



首都师范大学

人工智能数学基础 python实践

张苗苗

信息工程学院

□ 通过课程的学习掌握用Python实现人工智能数学基础问题的计算。

□ 课程内容：

- 高等数学

- ◆ 梯度、微积分、泰勒公式...

- 线性代数

- ◆ 矩阵运算、分解...

- 概率论

- ◆ 概率分布、估计...

- 数理统计

- ◆ 假设检验、相关分析...

- ...

第二章 高等数学基础

□ 在Python中实现以下问题的求解：

- 极限
- 导数
- 偏导数
- 方向导数
- 梯度

□ 所需的python库：

- `sympy`

□ Sympy是一个符号数学Python库。它的目标是成为一个全功能的计算机代数系统，同时保持代码的精简而易于理解和扩展。Sympy完全由Python写成，不需要任何外部库。

□ 可用Sympy进行数学表达式的符号推导和演算。比如：多项式求值、求极限、求导、解方程、解微分方程、级数展开等运算。

□包含的函数：

- 内置符号：

`sympy.E`: 自然对数底 e

`sympy.oo`: 无穷大

`sympy.pi` : 圆周率 π

...

- 初等运算：

`sympy.log`: 求对数

`sympy.sin`: 正弦函数

`sympy.sqrt` : 求平方根函数

`sympy.factorial`: 求阶乘

...

□包含的函数：

- 表达式与表达式求值：

`sympy.Symbol('x')`: 定义x为符号
`f = 2*x+1`: 写表达式f
`f.evalf(subs={x:2})`: 用evalf函数传入变量的值, 求解

- 求极限：

`sympy.limit`: 求极限

- 求导数：

`sympy.diff`: 求导数

使用python编程求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$

```
import sympy # 导入sympy 库
from sympy import oo # 从sympy库中导出无穷大函数
x = sympy.Symbol('x') # 定义x为符号
f = sympy.sin(x)/x # 定义表达式
result = sympy.limit(f,x,oo) # 求极限
print(result) # 输出结果
```


练习1-- 求极限



使用python编程求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

使用python编程求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

```
import sympy # 导入sympy 库
x = sympy.Symbol('x') # 定义x为符号
f = (x**2-1)/(x-1) # 定义表达式
result = sympy.limit(f,x,1) # 求极限
print(result) # 输出结果
```

使用python编程对以下函数求导

$$y = \arcsin\sqrt{\sin(x)}$$

```
import sympy # 导入sympy 库
```

```
from sympy.abc import x,y # 输出x, y为符号
```

```
y = sympy.asin(sympy.sqrt(sympy.sin(x))) # 定义表  
达式
```

```
result = sympy.diff(y) # 求导数
```

```
print(result) # 输出结果
```

使用python编程求以下函数在 (1,2) 处的偏导数

$$f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$$

```
import sympy # 导入sympy 库
from sympy.abc import x,y,f # 输出x, y, f为符号
f = x**2+3*x*y+y**2 # 定义表达式
fx = sympy.diff(f,x) # x偏导
fy = sympy.diff(f,y) # y偏导
print(fx.evalf(subs={x:1,y:2})) # 赋值并输出结果
print(fy.evalf(subs={x:1,y:2}))
```

练习4-- 求方向导数



使用python编程求函数 $z = xe^{2y}$ 在点P
(1,0) 处沿从点P (1,0) 到点Q (2, -1)
方向的方向导数。

```
import sympy # 导入sympy 库
from sympy.abc import x,y,z # 输出x, y, z为符号
z = x*sympy.exp(2*y) # 定义表达式
zx = sympy.diff(z,x) # x偏导
zy = sympy.diff(z,y) # y偏导
result = zx.evalf(subs={x:1,y:0})*sympy.cos(-
sympy.pi/4)+zy.evalf(subs={x:1,y:0})*sympy.sin(-
sympy.pi/4)
print(result) # 输出结果
```

使用python编程求以下函数的梯度gradu
及在点M (0,1,-1) 处方向导数的最大值

$$u = xyz + z^2 + 5$$

```
import sympy # 导入sympy 库
from sympy.abc import x,y,z,u # 输出x, y为符号
u = x*y*z+z**2+5 # 定义表达式
ux = sympy.diff(u,x) # x偏导
uy = sympy.diff(u,y) # y偏导
uz = sympy.diff(u,z) # z偏导
gradu = [ux.subs({x:0,y:1,z:-1}),uy.subs({x:0,y:1,z:-1}),uz.subs({x:0,y:1,z:-1})]
print(gradu)
maxgradu = sympy.sqrt(gradu[0]**2+gradu[1]**2+gradu[2]**2)
print(maxgradu)
```

练习6-- 梯度下降法



使用python编程求以下函数的最小值。

$\min f(x) = x - y + 2x^2 + 2xy + y^2$, 初值 (0,0)

```
# 定义函数表达式
def Fun(x,y):
    return x-y+2*x*x+2*x*y+y**2
# 定义沿x方向偏导数
def PxFun(x,y):
    return 1+4*x+2*y
# 定义沿y方向偏导数
def PyFun(x,y):
    return -1+2*x+2*y
```

```
# 梯度下降
step = 0.0008      # 学习率
x = 0               # 初始值
y = 0
new_x = x
new_y = y
Over = False
while Over == False:
    new_x -= step*PxFun(x,y)    # 更新
    new_y -= step*PyFun(x,y)
    if Fun(x,y)-Fun(new_x,new_y) < 7e-9:
        Over = True
    x = new_x
    y = new_y
print(x,y) #输出结果
```

通过python编程分别对下列问题求极限和导数

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sin(\ln x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$$

$$y = x^4 - 2x^3 + 5\sin x + \ln 3$$

P38 (4) Python编程求函数 $z = x^2 + y^2$ 在点 $(1,2)$ 处沿点 $(1,2)$ 到点 $(2, 2+\sqrt{3})$ 方向的偏导数, 以及在点 $(1,2)$ 处的梯度。



首都师范大学

谢谢!