

4.2 习题

2024 年 4 月 27 日

4.2.1

证明:

设 $x = a//b, y = c//d, z = e//f$ 为有理数, 其中 a, c, e 是整数, b, d, f 是不为零的整数。

(1) 自反性

$ab = ab$, 由定义 4.2.1 (有理数相等的定义) 可知 $x = x$

(2) 对称性

假设 $x = y$, 由定义 4.2.1 (有理数相等的定义) 可知 $ad = bc$, 再次利用定义 4.2.1 (有理数相等的定义) 可知 $y = x$

(3) 传递性

假设 $x = y, y = z$, 由定义 4.2.1 (有理数相等的定义) 可知 $ad = bc, cf = de$, 又

$$ad = bc$$

$$adf = bcf$$

$$cf = de$$

$$bcf = bde$$

所以: $adf = bcf = bde, adf = bde$, 由推论 4.1.9 可知 $af = be$, 所以 $x = z$

说明. 其实这里需要引入一个额外的命题, $a = b$, a, b, c 都是整数, 那么 $ac = bc$ 。这个命题相对简单, 这里说一下证明思路, 先证明自然数符合该命题, 然后再推广到整数。

4.2.2