

## 4.4 文中的为什么

2024 年 5 月 18 日

1. 有理数  $\epsilon > 0$ , 对于每个自然数  $n$ ,  $n\epsilon$  都是非负的。

证明:

对  $n$  进行归纳。

(1)  $n = 0$ , 此时  $n\epsilon = 0$ , 是非负的。

(2) 归纳假设  $n = k$  时,  $k\epsilon$  是非负的。

(3)  $n = k++$  时,  $(k++)\epsilon = k\epsilon + \epsilon$ , 所以,

$$\begin{aligned}(k++)\epsilon - k\epsilon &= \epsilon > 0 \\ \Rightarrow (k++)\epsilon &> k\epsilon \geq 0 \\ \Rightarrow (k++)\epsilon &> 0\end{aligned}$$

于是  $(k++)\epsilon$  是正的。

综上, 归纳完成。