

3.2 注释

张志聪

2025 年 7 月 12 日

说明 1. 对定理 3.4 直观版本:

定理 3.4': 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 那么对任意实数 $B < A < C$, 存在 $\delta > 0$, 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 有

$$B < f(x) < C$$

证明:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 由定义对 $\epsilon = \min\{A - B, C - A\}$, $\exists \delta > 0$, 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 有

$$|f(x) - A| < \epsilon$$

$$B \leq A - \epsilon < f(x) < A + \epsilon \leq C$$