

第三章习题

2024 年 4 月 6 日

习题 3.17

证明.

证明等价性, 通过可以相互推导来说明

书中提到这个命题之前, 所有的内容都是关于代入的内容, 很明显这里需要把置换转换成代入, 然后就可以使用代入的一系列推论。

①

把 ϕ 要置换的 ψ 改为 r (保证 r 这个命题变量没有在 ϕ 中出现), 获得的公式记作 ψ_r , 此时

$$\phi = \phi_r(\psi/r)$$

$$\phi' = \phi_r(\chi/r)$$

由推论 92 可知 $\Gamma \models_0 \phi \leftrightarrow \phi'$;

②

$\phi(\chi/p)$ 可以由 $\phi(\psi/p)$ 用 χ 替换 ψ 得到, 由推论 93 可知 $\Gamma \models_0 \phi(\psi/p) \leftrightarrow \phi(\chi/p)$;

综上, 命题成立;

习题 3.18

证明.

不妨设 ϕ 其中出现的命题都在 q_0, \dots, q_n 之中. 设 s 为任意代入, σ 为任意真值指派, 可以定义出一个真值指派 σ' , 使得 $s(q_0)^\sigma = q_0^{\sigma'}, \dots, s(q_n)^\sigma = q_n^{\sigma'}$,

因为 ϕ 是重言式, 所以 ϕ 在任意真值指派下的值都是 T , 所以 $\sigma' \models \phi$, 由命题 90 可知 $\sigma \models \phi(s)$ 。