

9.10 习题

张志聪

2024 年 12 月 8 日

9.10.1

• \Rightarrow

设 $\lim_{n \rightarrow \infty; n \in N} a_n = L$, 由定义 9.10.3, 对任意 $\epsilon > 0$, 存在 M 使得

$$|a_n - L| \leq \epsilon$$

取 $N = \lfloor M \rfloor + 1$ (注 4.4.2 中 $\lfloor M \rfloor$ 表示 M 的整数部分) 对 $n \geq N$ 的 $n \in \mathbb{N}$ 均成立。

由定义 6.1.8, 序列是收敛于 L 的, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$

• \Leftarrow

设 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$, 由定义 6.1.8, 对任意 $\epsilon > 0$, 存在正整数 N 使得

$$|a_n - L| \leq \epsilon$$

对 $n \geq N$ 均成立。令 N 为定义 9.10.3 中的 M , 即 $M = N$, 于是,

$$\lim_{n \rightarrow \infty; n \in N} a_n = L$$