

5.5 为什么

2024 年 5 月 30 日

1. R^+ 没有上界

证明:

反证法。假设 $M > 0$ 是 R^+ 的上界, 又 $M+1 \in R^+$, 但 $M+1 > M$, 存在矛盾。

2. 空集没有最小上界。

证明:

假设空集存在 M 为其最小上界, 由于任何实数都是空集的上界, 所以 $M-1$ 也是空集的上界, 但 $M-1 < M$, 与最小上界的定义矛盾。

3. 因为 m_n/n 是 E 的上界而 $(m_{n'}-1)/n'$ 不是, 所以一定有 $m_n/n > (m_{n'}-1)/n'$ 。

证明:

$(m_{n'}-1)/n'$ 不是 E 的上界, 即: 存在 $x \in E$ 使得 $x > (m_{n'}-1)/n'$ 。

又 m_n/n 是 E 的上界, 所以, $x \leq m_n/n$, 所以,

$$(m_{n'}-1)/n' < x \leq m_n/n$$

$$(m_{n'}-1)/n' < m_n/n$$