Kombinatorické hry odebírání sirek z pohledu matematiky

Zbyněk Konečný

Intersob 2010

27.3.2010



Motivace

Sobice Alice a sob Bob hrají následující hru: mají před sebou 21 sirek, mohou odebrat vždy 1, 2 nebo 3. Kdo nemůže odebrat, prohrál. Bob vezme dvě, Alice tři, Bob jednu, ... na Boba zbudou čtyři sirky, vezme dvě, Alice také a vyhrála Alice.

- Mohl Bob zahrát poslední tah lépe?
- Měl vůbec na začátku šanci vyhrát?
- Co kdyby bylo sirek víc než 21?



O čem to bude?

Definice

Kombinatorická hra je hra s úplnou informací (žádné skryté kary) a bez prvku náhody.

Omezíme se na hry *nestranné* (angl. impartial) v nichž mají oba hráči stejné možnosti tahů a navíc takové, že *vždy skončí*, a to *výhrou některého z hráčů*.



Strategie a pozice

- Pozice je stav hry (např. u nimu "20 sirek na stole")
- Strategie je návod, co dělat ve které pozici
- Strategie je vítězná, pokud nezávisle na strategii druhého vede k vítězství.
- V každé situaci má vítěznou strategii právě jeden hráč
- Pozice s vítěznou strategií pro Následujícího (Next) značíme N, pozice se strategií pro Předchozího (Previous) P



Hledání N-pozic

- začínáme od nejjednodušších (pro Nim je 0 sirek P)
- pokud se lze z dané pozice dostat do P-pozice, jde o N-pozici (1,2 nebo 3 sirky)
- pokud se z dané pozice lze dostat pouze do P-pozic, jde o N-pozici (4 sirky)
- opakováním předchozích dvou pravidel ohodnotíme všechny možné pozice







```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N P
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N P N
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N P N N
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N P N N N
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
P N N N P N N P
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
```



```
0
                                                  10
                         5
     N
               N
                         Ν
                                   Ν
11
          13
               14
                    15
                         16
                                   18
                                        19
                                             20
                                                  21
```



```
0
                                                  10
                         5
     N
               N
                         Ν
                                   Ν
                                                   Ν
11
          13
               14
                    15
                         16
                                   18
                                        19
                                             20
                                                  21
```



```
0
               3
                         5
                                         8
                                                  10
Ρ
     N
          Ν
               Ν
                         N
                              Ν
                                    N
                                                   Ν
11
     12
          13
               14
                    15
                         16
                              17
                                   18
                                        19
                                             20
                                                  21
Ν
     Ρ
          Ν
               Ν
                    Ν
                         Ρ
                              Ν
                                    N
                                         Ν
                                              Ρ
                                                   Ν
```

