18.4 注释

张志聪

2025年5月23日

说明 1. 陶哲轩定义勒贝格可测性时,需要 $A\subseteq \mathbb{R}^n$ 有: $m^*(A)=m^*(A\cap E)+m^*(A\setminus E)$,但没有说 $m^*(A)$ 一定存在啊? 也就是说他默认 A 一定有开盒覆盖么,而且一定有相应的外测度。

证明:

是的,陶哲轩默认了外测量 $m^*(A)$ 是对所有的 $A \subseteq \mathbb{R}^n$ 定义良好的。 在书中 18.2 节的开头,他就有说明,原文:"外测度适用于每一个集合, 并且满足除了可加性 (ix) 和 (xi) 之外的所有性质 (v)~(xiii)"。