

10.1 习题

张志聪

2024 年 12 月 9 日

10.1.1

(1) f 在 x_0 处可微分, 由定义 10.1.1 可知, 极限

$$\lim_{x \rightarrow x_0; x \in X \setminus \{x_0\}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

是存在的, 不妨设极限是 L 。由定义 9.3.6 可知, 对任意 $\epsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 使得

$$\left| \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} - L \right| < \epsilon$$

对任意 $x \in ((x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap X \setminus \{x_0\})$ 均成立。

任意 $y \in ((x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap Y \setminus \{x_0\})$, 因为 $Y \subset X$, 所以 $y \in ((x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap X \setminus \{x_0\})$, 所以

$$\left| \frac{f(y) - f(x_0)}{y - x_0} - L \right| < \epsilon$$

由定义 9.3.6 可知,

$$\lim_{y \rightarrow x_0; y \in Y \setminus \{x_0\}} \frac{f|_Y(y) - f|_Y(x_0)}{y - x_0}$$

的极限存在, 所以 $f|_Y$ 在 x_0 处可微。

(2) 与 10.1.2 不矛盾的原因:

点 3 不是 $[1, 2] \cup \{3\}$ 的极限点, 不满足习题 10.1.1 习题的前置条件。