



## L7 LOSudoku

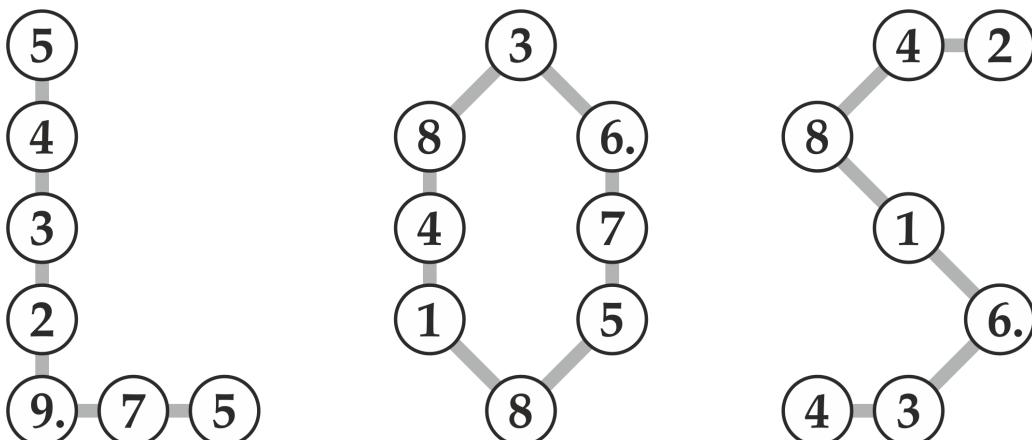
InterLoS 2022

Vložte tři dílky do obrazce tak, aby každý kroužek obsadil jedno políčko, ale přitom nepřekryl jiný kroužek. Dílky smíte otáčet, nikoliv překlápat.

Pak vyplňte zbývající políčka tak, aby každý řádek, sloupec a tučně ohraničený čtverec obsahoval čísla 1 až 9 každé jednou.

Jako odpovědní kód zapište 43 číslic, které jste doplnili, po řádcích shora dolů.

(5)		(6.)		(7)		(8)		(4)
(4)								(9.)
(3)								(5)
(2)								(3)
(1)		(8)		(3)		(2)		(7)



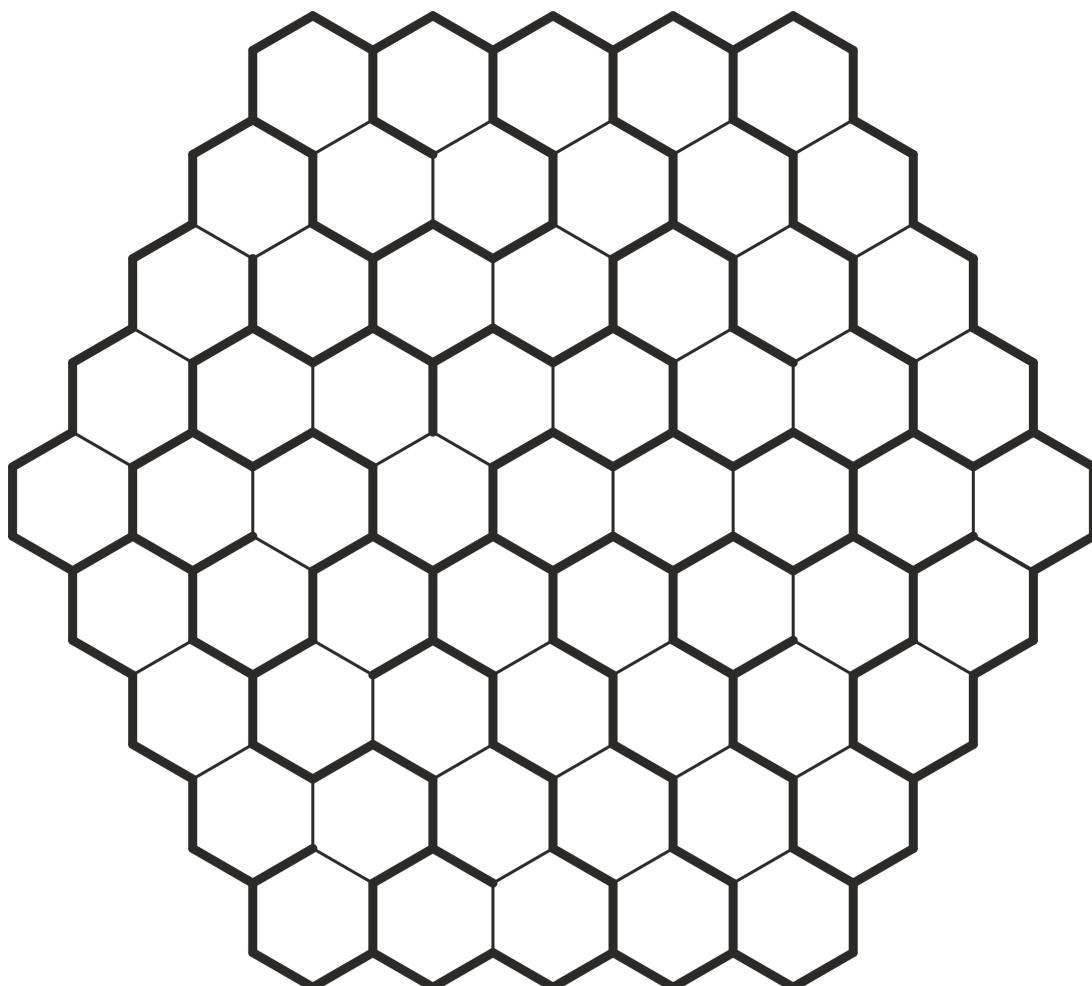


## L8 Slova s L, O, S, I

InterLoS 2022

Do každé tučně ohraničené chodbičky vepište z jednoho konce na druhý jedno slovo ze seznamu tak, abyste každé použili právě jednou. V žádné přímé řadě polí tří základních směrů se nesmí objevit dvě stejná písmena.

Na závěr řešení začerněte políčka s písmeny L, O, S, I a jako odpovědní kód pak vypište po řádcích všechna zbývající písmena.



JAK	HLAS	OKRAJ	OSLICE
PSI	LIST	OLIVA	SLEPEC
	LOSI	SILON	
MOLI			
OBŘI			
SLON			
SOBI			



## L9 Rubikův toroid



Vše potřebné najdete na URL <https://interlos-toroid.iamroot.eu/>.

Záložní server je dostupný na URL <https://interlos2-toroid.iamroot.eu/>.

## S7 Teorie multigrafů



### Teorie multigrafů

prof. RNDr. Los Grafos PhD.

Teorie multigrafů se v poslední době stále rychleji rozvíjí. Díky tomu, že počet existujících multigrafů je konečný a omezený poměrně nízkou konstantou, se o nich dá spousta zajímavých tvrzení dokázat pouhým spočtením případů, jak si může čtenář sám vyzkoušet na následujících větách.

**Definice 1.** *Multigraf*  $G$  je uspořádaná dvojice  $(V, E)$ , kde  $V$  je množina vrcholů,  $E$  je multimnožina hran (tzn. může obsahovat násobné prvky) – tj.  $E = \{\{x, y\} : x, y \in V\}$ .

*Stupněm vrcholu označíme počet hran, které daný vrchol obsahují. Pokud hrana obsahuje dvakrát ten stejný vrchol, přičítá se ke stupni tohoto vrcholu 2.*

**Příklad 1.** První objevený multigraf (1952):  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 5\}\}$ .

**Příklad 2.** Sedmnáctý objevený multigraf (1984):  $V = \{1, 2, 3\}$ ,  $E = \{\{1, 1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$ .

**Definice 2.** *Násobná hrana* je hrana, která se v multimnožině  $E$  vyskytuje vícekrát.

**Definice 3.** Jako *list* označíme vrchol stupně 1.

**Definice 4.** Termínem *smyčka* označíme hranu, která obsahuje dvakrát ten stejný vrchol.

**Věta 1.** Každý multigraf obsahuje zároveň smyčku i list.

*Důkaz.* Triviální. □

**Definice 5.** *Tah* je posloupnost vrcholů a hran, pro kterou platí, že hrana v grafu vede ze svého předchůdce do svého následníka. V této posloupnosti se neopakují hrany.

**Definice 6.** *Eulerovský tah* je tah, který obsahuje každou hranu grafu právě jednou.



InterLoS 2022

## S7 Teorie multigrafů (*pokračování*)

**Věta 2.** Pokud multigraf obsahuje eulerovský tah, obsahuje i násobnou hranu.

*Důkaz.* Silně vám nedoporučujeme se o něj pokoušet, v originále má důkaz přes 500 stran.  $\square$

**Definice 7.** Multigraf označíme jako **sudý**, pokud obsahuje právě jeden vrchol sudého stupně.

**Věta 3.** Každý multigraf je sudý.

*Důkaz.* Ačkoliv ho probírat nebudeme, u zkoušky se může objevit.  $\square$

**Definice 8.** Multigraf označíme jako **malý** pokud  $|V| < 3$ .

**Definice 9.** Termín **úplný graf** označuje takový neorientovaný graf, v němž jsou každé dva různé vrcholy spojené hranou. Úplný graf na dvou vrcholech značíme  $K_2$ .

**Definice 10.** Dva grafy jsou **izomorfní**, pokud

$$\exists F: V(G) \rightarrow V(G'): \{x, y\} \in E(G) \Leftrightarrow \{F(x), F(y)\} \in E(G').$$

**Věta 4.** Je-li multigraf malý, pak je izomorfní  $K_2$ .

*Důkaz.* V příloze C. (Určeno jedině pro zvídavé čtenáře.)  $\square$

**Definice 11.** Multigraf je **bipartitní**, pokud lze jeho vrcholy rozdělit do dvou disjunktních množin, přičemž platí, že mezi žádnými dvěma vrcholy ve stejně množině nevede hrana.

**Věta 5.** Je-li multigraf bipartitní, pak obsahuje smyčku.

*Důkaz.* Byl ponechán jako cvičení pro čtenáře.  $\square$



InterLoS 2022

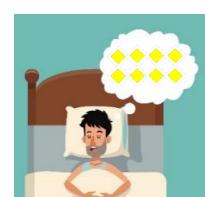
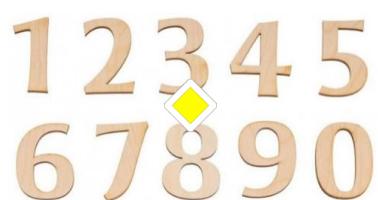
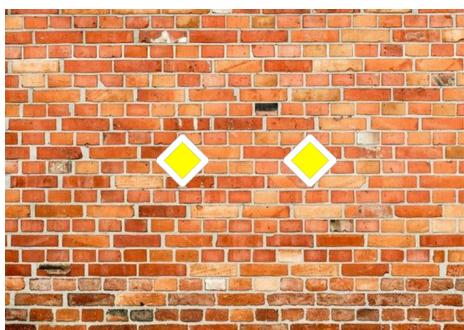
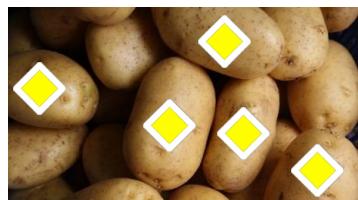
## S8 Kde domov můj

Šifru najdete na tomto odkazu: <https://www.youtube.com/watch?v=ZIQmZr9yujM>  
Poznámka: Štěkání není součástí šifry.



## S9 Na hlavnej ceste

InterLoS 2022





## P7 Moose Airlines

InterLoS 2022

Los Fili má za svoj celoživotný sen podniknúť cestu okolo sveta a vašou úlohou bude pomôcť mu ju naplánovať. Aby ju stihol v rozumnom čase (za lsemdesiat dní), môže sa presúvať medzi jednotlivými zastávkami iba letecky. Väčšina bežných leteckých spoločností však nepovoľuje losom vstup na palubu. Preto pre všetky presuny bude využívať služieb *Moose Airlines*, ktorá v tomto ohľade losy nediskriminuje. Zároveň, súčasná ekonomická kríza má veľký dopad aj na losy, a tak Fili potrebuje nájsť najlacnejšiu cestu.

Ako vstup dostanete popis letov, ktoré spoločnosť *Moose Airlines* prevádzkuje počas nasledujúcich lsemdesiatich dní. Na prvom riadku je jedno celé číslo – počet všetkých letov. Každý ďalší riadok vstupného súboru popisuje jeden let a pozostáva z päť údajov oddelených medzerou: kód počiatočného letiska, kód koncového letiska, čas odletu, čas príletu a cena letu. Platí:

1. Kód letiska je zložený z troch veľkých písmen anglickej abecedy.
2. Každý let trvá aspoň 1 minútu.
3. Každý let stojí aspoň 1 peniaz.
4. Čas je pre jednoduchosť uvedený v minútach od času, kedy Fili môže vyrazit na cestu.
5. Cesta sa musí skončiť do lsemdesiat dní, takže časy sú z rozsahu 0 až  $80 \cdot 1440$ .
6. Z jedného letu sa dá stihnúť nasledujúci, ak koncový čas prvého je menší alebo rovný začiatku druhého. Je teda v poriadku mať 0 minút na prestup.
7. O poradí letov v súbore neplatí nič špeciálne, poradie je ľubovoľné.

Fili má pre svoju cestu nasledovné požiadavky:

1. Cesta musí začínať aj končiť na Brnenskom letisku – kód BRQ.
2. Aby sa počítala ako cesta okolo sveta, musí obsahovať letisko, ktoré je na Zemi oproti tomu brnenskému – Fili si zvolil letisko v Aucklande na Novom Zélande – kód AKL
3. Chcel by navštíviť Havaj a stráviť tam medzi časom príletu a odletu aspoň deň (1440 minút). Takúto prestávku musí vykonáť na letisku v Honolulu – kód HNL.
4. Inak je Filimu jedno, ktoré miesta, kolkokrát a na ako dlho navštívi.

Ako heslo odovzdajte jedno celé číslo, cenu najlacnejšej cesty, ktorá splňa uvedené podmienky.



## P7 Moose Airlines (*pokračování*)

InterLoS 2022

Tu je príklad vstupu:

16

BRQ BTS 900 1400 835  
BRQ BTS 76300 76400 483  
HNL BRQ 73900 74500 672  
AKL BRQ 99000 99400 821  
BTS HNL 59000 59600 382  
AKL FRA 89400 89900 937  
AKL BTS 65300 65500 694  
AKL BRQ 99200 99300 338  
HNL FRA 86500 87200 11  
FRA HNL 32800 33800 684  
AKL BTS 64800 65100 645  
HNL AKL 93200 93700 189  
BRQ AKL 200 1200 471  
FRA BTS 6800 7000 650  
FRA BRQ 66700 67200 958  
AKL HNL 92300 93100 644

Optimálna cesta pozostáva z letov

BRQ BTS 900 1400 835  
BTS HNL 59000 59600 382  
HNL AKL 93200 93700 189  
AKL BRQ 99200 99300 338

a má cenu 1744, takže správna odpoveď by bola 1744.

Vstup pre úlohu si môžete stiahnuť skomprimovaný v ZIPe tu: [ZIP airlines.zip](#).



## P8 Kríky na priamke

InterLoS 2022

Los Fili na svojej ceste okolo sveta práve stojí pred rozľahlou lúkou. Na niektorých miestach na lúke rastú drobné kríčky s veľmi chutnými bobuľami. Kedže náš los potrebuje stihnuť cestu za lesemdesiat dní, musí prejst' lúku naozaj rýchlo. Lúku teda prebehne po práve jednej priamke. Nezáleží na tom, kde začne a kde skončí (či prejde krajom lúky alebo krížom cez stred), ale musí to byť jedna priamka. Cestou by chcel zjest' čo najviac bobuľov. Ked' prejde okolo kríku, zje všetky bobule, ktoré na ňom rastú (toto ho nestojí čas). Avšak zjest' bobule vie iba z kríkov, ktoré ležia presne na zvolenej priamke. Pomôžte losovi nájst' priamku, na ktorej sa nachádza najviac bobuľov.

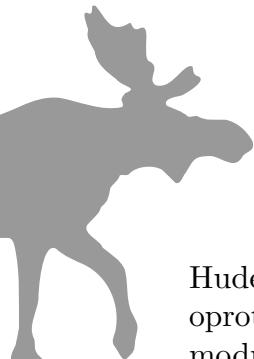
Vstup má 4444 riadkov, na každom z nich sú tri čísla popisujúce krík – prvé dve udávajú súradnice kríku ( $x$  a  $y$ ) a posledné udáva počet bobuľov, ktoré na kríku rastú. Odovzdajte jedno číslo – najväčší počet bobuľov na všetkých kríkoch na nejakej priamke. Súradnice kríkov sú po dvoch rôzne.

Príklad menšieho vstupu:

```
1 -1 15
1 -3 17
3 2 14
2 2 11
3 -3 14
-1 2 15
1 3 17
-1 -3 12
```

Máme 8 kríkov, optimálna je priamka  $x = 1$ , na ktorej leží prvý, druhý a predposledný krík, na ktorých rastie dohromady  $15+17+17 = 49$  bobuľov, odpoved' je teda 49. Optimálna priamka pre ostrý vstup však nemusí byť rovnobežná s osou  $x$  ani s osou  $y$ , môže mať ľubovoľný smer.

Ostrý vstup je dostupný tu: [line.in](https://line.in).



## P9 Loscilačory

InterLoS 2022

Hudebník Deadmoo5e si pořídil nový syntetizér Yamoosa DX7. Revoluční novinkou oproti předchozímu modelu je zvýšení počtu loscilačorů z osmi na dvanáct! To dovoluje modulační matici o 38 řádů více kombinací. Možnosti jsou prakticky neomezené!

Ale jak takový loscilační syntetizér funguje? Přepneme si na režim jednoho loscilačoru a podíváme se, co dělá (hodnoty loscilačoru jsou ve sloupci 0; je zobrazeno pouze prvních 6 kroků).



## P9 Loscilačtory (*pokračování*)

InterLoS 2022

krok	0
0	0
1	1
2	2
3	0
4	1
5	2
6	0

Ahá, takže samotný loscilačtor začíná na 0 a dělá pilovou vlnu. Zkusíme přepnout na režim dvou loscilačtorů. Ten už ale vyžaduje modulační matici, tak zkusíme tuto:

$$\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Tentokrát máme loscilačtory označené 0 a 1:

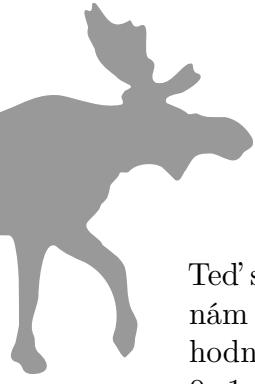
krok	0	1
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	0	0
4	1	1
5	2	2
6	0	0

Hmmm, nic se nezměnilo; loscilačtory pořád začínají na 0 a dělají pilovou vlnu. Zkusíme jinou modulační matici:

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Podíváme se, jestli to něco změní.

krok	0	1
0	0	0
1	1	1
2	0	2
3	0	0
4	1	1
5	0	2
6	0	0



## P9 Loscilačory (*pokračování*)

InterLoS 2022

Ted' se to chová jinak. Loscilačor 0 je totiž modulován loscilačorem 1. Modulační matice nám říká, že v každém kroku se k loscilačoru 0 (nultý řádek) přičte jednonásobek aktuální hodnoty loscilačoru 1 (první sloupec). Loscilačory fungují pouze ve třech hodnotách a to 0, 1 a 2. Například pokud by se k loscilačoru s hodnotou 2 měla přičíst 1, loscilačor "přeteče" a bude mít hodnotu 0. Výpočet tedy vypadá následovně:

1. oba loscilačory začínají na 0
2. loscilačor 0 tikne na 1, přičte se  $1 \cdot 0 \rightarrow 1$
3. loscilačor 1 tikne na 1
4. loscilačor 0 tikne na 2, přičte se  $1 \cdot 1 \rightarrow 0$
5. loscilačor 1 tikne na 2
6. loscilačor 0 tikne na 1, přičte se  $1 \cdot 2 \rightarrow 0$
7. loscilačor 1 tikne na 0
8. atd.

Modulace loscilačory se zpracovávají postupně a až po tiknutí modulovaného loscilačoru. Pokud by tedy měl být loscilačor modulován loscilačorem s nižším číslem, bude se brát jeho nová hodnota (ne hodnota před začátkem výpočtu celého kroku). A pokud by měl loscilačor modulovat sám sebe, bere se již zvýšená hodnota.

Obecně modulační matice říká, že i-tý loscilačor je modulován j-tým loscilačorem, pokud je na i-tém řádku v j-tém sloupci 1. Loscilačor může modulovat i sám sebe a může být modulován více loscilačory.

### Zadání

Deadmoo5e našel zajímavou modulační matici a zajímalo ho, po kolika krocích se hodnoty loscilačorů zopakují (tj. v kolikátém kroku jsou znova všechny 0; pro modulační matici v příkladu to je 3). Modulační matice je v souboru [loscilačory-input.txt](#).