

1 有限元素分析

為了求得最佳化所需的參數，求出十桿桁架結構的最佳解，首先要建立一個包含以下內容的函數 <sol_TenBarTruss.m>，求出其剛性、位移、應力以及反作用力。

1.1 元素表

先定義各桿件及節點的編號，再列出之後需要的各參數的數值。包括各節點的座標、各桿件會接觸到的節點編號、楊氏係數、半徑、面積、長度以及角度 (cos, sin)，皆以矩陣方式列出。長度跟角度都是用節點座標間的距離關係作計算，座標的部分我是以向上為正。

將上述數值合成一個表格 T，方便之後使用。

1.2 整體剛性矩陣

先建立一個空白的 12*12(因為有六個節點，每個節點有兩個自由度) 的剛性矩陣 K，再寫一個函數 <add_element.m> 將數值分別填入相對應的自由度中。當 i=1，也就是第一根桿件時，他所接觸的節點為 node(1, 1) 及 node(1, 2)，也就是節點 3 跟節點 5。以節點 3 為例，節點 3 的自由度為 5 跟 6，因此將節點 3 算出的結果放於剛性矩陣的 (5:6, 5:6) 的位置，為正的。其他的過程也用同樣的方式計算輸入，並注意正負號。

1.3 位移矩陣

先根據題目建立 1*12 的力矩陣 F_matrix，再建立一個空白的 12*1 的位移矩陣 Q。可知力矩陣等於剛性矩陣乘位移矩陣。

$$F = K * Q$$

題目中節點 5 跟 6 是固定的，也就是自由度 9 到 12 的位移為 0。因此取 F_matrix 以及 K 的自由度 1 到 8 的部分，分別為 F 及 K_red 代入計算即可。由上式可知，Q 可以用 K_red \ F 來計算。計算出來後，再將位移矩陣 Q 的自由度 9 到 12 的部份加上 0。

1.4 應力矩陣

另外寫一個函數 `<compute_stress.m>`。首先建立一個 10×1 的空白應力矩陣 σ ，再將 Q 、 E 、 L 、 c 、 s 帶入公式做計算，即可得到應力矩陣。

1.5 反作用力矩陣

題目中的節點 5、6 為固定的，會使得自由度 9 到 12 有反作用力。要算出反作用力矩陣，可以將數值代入公式 $R = K * Q$ 中。首先設一個空白的 4×1 的反作用力矩陣 R ，剛性矩陣取自自由度 9 到 12 的部分，再將數據代入上述的公式，就可以得到反作用力。

2 最佳化

使用 `fmincon` 來做最佳化。主要是照老師講義寫的步驟做，尤其是主程式的部分。

2.1 最佳化主程式

主程式為 `<main.m>`。先隨機設一個起始點，再設所要最佳化的上下界線。像本題題目所給的是所有桿件半徑的最佳化範圍為 0.001m 至 0.5 m 之間，就將 `ub` 代 `[0.5, 0.5]`，`lb` 代 `[0.001, 0.001]`。其他大多是照老師所寫的稍微改寫一下。

2.2 最佳化目標函數

將所要做最佳化主題的公式寫入此函數 `<obj.m>`。本題題目所要做的是將質量及半徑做最佳化，因此把所有的桿件質量總和公式寫在這個函數內。

2.3 最佳化的拘束條件

將題目所提供的限制寫入此函數 `<nonlcon.m>`。本題題目所要求的限制條件有兩個，第一個是所有桿件應力的絕對值都要小於等於降伏應力，第二個是節點 2 的位移要小於等於 0.02m。將參數都移項到小於等於的左邊，使得右邊為零。接下只要將不等式左邊的東西寫出來就好了。

並讀取前面做完的桿件的有限元素分析函數 <sol_TenBarTruss>，利用函數內已經得出結果的位移及應力來帶入限制條件內。