

## 7.1 为什么

2024 年 8 月 10 日

### 推论 7.1.14

$$\sum_{(x,y) \in X \times Y} f(x,y) = \sum_{(y,x) \in Y \times X} f(x,y)$$

的证明。

在证明过程中，有几点认知是比较重要：

①  $X \times Y$  是只表示一个集合。

②  $(x,y)$  是可以看做一个变量的，在书中的例 3.5.6 中有说明。

证明：

定义  $h(x,y) := (y,x)$  的双射  $h : X \times Y \rightarrow Y \times X$ 。那么，

$$\begin{aligned} & \sum_{(x,y) \in X \times Y} f(x,y) \\ &= \sum_{(y,x) \in Y \times X} f(h(y,x)) \\ &= \sum_{(y,x) \in Y \times X} f(x,y) \end{aligned}$$