

## 4.4

张志聪

2025 年 9 月 17 日

### 3

(i)  $A$  的特征多项式为

$$f(\lambda) = \det(\lambda E - A) = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & & \\ & \lambda & -1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^n$$

因为

$$f(\lambda) = 0$$

$$\lambda^n = 0$$

$$\lambda = 0$$

所以，它的特征根仅有 0。

(ii) 求  $\lambda_0 = 0$  对应的特征向量.

$$\lambda E - A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & & \\ & 0 & -1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & 0 \end{bmatrix}$$

这个齐次线性方程组中，仅有  $x_1$  是自由未知量，取  $x_1 = 1$ ，得基础解系

$$\eta_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

它对应于  $A$  的特性向量

$$x_1\epsilon_1 + x_2\epsilon_2 + \cdots + x_n\epsilon_n = \epsilon_1$$

于是  $V_{\lambda_0} = L(\epsilon)$ 。

**7**