

Barvení grafů

kolik pastelek je potřeba na pneumatiku?

Zbyněk Konečný

Intersob 2011

26.3.2011



- Kolika nejméně barvami lze obarvit mapu?
- Jak nejlépe udělat rozvrh?
- Co to má společného se Sudoku?



Od map ke grafům

Úloha

Kolika nejméně barvami lze obarvit danou mapu?

Definice

Grafem rozumíme množinu vrcholů (znázorňujeme tečkami) a množinu hran (spojnice teček).

Převod mapy na graf: státy=vrcholy, hranice=hrany. Chceme, aby nebyly spojeny dva vrcholy stejné barvy.



Graf není jen zakódovaná mapa

Příklad (Sudoku)

Vrcholy = políčka Sudoku; hrany mezi políčky ve sloupci, řádku nebo čtverci. Obarvení devíti barvami pak odpovídá korektnímu řešení.

Příklad (Rozvrh)

Vrcholy = nepovinné předměty; hrany mezi předměty, které mají zapsané stejní studenti. Obarvení pak odpovídá přiřazení časů konání.



Jak se grafy barví?

- Dvěma barvami lze právě tehdy, když se z žádného vrcholu do něj samotného nelze dojít po lichém počtu hran.
- Pokud lze dvěma barvami, pak stačí barvit hladově.
- Pokud nelze dvěma barvami, pak je problém (NP) těžký.
- N vrcholů spojených každý s každým (tzv. klika) vyžaduje alespoň N barev.
- Vrcholy s malým počtem sousedících hran necháváme na konec.



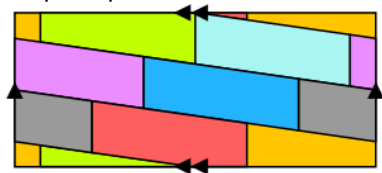
Jak je to s mapami?

- Graf odpovídající mapě = rovinný.
- Lze v něm vždy najít vrchol stupně 5, proto 6 barev stačí.
- Tři barvy evidentně nestačí.
- Na 5 barev byl odhad vylepšen Headwoodem 1890 (umíme i rychle barvit).
- Problém čtyř barev byl otevřený do roku 1976.
- Kenneth Appel a Wolfgang Haken jej vyřešili pomocí počítače – kontroverzní postup.



A co ta pneumatika?

Kdyby měla Země tvar pneumatiky, potřebovali bychom na její politickou mapu 7 pastelek.

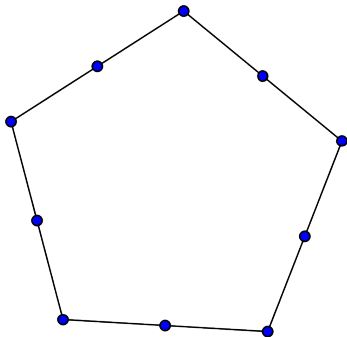


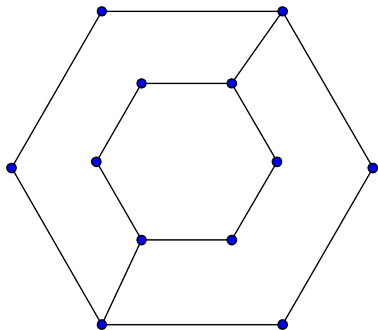
Bude úkol?

- Bude.
- Na následujících deseti slajdech vás čeká 10 grafů.
- Čas na jeden graf je 10 až 30 sekund dle obtížnosti.
- Zajímá nás pouze počet barev, ten zapište do odpovědního lístku k příslušnému číslu grafu.

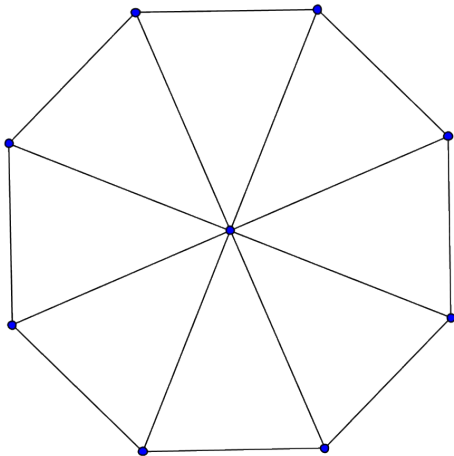


Graf č.1

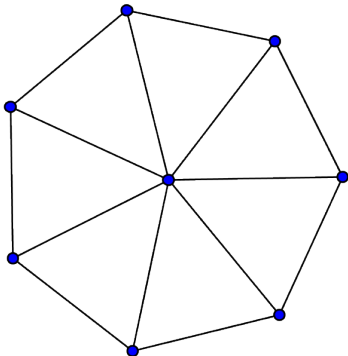




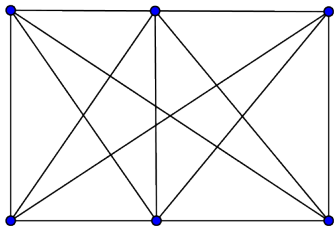
Graf č.3



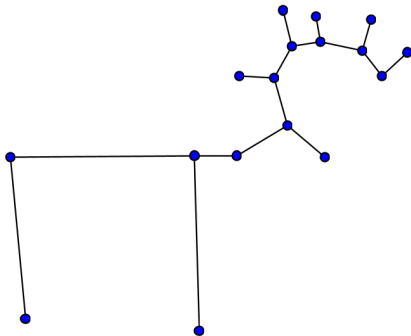
Graf č.4

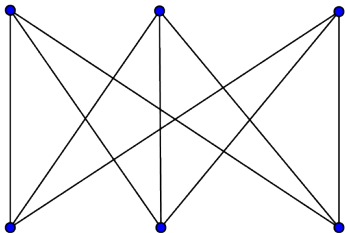


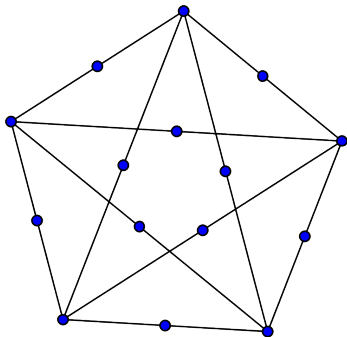
Graf č.5



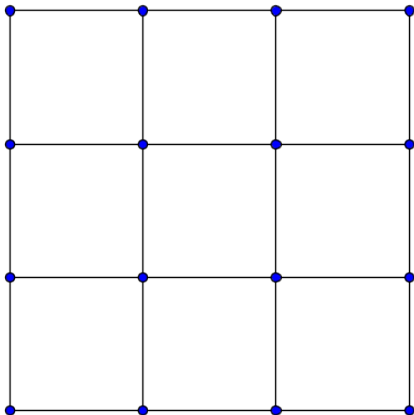
Graf č.6



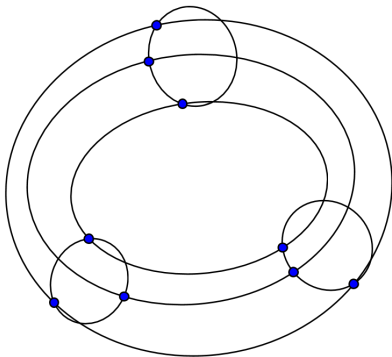




Graf č.9



Graf č.10



Děkujeme, odevzdejte.

