



首都师范大学

人工智能数学基础Python实践

第三章 微积分

张苗苗

信息工程学院

□在Python中实现以下问题的求解：

- 定积分
- 数值积分
- 泰勒多项式展开

□所需的python库：

- `scipy`
- `numpy`

□ Scipy在Numpy的基础上增加了众多的数学、科学以及工程计算中常用的模块，例如线性代数、常微分方程数值求解、信号处理、图像处理、稀疏矩阵等等。

□包含的函数:

- **数值积分**
- **统计**
- **插值**
- **优化**
- ...

函数名	描述
quad	单积分
dblquad	二重积分
tplquad	三重积分
nquad	n倍多重积分

□ NumPy (Numerical Python) 是 Python 语言的一个扩展程序库，支持大量的维度数组与矩阵运算，此外也针对数组运算提供大量的数学函数库。

□ NumPy 通常与 SciPy (Scientific Python) 和 Matplotlib (绘图库) 一起使用，这种组合广泛用于替代 MatLab，是一个强大的科学计算环境，有助于我们通过 Python 学习数据科学或者机器学习。

□包含的函数：

- 求和、平均值、方差
- 更改数组的形状与数组堆叠
- 最值和排序
- 多项式函数
- 分段函数
- 统计函数
- ...

使用scipy科学计算库求 $\int_0^3 \cos^2(e^x) dx$

```
import numpy as np # 导入库
from scipy.integrate import quad # 导入一重积分函数
func = lambda x: np.cos(np.exp(x))**2 # 定义被积分的函数
solution = quad(func, 0, 3) # 调用quad积分函数
print(solution)
```

- **lambda是Python预留的关键字**
- **lambda的主体是一个表达式，而不是一个代码块。仅仅能在lambda表达式中封装有限的逻辑进去。**
- **lambda表达式是起到一个函数速写的作用。允许在代码内嵌入一个函数的定义。**
- **lambda表达式其实是python中的一类特殊的定义函数的形式，使用它可以定义一个匿名函数，函数体比def简单很多。**

lambda函数的语法:

lambda [arg1,[,arg2,...argn]]:expression

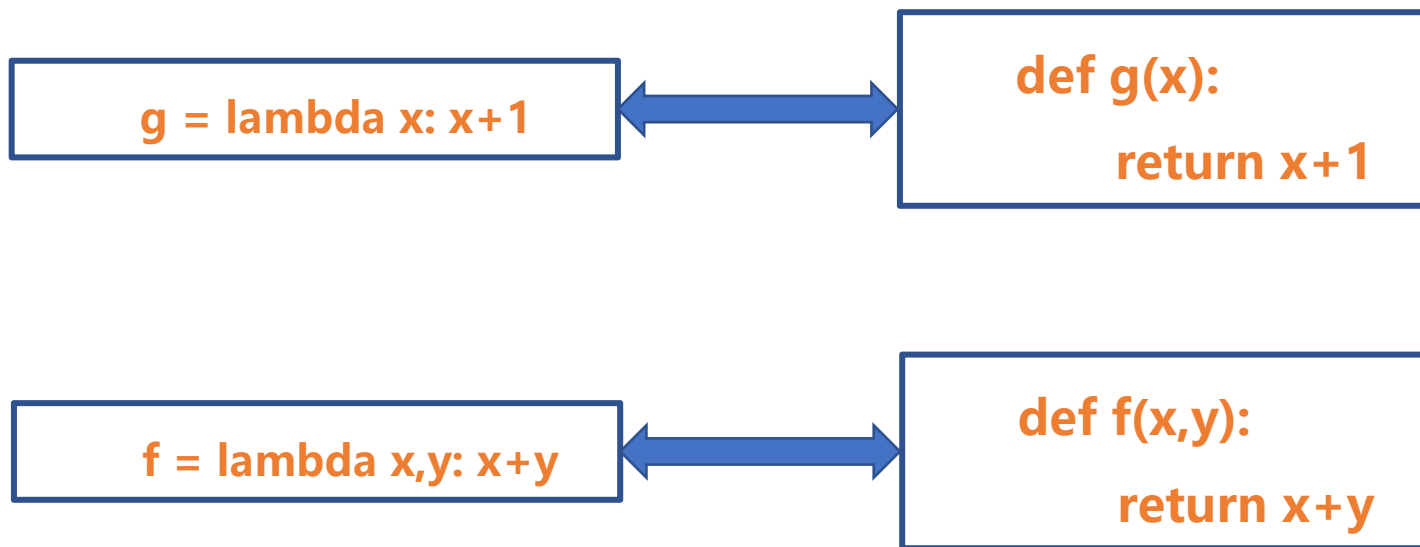
```
g = lambda x: x+1
```



```
def g(x):  
    return x+1
```

lambda函数的语法:

lambda [arg1,[,arg2,...argn]]:expression



用函数实现求 $\int_0^3 \cos^2(e^x) dx$ 的积分

```
import numpy as np # 导入库
a,b = 0,3
def f(x):          # 定义被积分的函数
    return np.cos(np.exp(x))**2

def trap(n):        #定义积分运算
    h = (b-a)/n
    x = a
    sum = 0
    for i in range(1,n):
        x2 = a+i*h
        sum = sum+(f(x)+f(x2))*h/2
        x = x2
    return sum

print(trap(10000))
```

使用scipy科学计算库求 $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy$
 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10\}$

```
import numpy as np    # 导入库
from scipy.integrate import dblquad # 导入二重积分函数
def integrand(x,y): # 定义被积函数
    return np.exp(-x**2-y**2)
xa = 0
xb = 10
ya = 0
yb = 10
solution,aberr = dblquad(integrand,xa,xb,ya,yb) # 调用二重积
分函数
print(solution,aberr)
```

利用scipy中的数值积分常用函数求下列定积分。

$$\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$$

$$\int_{-1}^0 \frac{3x^4 + 3^2 + 1}{x^2 + 1} dx$$

第四章 泰勒公式 与拉格朗日乘子法

练习1-- 利用泰勒多项式展开求近似



根据 e^x 的n次泰勒多项式展开式，求解无理数e的近似值。

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

```
def f(n):  
    sum1 = 1  
    if n==0:  
        sum1=1  
    else:  
        m=n+1  
        for i in range(1,m):  
            sum2=1.0  
            k=i+1  
            for j in range(1,k):  
                sum2 = sum2*j  
            sum1=sum1+1.0/sum2  
    return sum1
```

```
print(f(0))  
print(f(10))
```

练习2-- 求解拉格朗日乘子法



求目标函数 $u = x^3 y^2 z$ 在 $x + y + z = 12$ 条件下的最大值。

```
from sympy import * # 导入库
from sympy.abc import x,y,z,l # 定义符号
#构造拉格朗日等式
F = (x**3)*(y**2)*z+l*(x+y+z-12)

# 求偏导
Fx = diff(F,x)
Fy = diff(F,y)
Fz = diff(F,z)
Fl = diff(F,l)

#求解
aa = solve([Fx,Fy,Fz,Fl],[x,y,z,l])
print(aa)
```


练习2-- 求解拉格朗日乘子法



求目标函数 $u = x^3 y^2 z$ 在 $x + y + z = 12$ 条件下的最大值。

```
from sympy import * # 导入库
from sympy.abc import x,y,z,l # 定义符号
#构造拉格朗日等式
F = (x**3)*(y**2)*z+l*(x+y+z-12)
```

```
# 求偏导
```

```
Fx = diff(F,x)
```

```
Fy = diff(F,y)
```

```
Fz = diff(F,z)
```

```
Fl = diff(F,l)
```

```
#求解
```

```
aa = solve([Fx,Fy,Fz,Fl],[x,y,z,l])
```

```
print(aa)
```

```
for i in aa:
```

```
    if i[-1]!=0:
```

```
        result = (i[0]**3)*(i[1]**2)*i[2]
```

```
        x = i[0]
```

```
        y = i[1]
```

```
        z = i[2]
```

```
print(x,y,z,result)
```

求目标函数 $V = xyz$ 在 $xy + yz + xz = 6$ 条件下的最大值, V 表示体积。



首都师范大学

谢谢!