

Metody Numeryczne – Zad3

Zuzanna Nowak

27 maja 2024

1 Wstęp

Trzeci projekt z zajęć *Metody Numeryczne* polegał na zastosowaniu dwóch metod interpolacji dla wyznaczenia profilu wysokościowego trasy. W projekcie tym, korzystając z danych dotyczących wysokości wybranej trasy, zastosowano:

- Metodę interpolacji wielomianowej Lagrange’a - polega ona na konstruowaniu jednego wielomianu przechodzącego przez wszystkie zadane punkty.
- Metodę funkcji sklejanych trzeciego stopnia - dzieli ona dane na segmenty i dopasowuje do każdego segmentu osobny wielomian trzeciego stopnia, zapewniając ciągłość oraz gładkość pochodnych na granicach segmentów.

Dane

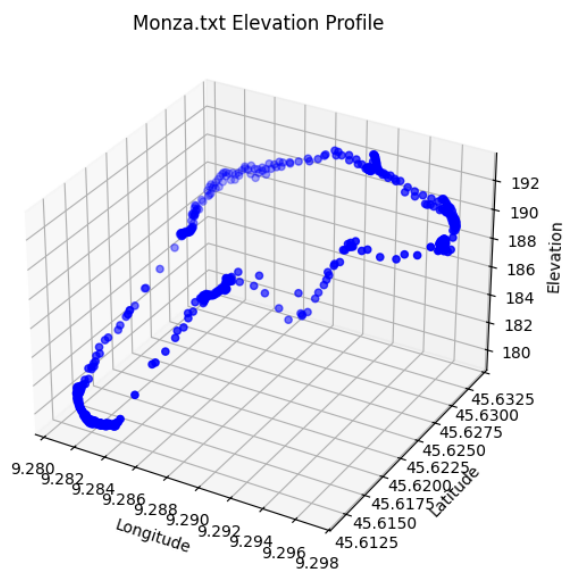
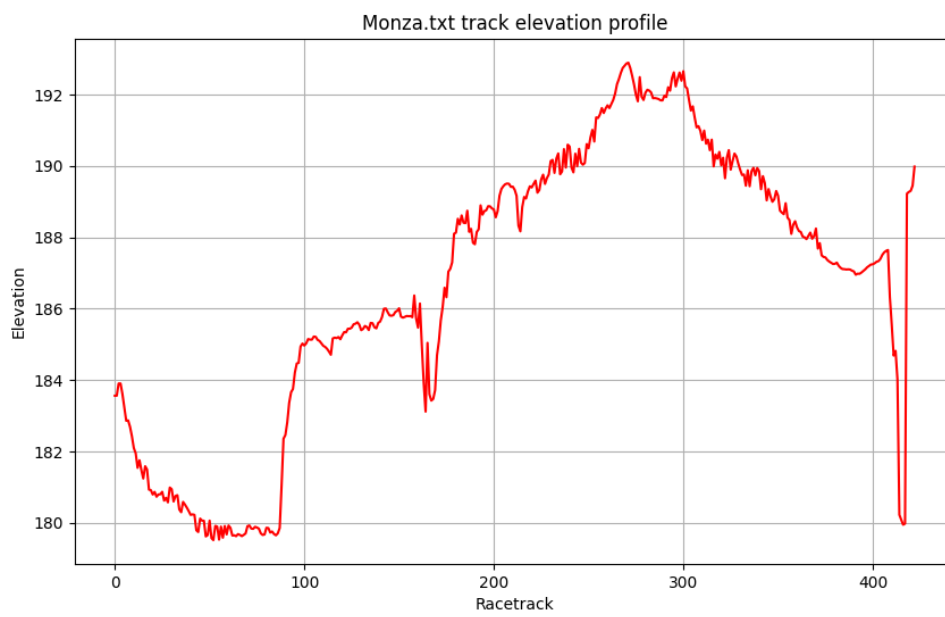
Do realizacji projektu wykorzystano dane wysokościowe dla kilku torów wyścigowych. Dane te zostały pobrane za pomocą Google Maps Elevation API, co pozwoliło uzyskać precyzyjne wartości wysokości dla określonych punktów geograficznych. Pliki wejściowe zawierały współrzędne geograficzne (szerokość i długość geograficzną) w minutach dla punktów trasy, które zostały pobrane z aplikacji **Circuit Tools**.

Przykładowe pliki danych obejmowały trasy takie jak:

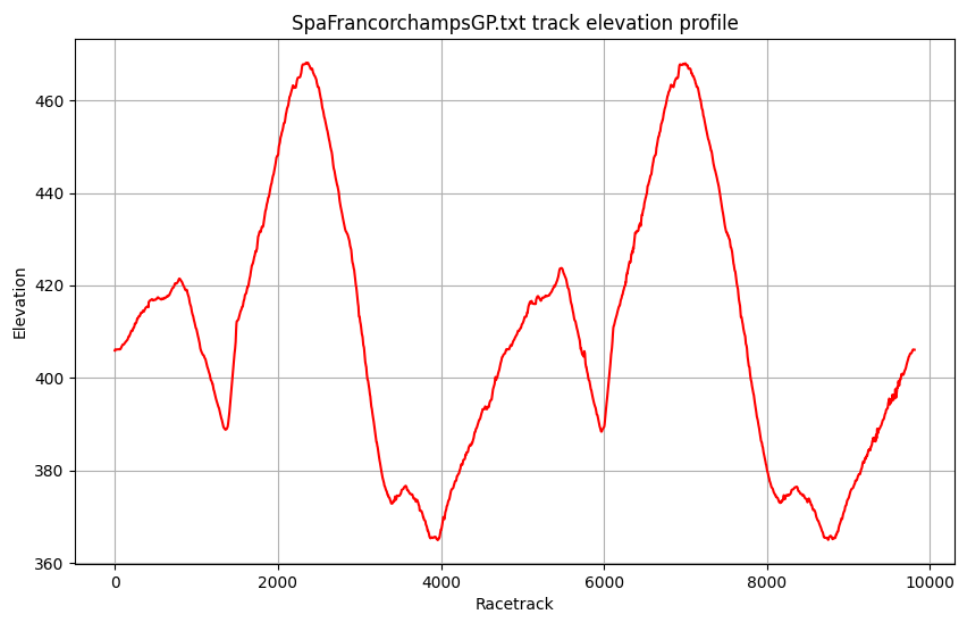
- Autodromo Nazionale di Monza
- Circuit de Spa-Francorchamps
- Marina Bay Street Circuit
- Silverstone Circuit
- Autodromo Internazionale di Mugello

Dla każdej trasy wyrysowano wykresy wysokościowe, które przedstawiają profil topograficzny trasy. Oprócz tego, wygenerowano trójwymiarowe wykresy (wykresy 3D) przedstawiające przebieg trasy z uwzględnieniem wysokości, co pozwala na lepsze zobrazowanie zmian wysokości w kontekście geograficznym.

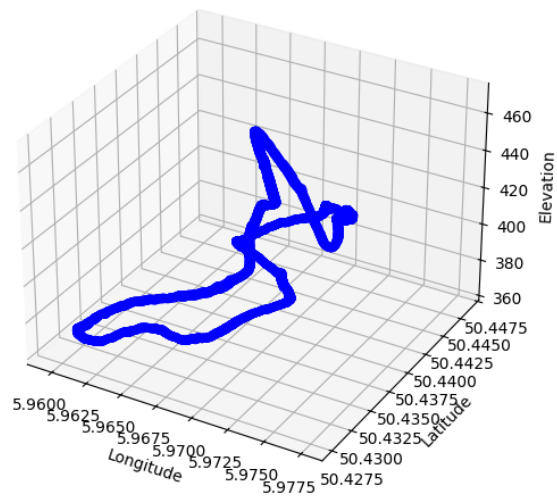
Autodromo Nazionale di Monza



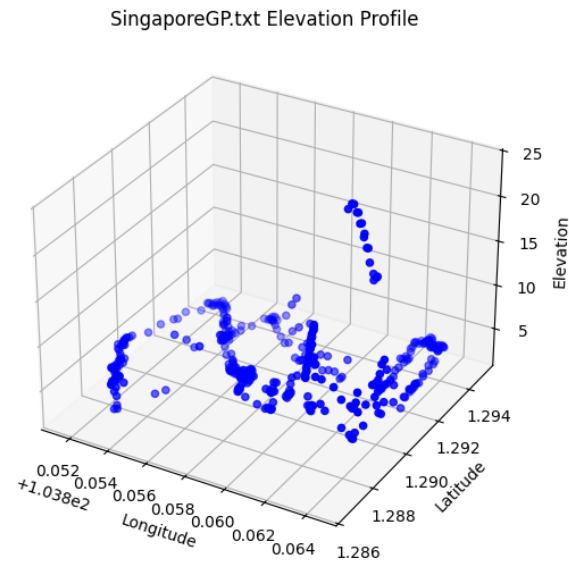
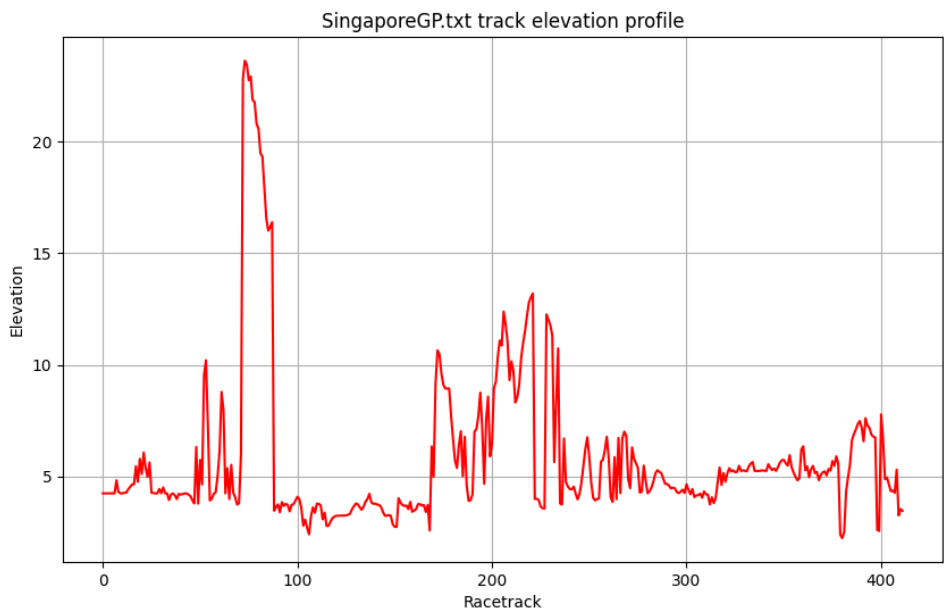
Circuit de Spa-Francorchamps



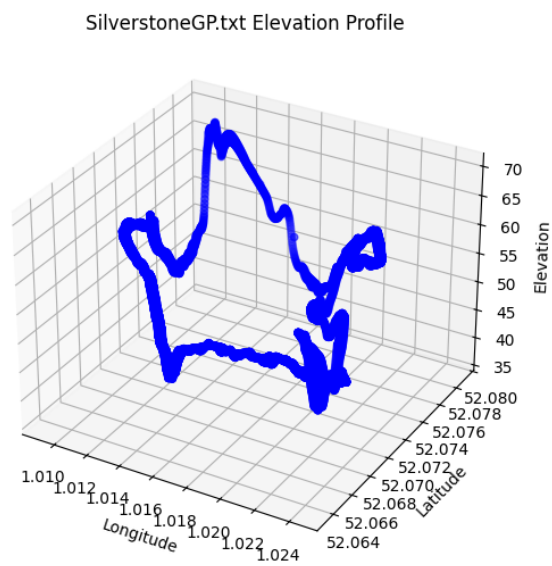
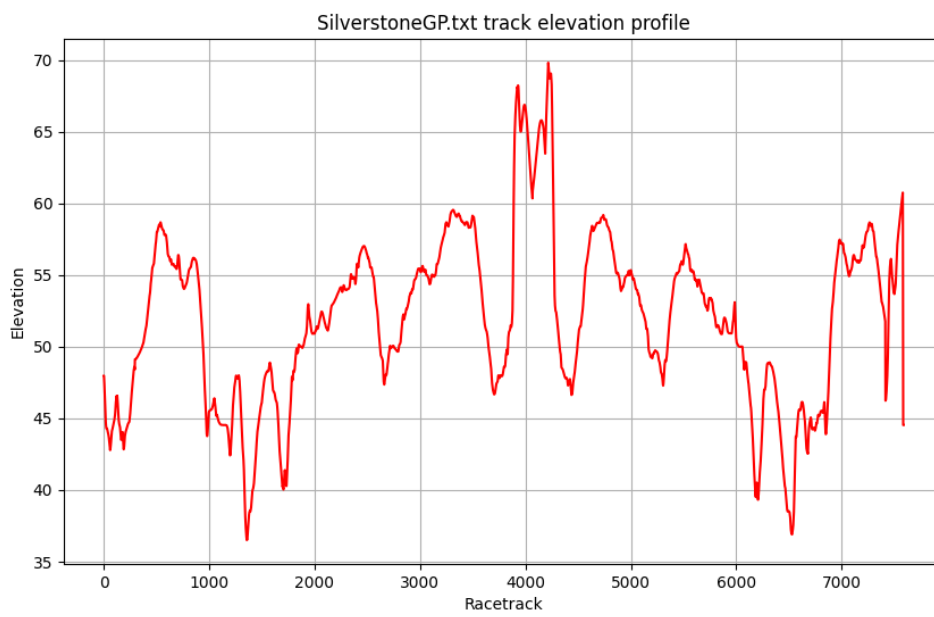
SpaFrancorchampsGP.txt Elevation Profile



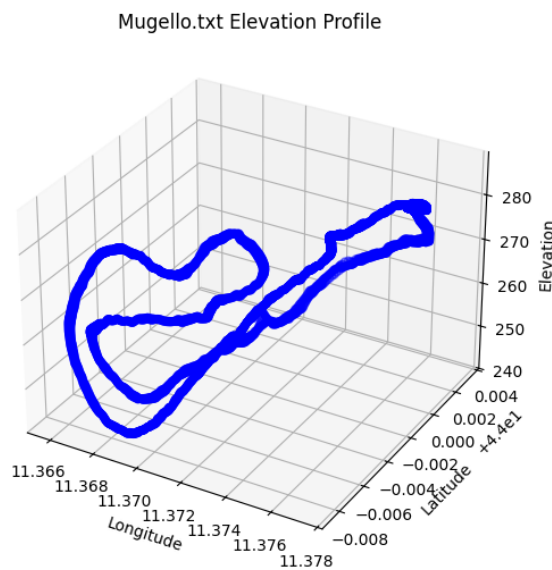
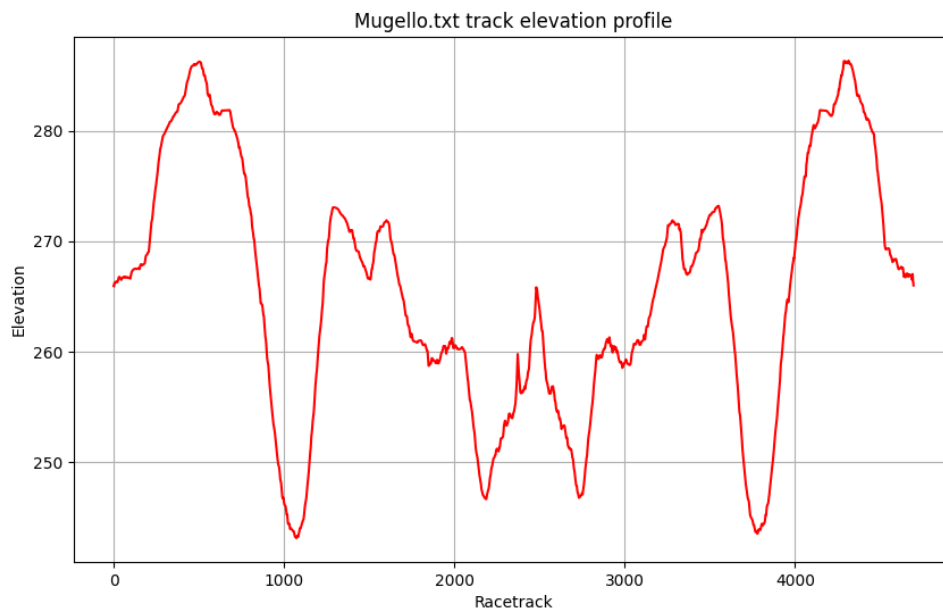
Marina Bay Street Circuit



Silverstone Circuit



Autodromo Internazionale di Mugello



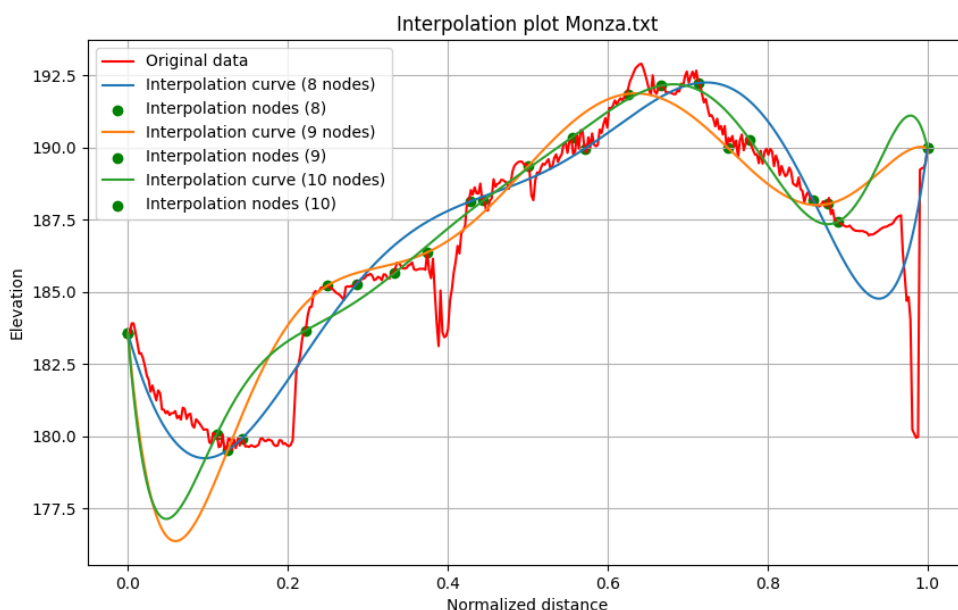
2 Przebieg projektu

Należy zauważyć, że dane nie są idealne – różne torzyścigowe mają różną liczbę punktów pomiarowych. Niektóre trasy zawierają więcej punktów, a inne mniej. Pomimo tej nierównomierności, analiza interpolacji była możliwa i wiarygodna, ponieważ metody interpolacyjne są w stanie efektywnie aproksymować wysokości punktów pośrednich niezależnie od liczby punktów danych.

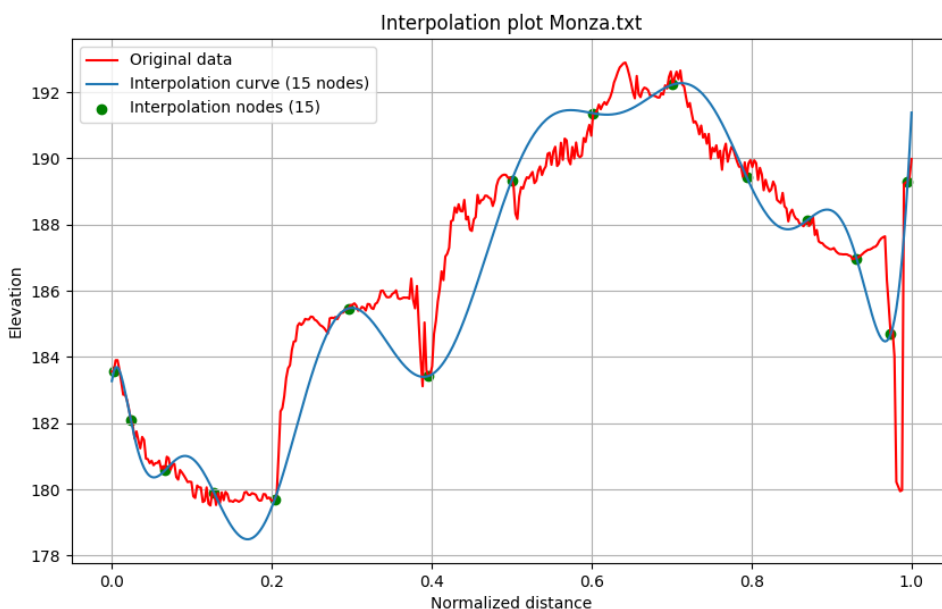
Wybrałam torzyścigowe jako temat projektu, ponieważ stanowiły one ciekawe urozmaicenie i pozwoliły mi pogłębić wiedzę na ich temat. Analiza wysokościowa torów wyścigowych jest nie tylko fascynująca, ale także praktyczna, ponieważ różnice w wysokościach mogą znacząco wpływać na dynamikę wyścigów, zachowanie samochodów i ich osiągi. Zmiany w nachyleniu trasy mogą wpływać na prędkość, przyczepność i zużycie paliwa, co czyni takie analizy szczególnie użytecznymi dla zespołów wyścigowych i kierowców.

W przypadku analizy torów wyścigowych, interpolacja może być wykorzystana do przybliżenia wysokości w punktach między danymi punktami pomiarowymi.

Autodromo Nazionale di Monza

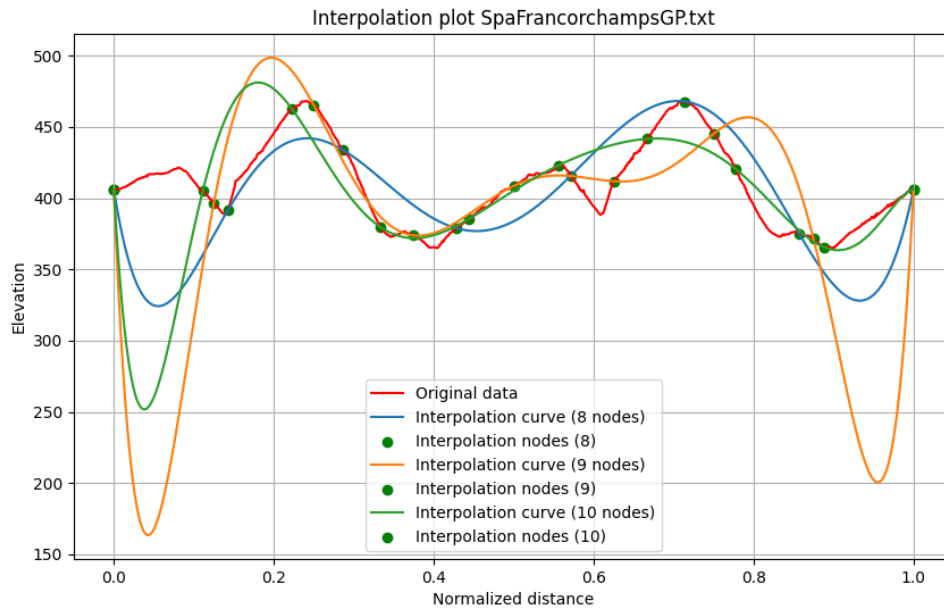


Interpolacja Lagrange'a dla toru Monza została przeprowadzona dla różnych liczby węzłów interpolacji: 8, 9 i 10. Przy mniejszej liczbie węzłów interpolacji, wielomian aproksymacyjny był gładki i dobrze odwzorowywał profil wysokościowy trasy. Jednakże, zwiększając liczbę węzłów interpolacji do 10, zaczęły się pojawiać efekty Rungego, co prowadziło do pogorszenia jakości aproksymacji.

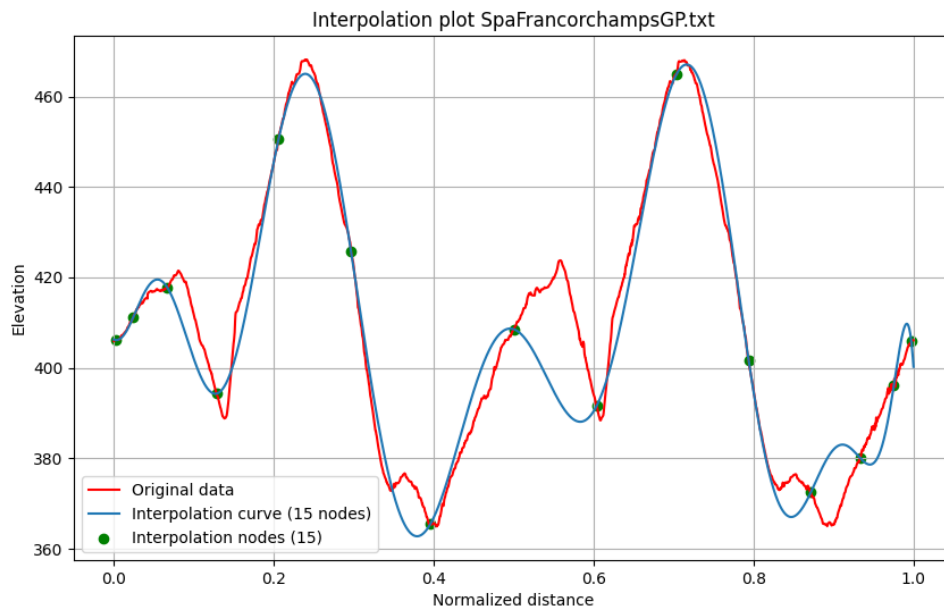


Następnie wykorzystałam węzły Czebyszewa, co pozwoliło zniwelować efekt Rungego i poprawić jakość aproksymacji. Węzły Czebyszewa są rozmieszczone równomiernie na przedziale interpolacji i pozwalają uniknąć nadmiernego oscylowania wielomianu interpolacyjnego na krańcach przedziału, co skutecznie redukuje zjawisko efektu Rungego. Dzięki temu uzyskano bardziej stabilne i dokładne przybliżenie profilu wysokościowego trasy Monza.

Circuit de Spa-Francorchamps

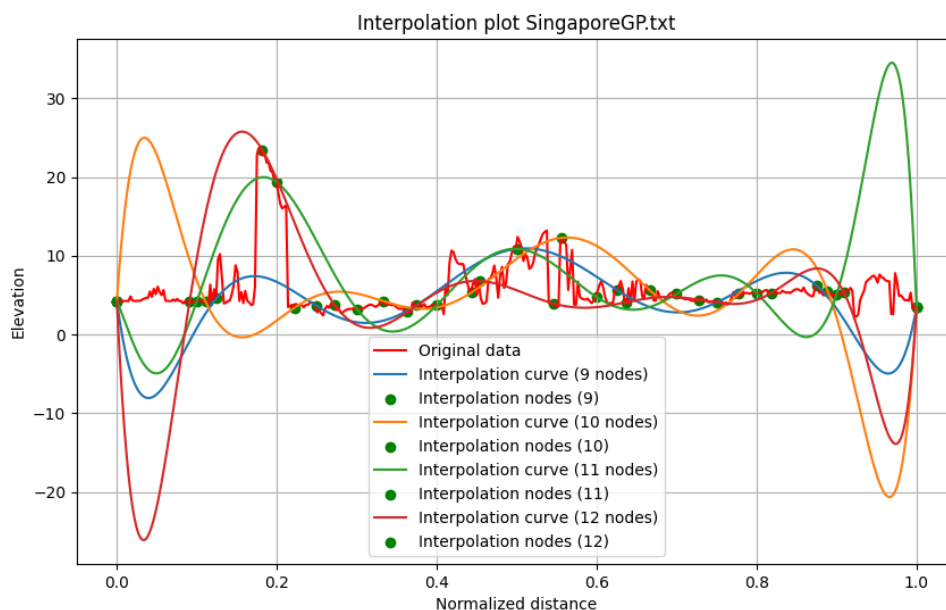


Interpolacja Lagrange'a dla toru Spa stanowiła większe wyzwanie ze względu na większą zmienność wysokości w porównaniu do toru Monza. Efekt Rungego był bardziej widoczny przy zwiększaniu liczby węzłów interpolacji.

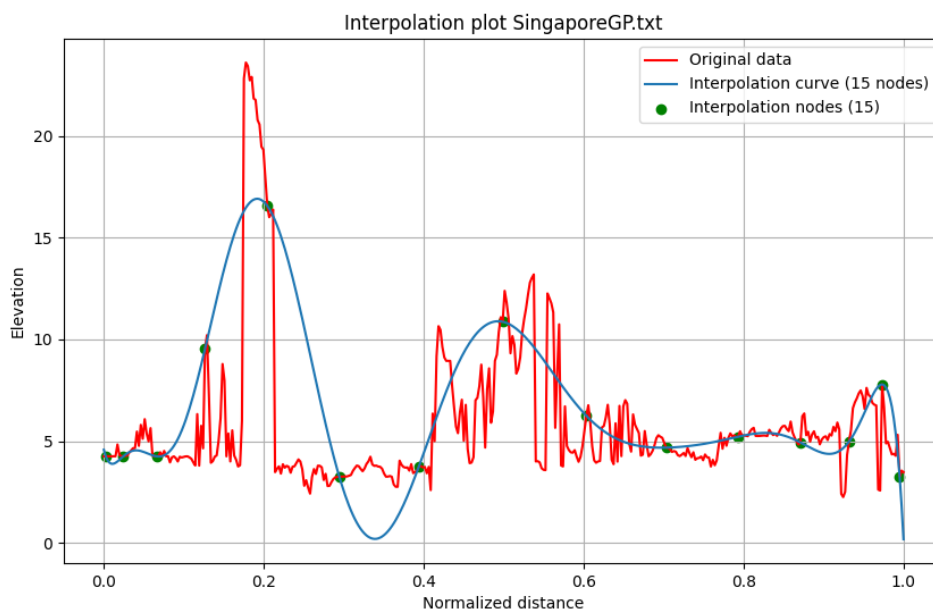


Wykorzystanie węzłów Czebyszewa dla interpolacji toru Spa przyniosło znacznie lepsze rezultaty i skutecznie zniwelowało efekt Rungego. Węzły Czebyszewa są rozmieszczone równomiernie na przedziale interpolacji, ale nie są równoodległe od siebie, co pozwala uniknąć koncentracji węzłów w obszarach o dużej zmienności, gdzie efekt Rungego może być bardziej widoczny. Dzięki temu, wykorzystanie węzłów Czebyszewa pozwoliło uzyskać bardziej stabilne i dokładne przybliżenie profilu wysokościowego trasy Spa, pomimo jej większej zmienności.

Marina Bay Street Circuit

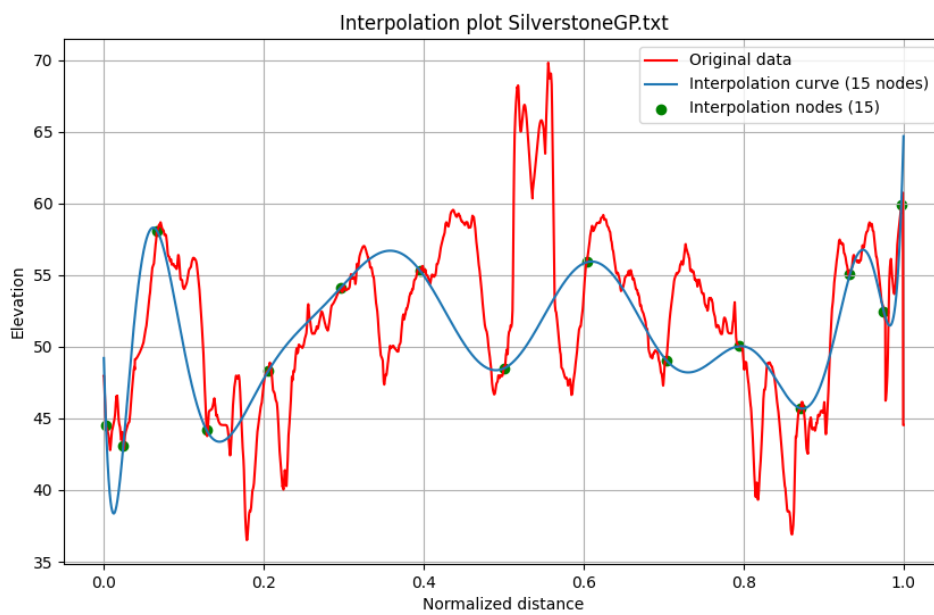
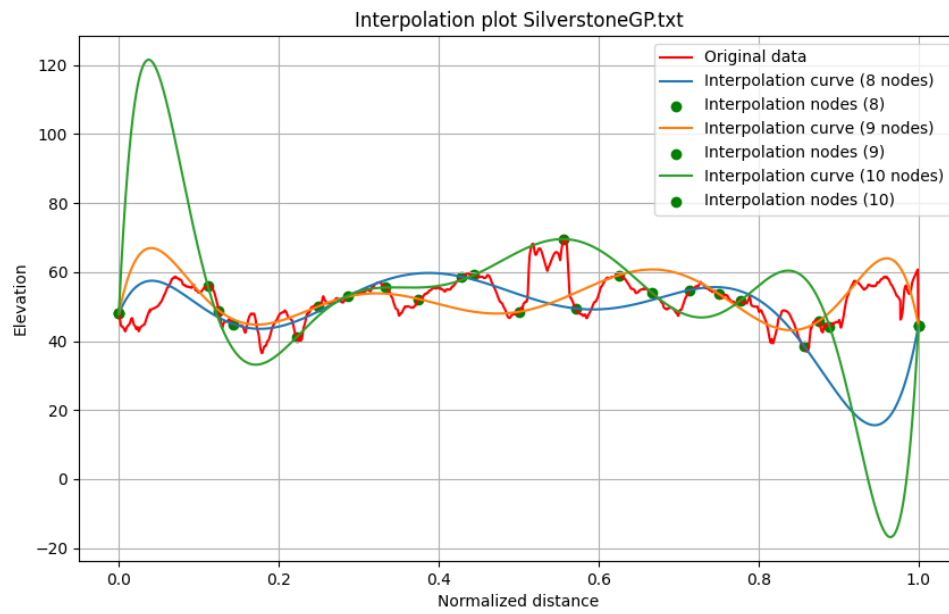


Interpolacja dla toru w Singapurze okazała się wyzwaniem ze względu na jedno większe wzniesienie na trasie. Pomimo staranności w doborze liczby węzłów interpolacji oraz uwzględnieniu specyfiki terenu, wystąpiły trudności w dokładnym odwzorowaniu zmienności wysokości. W takich sytuacjach, zastosowanie innych metod interpolacji lub uwzględnienie dodatkowych punktów pomiarowych w kluczowych obszarach, np. na wzniesieniach, mogłoby przynieść lepsze rezultaty.



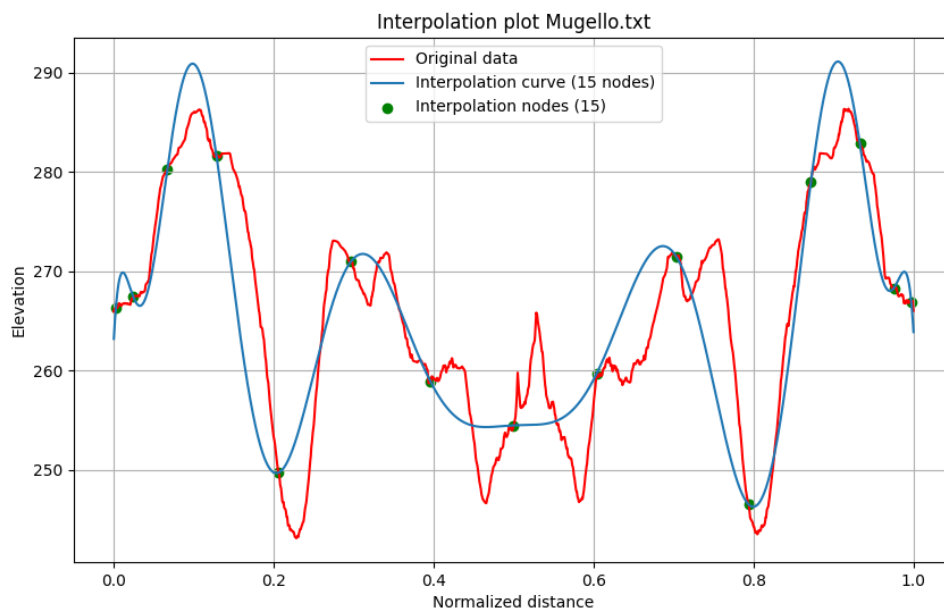
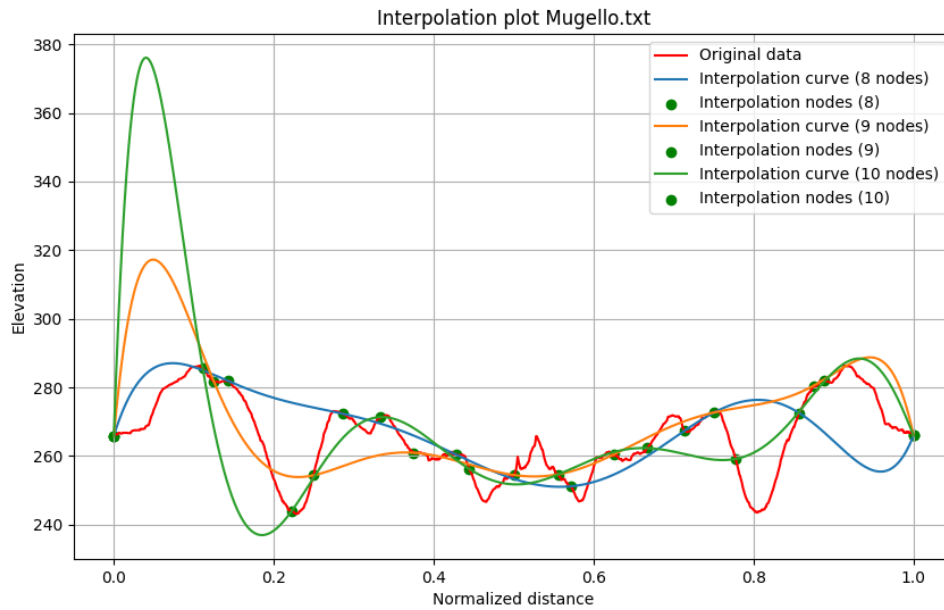
Wykorzystanie węzłów Czebyszewa pozwoliło uniknąć efektu Rungego.

Silverstone Circuit



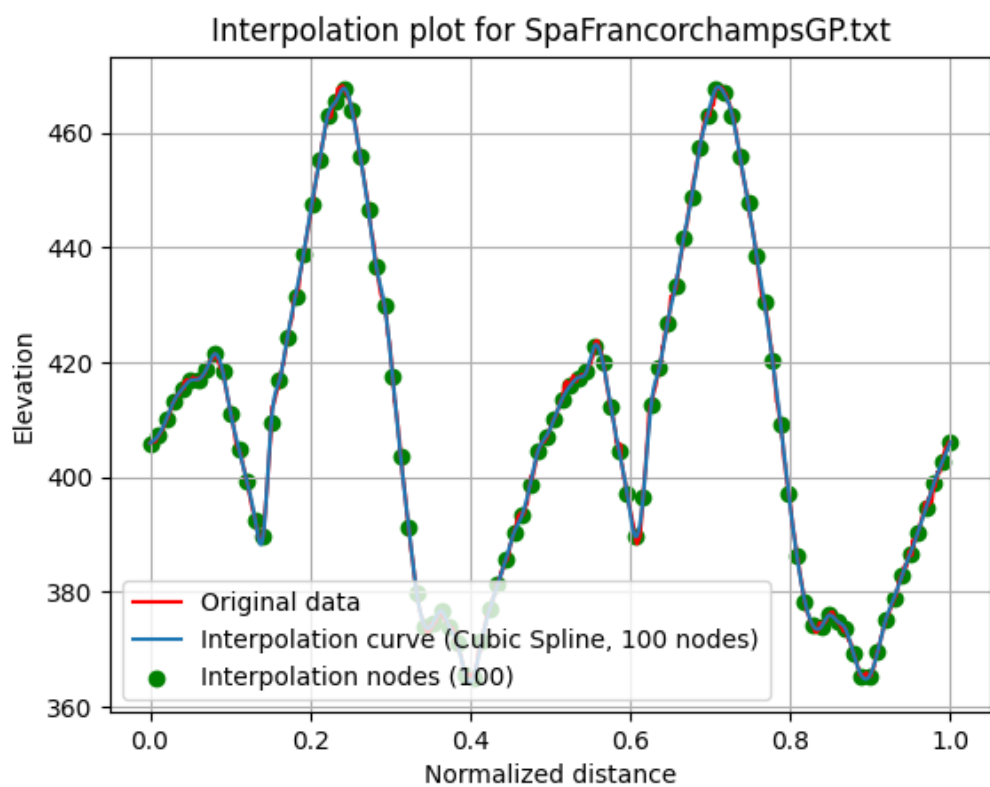
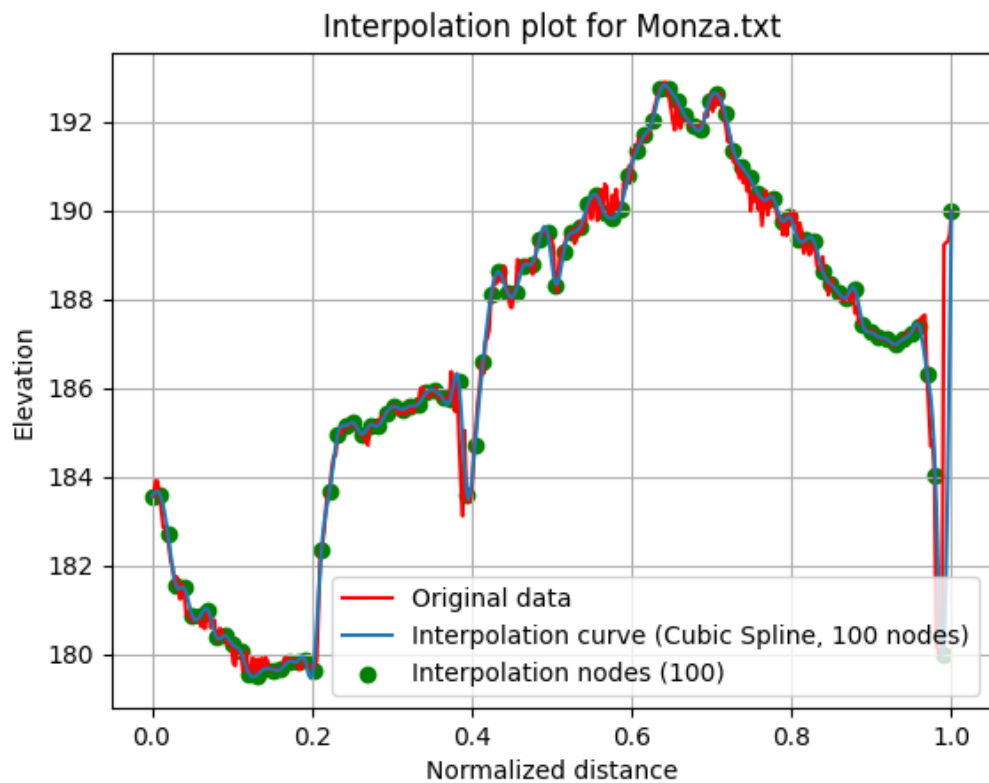
Podobne wyniki zostały zaobserwowane dla toru Silverstone.

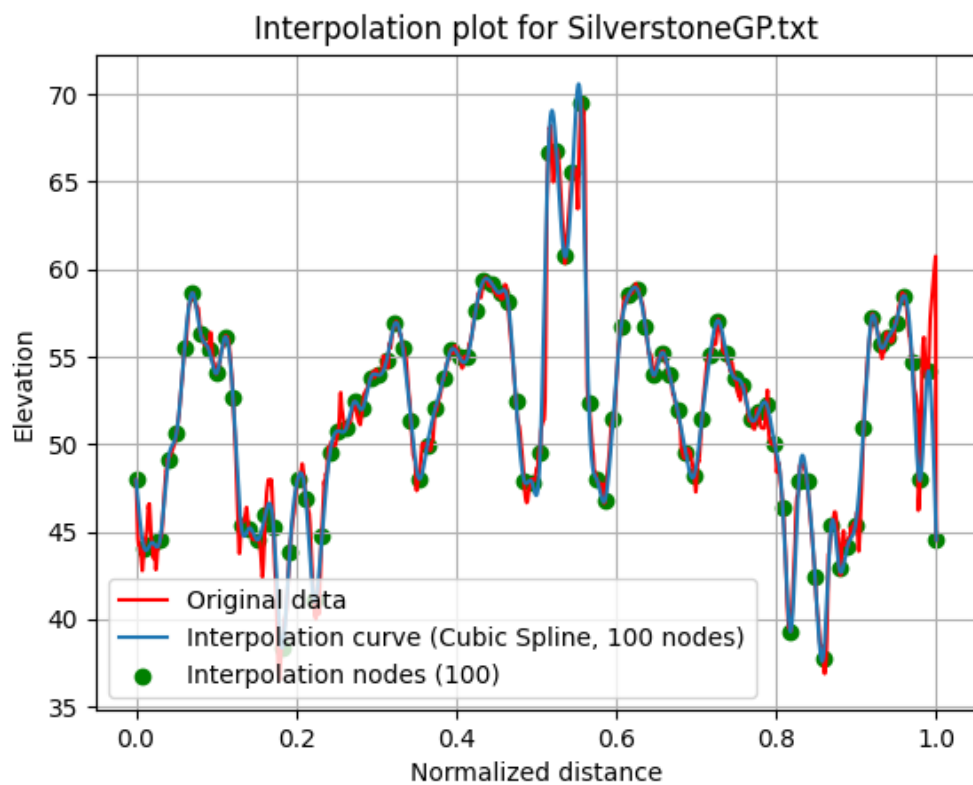
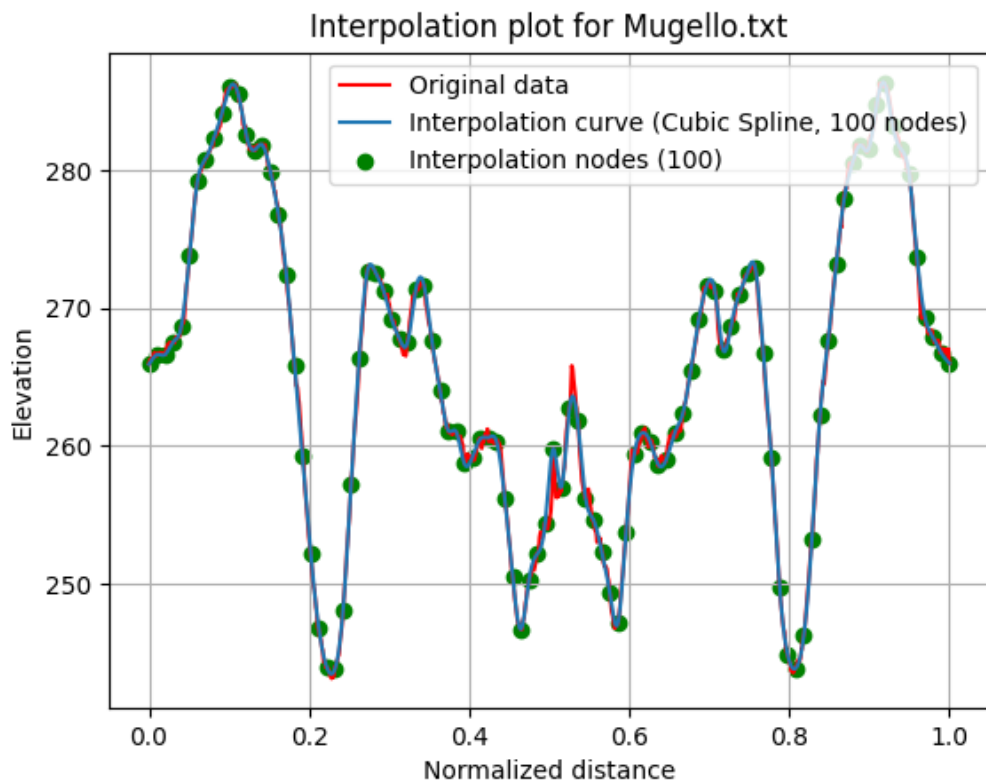
Autodromo Internazionale di Mugello

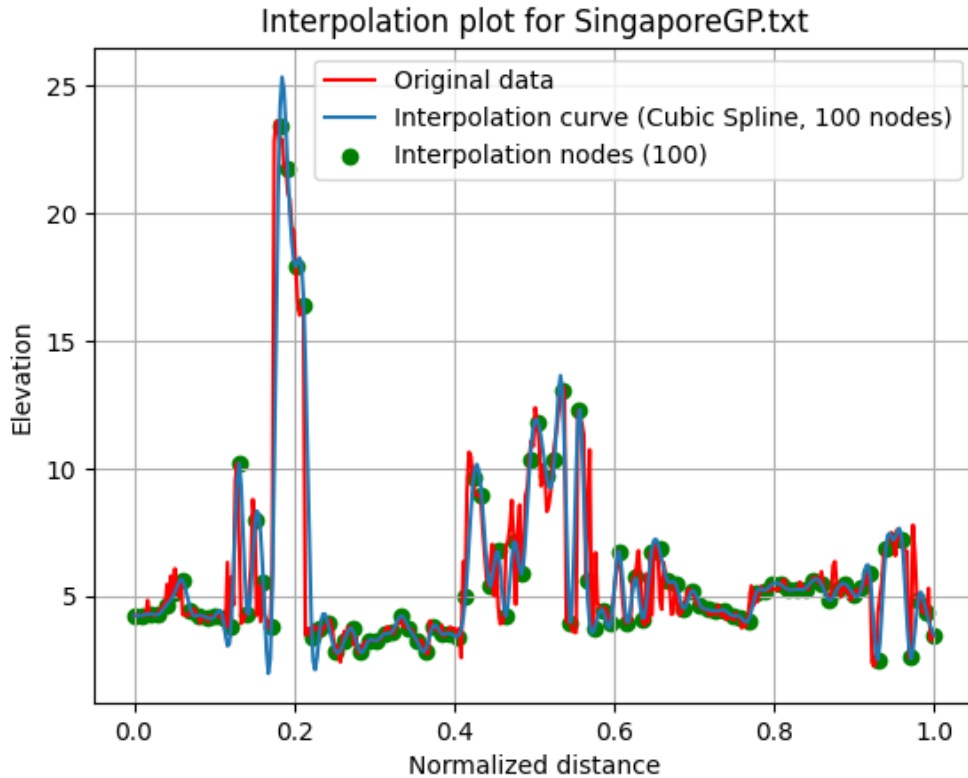


Podobne wyniki zostały zaobserwowane dla toru Mugello.

Dla lepszej aproksymacji profili wysokościowych moich tras, inne funkcje interpolacyjne mogą okazać się bardziej odpowiednie. Przykłady takich funkcji to wielomiany Newtona, funkcje sklepane niższego lub wyższego stopnia oraz funkcje trygonometryczne. W projekcie zdecydowałam się zaimplementować funkcje sklepane trzeciego stopnia







Przy wysokiej liczbie węzłów interpolacji jakość aproksymacji na wszystkich torach uległa poprawie, podczas zastosowania funkcji sklepanych 3 stopnia. Na torach, gdzie występuje mniejsza zmienność wysokości ta sama liczba węzłów okazała się jeszcze bardziej precyzyjna.

3 Podsumowanie

Rozmieszczenie punktów węzłowych miało istotny wpływ na wyniki interpolacji. Wykorzystanie węzłów Czebyszewa pozwoliło uniknąć efektu Rungego, który pojawiał się przy równoodległych węzłach, zwłaszcza na krańcach przedziału interpolacji. Charakter trasy, w tym zmienność wysokości, znacząco wpływał na wyniki interpolacji. Na torach o mniejszej zmienności wysokości, jak Spa, interpolacja przy użyciu funkcji sklepanych trzeciego stopnia była bardziej precyzyjna przy mniejszej liczbie węzłów.

Podsumowując, wybór odpowiedniej liczby i rozmieszczenia punktów węzłowych, jak również precyzja ich pomiaru, są kluczowe dla uzyskania dokładnej interpolacji profili wysokościowych torów wyścigowych. W przyszłych analizach można rozważyć zastosowanie innych technik interpolacji oraz uwzględnienie dodatkowych punktów pomiarowych w kluczowych obszarach trasy, aby jeszcze bardziej poprawić dokładność aproksymacji.

Zmiana wysokości nie wpływa znacząco na osiągi samochodu F1, chociaż wywiera dodatkowe obciążenie na zawieszenie, które już jest przystosowane do dużych sił. Różne zmiany wysokości wymagają różnych ustawień samochodu, aby dostosować się do charakterystyki toru i maksymalizować osiągi. Na przykład, na torze Spa-Francorchamps, intensywne zjazdy i podjazdy wymagają zwiększenia wysokości przedniego zawieszenia, aby poradzić sobie z siłami kompresji pionowej.