

5.5 习题

2024 年 5 月 30 日

5.5.1

证明:

5.5.2

证明:

由于 L, K 都是整数, 且 $L < K$ 可知, $K - L$ 是正自然数, 现在通过对 $K - L$ 进行归纳来完成证明【提示信息中有提到归纳证明】。

归纳基始, $K - L = 1$, 此时 $m = K, m - 1 = L$, 由题设信息可知, 该 m 是满足命题的。

归纳假设, $K - L = n$ 时, 存在 m 满足命题。

现在假设 $K - L = n + 1$ 时, 由于 $L < L + 1 < K$,

如果 $(L + 1)/n$ 是集合 E 的上界, 此时可以取 $m = L + 1$, 又由题设可知 $(m - 1)/n = L/n$ 不是 E 的上界, 此时的 m 满足命题。

如果 $(L + 1)/n$ 不是集合 E 的上界, 由归纳假设可知, 存在 $m, L + 1 < m \leq K$ 满足命题。

至此, 完成归纳。

5.5.3

证明:

由于 m/n 是 E 的上界，而 $(m' - 1)/n$ 不是 E 的上界，所以

$$m' - 1 < m$$

$$m' \leq m \quad \text{【题设说明了 } m, m' \text{ 是整数，否则无法成立】}$$

由于 m'/n 是 E 的上界，而 $(m - 1)/n$ 不是 E 的上界，所以

$$m - 1 < m'$$

$$m \leq m' \quad \text{【题设说明了 } m, m' \text{ 是整数，否则无法成立】}$$

所以 $m = m'$