

## 3.1 注释

张志聪

2025 年 9 月 29 日

注释 1. 点乘的应用。

注释 2. 向量点乘，两种定义的等价性。

利用余弦定理，三角形三个边为  $a, b, c$ ， $\theta$  为  $a, b$  的夹角，我们有

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta = c^2$$

应用到向量上，我们有

$$\begin{aligned} |a|^2 + |b|^2 - 2a \cdot b &= |a - b|^2 \\ a \cdot b &= \frac{1}{2}(|a|^2 + |b|^2 - |a - b|^2) \\ &= \frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2) \\ &= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \end{aligned}$$

注释 3. 点乘基本性质 (ii) 等价于

- $(a_1 + a_2) \cdot b = a_1 \cdot b + a_2 \cdot b$
- $(ka) \cdot b = k(a \cdot b)$

注释 4. 向量叉乘的应用。

注释 5. 向量叉乘，两种定义的等价性。

注释 6. 二阶行列式的几何解释。

注释 7. 行线性对其他行是否成立。