

11.9 注释

张志聪

2025 年 1 月 4 日

说明 1. 定理 11.9.1 前置条件: $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是黎曼可积的函数, 是否能说明当 $a \leq x \leq b$ 时 $f: [a, x] \rightarrow \mathbb{R}$ 也是黎曼可积的函数, 即

$$\int_{[a, x]} f$$

我们可以定义 $[a, b]$ 的一个划分 $P := \{[a, x], (x, b]\}$, 于是由定理 11.4.1(h) 可以得到结论。

说明 2. 定理 11.9.1 中

$$F(y) - F(x) = \int_{[a, y]} f - \int_{[a, x]} f = \int_{(x, y]} f$$

如果严格使用定理 11.4.1(h) 应该是

$$F(y) - F(x) = \int_{[a, y]} f - \int_{[a, x]} f = \int_{(x, y]} f$$

那么, 是否可以推论出

$$\int_{[x, y]} f = \int_{(x, y]} f$$

这里可以使用定理 11.4.1(h), 定义 $[x, y]$ 的一个划分 $P := \{\{x\}, (x, y]\}$, 于

是

$$\begin{aligned}\int_{[x,y]} f &= \int_{\{x\}} f + \int_{(x,y]} f \\ &= 0 + \int_{(x,y]} f \\ &= \int_{(x,y]} f\end{aligned}$$