

1、(5 分) 试根据授课内容, 证明使用迭代的 EM 算法求解 PCA 的参数时, 参数在 M 步的更新公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{new}} &= \left[\sum_{n=1}^N (\mathbf{x}_n - \bar{\mathbf{x}}) \mathbb{E}[\mathbf{z}_n]^T \right] \left[\sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\mathbf{z}_n \mathbf{z}_n^T] \right]^{-1} \\ \sigma_{\text{new}}^2 &= \frac{1}{Np} \sum_{n=1}^N \left\{ \|\mathbf{x}_n - \bar{\mathbf{x}}\|^2 - 2\mathbb{E}[\mathbf{z}_n]^T \mathbf{W}_{\text{new}}^T (\mathbf{x}_n - \bar{\mathbf{x}}) \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} \left(\mathbb{E}[\mathbf{z}_n \mathbf{z}_n^T] \mathbf{W}_{\text{new}}^T \mathbf{W}_{\text{new}} \right) \right\}. \end{aligned}$$

2、(10 分) 使用 orl_faces 数据集, 对 PCA 算法进行上机实践: (a) 利用 SVD 分解计算人脸图像的低维表示 (8 维); (b) 使用最大似然估计计算人脸图像的低维表示; (c) 使用简化的 EM 算法 ($\sigma^2 \rightarrow 0$) 计算人脸图像的低维表示。