (5)$$

gdzie:

m jest efektywną masą elektronu,

B - natężeniem polem magnetycznego,

α parametrem opisującym efekt Rashb'y

σ - odpowiednią macierzą Pauliego

3.2 Wyniki pomiarów