

## 3.1 注释

张志聪

2025 年 5 月 25 日

说明 1. 德摩根定律的无限版本：

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k = \mathbb{R}^n \setminus \bigcup_{k=1}^{\infty} (\mathbb{R}^n \setminus A_k)$$

证明：

•  $\Rightarrow$

任意  $x \in \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ ，则对任意  $k$ ，都有  $x \in A_k$ ，所以  $x \notin \mathbb{R}^n \setminus A_k$ ，进而  $x \notin \bigcup_{k=1}^{\infty} (\mathbb{R}^n \setminus A_k)$ ，（否则会产生矛盾，存在  $k$  使得  $x \in \mathbb{R}^n \setminus A_k$ ）。从而  $x \in \mathbb{R}^n \setminus \bigcup_{k=1}^{\infty} (\mathbb{R}^n \setminus A_k)$ 。

•  $\Leftarrow$

任意  $x \in \mathbb{R}^n \setminus \bigcup_{k=1}^{\infty} (\mathbb{R}^n \setminus A_k)$ ，则对任意  $k$ ，都有  $x \notin \bigcup_{k=1}^{\infty} (\mathbb{R}^n \setminus A_k)$ ，即对任意的  $k$  都有  $x \in A_k$ ，从而  $x \in \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ 。