## 一、要求

基于实际激光陀螺捷联惯导系统的车载实验数据d\_GyroAcc.dat，通过matlab编程实现捷联惯导系统初始对准、惯导解算的全过程。

### 1.1 初始自对准

利用前10分钟实验车静止的数据进行惯导系统的自对准。采用前2分钟数据进行解析粗对准，后8分钟数据用五状态Kalman滤波器实现精对准；为了验证精对准性能，可在粗对准结果上把航向角人为加一定幅度（如10度）的误差，观察精对准的收敛性能。

### 1.2 纯惯导解算

对准结束后转入纯惯性导航解算，要求进行双子样的圆锥和划摇补偿，即每20ms完成一次导航解算，输出完整的导航结果包括三个姿态、两个水平速度和两个水平位置（天向通道发散不必输出），并给出姿态、速度、位置随时间的变化曲线以及位置误差曲线。

## 二 算法分析及程序编排

### 2.1初始对准粗对准

在静基座上，加速度计测得的是重力加速度矢量在飞行器坐标系b中的分量，陀螺仪测得的是地球自转角速度矢量在b系中分量。而这两个矢量在一导航坐标系—地理坐标系E中的分量是已知的，且为常值。如下矢量变换等式成立



构造第三个矢量：



则可以构造方程：



若可逆，则可求出



其中：

 

### 2.2 精对准

精对准是建立在粗对准的基础之上的，最优估计初始对准的基本手段是：根据状态空间模型，构建状态空间模型，构建滤波估计的系统方程和观测方程，利用kalman滤波为代表的估计手段，对误差状态进行估计，从而实现初始对准。

#### 2.2.1 静基座对准的滤波器模型

（1）系统方程

静止状态下，采用三个姿态角误差和两个水平速度误差进行状态滤波，根据惯导系统误差方程可得五状态的误差方程：



其中：

，各个参数分别对应陀螺仪和加表的零偏。

（2）观测方程

利用水平方向的两个速度误差作为测量信息，建立观测方程：



观测量为水平速度测量误差：



则：



得到系统方程和量测方程后需要对连续系统进行离散化，离散化后就可以根据离散卡尔曼滤波方程进行滤波。

（3）离散卡尔曼滤波方程

状态一步预测方程：



状态估值计算方程：



滤波增益方程：



一步预测均方误差方程：



估计均方误差方程：



#### 2.2.2 捷联惯导系统精对准的可观性分析

(1) 捷联惯导系统精对准的系统方程

由捷联惯导系统静基座对准卡尔曼滤波模型可知，系统矩阵和量测矩阵分别为：



在实际对准过程中，捷联惯导的旋转矩阵是变化的，系统矩阵严格地讲是一个变化的矩阵，时变系统是很难进行可观性分析。但是由于静基座对准，而且对准的时间相对对较短，参数在对准过程中变化很小，因此可以近似为没有变化，这时可以近似看做定常系统。

为了分析问题方便，对状态矢量进行线性变换：



其中：，其中参数以此是东向、北向速度误差，  分别是北向、东向、天向的的姿态角误差， 分别为东向、北向加速度计常值零偏；  分别为等效东向、北向和天向陀螺常值零偏.代入系统方程可得：



观测方程变成：



根据线性定常系统可观性判定准则，系统观测矩阵：



经计算，所以系统不完全可观测，只有7个状态能观测，3各状态不可观测。

(2) 捷联系统可观测性分析的法

考虑定常系统



设初始条件为零，对上式进行拉式变化得：



利用克莱姆法则求解得到：



其中



定理：系统完全可控的充要条件是在复数域上线性无关。

将上式带入原系统方程并比较各之间的线性关系，可以得到以下结论：

（1）为常数，所以对应的和是线性相关的，所以二者不能同时可观；

（2） 所以、  、、 这四个状态中最多只有三个状态可观。

（3），所以、和是线性相关的。

上面提到的状态变量可以有16种不可观测状态的组合结果，其对7个可观测状态的影响也不同，通过去掉状态变量的低阶系统的观测性矩阵秩的分析。分别计算着16种降阶系统的系统秩，可以发现只有3种7阶系统的可观测性为7，其余的均不可观。

**(3) 捷联系统不可观测状态的确定**

这里将法和奇异值法相结合，就能确定系统的不可观测状态在这三种秩为7的状态组合下，分别计算可观测矩阵的奇异值，结果如下图：



由此可见，在上述奇异值数据中，第一组组合是相对最优的，因此、、为不可观状态变量，其余7个状态构成的系统是可观的。

因此我们可以得到结论：在捷联惯导系统静基座对准中，固定位置对准时，有7个状态可观测，有3个状态（  ）不可观测，去掉这三个状态，可以实现降阶的次优卡尔曼滤波完成对准。

### 2.3 纯惯导解算原理

#### 2.3.1 微分方程的求解

根据四元数微分方程：



即 

设t时刻由坐标系b至坐标系m的四元数为，则在时间间隔内，经过一次积分，微分方程的解为：



其中：

且



带入上式，表示为向量形式可得：



其中：

#### 2.3.2 姿态四元数更新

由载体姿态变化的四元数微分方程可表示为：



在姿态更新时间间隔，同时考虑载体坐标系b和导航系n的旋转，则：



式中：载体系相对于惯性空间的旋转矩阵，导航系相对于惯性空间的旋转矩阵。

（1）等效转动矢量的补偿

旋转矢量的计算公式为：



其中第一项为直接积分项，第二项为圆锥补偿项。

这里采用双子样圆锥算法，即：



#### 2.3.3速度微分方程的解

在一个速度更新时间周期内，速度更新的递推公式为：



其中第一项为前一时刻速度，第二项为比力积分增量，第三项为重力和哥氏加速度积分增量。

比例积分增量的求解：



与姿态更新算法同理，由于n系旋转缓慢，时间间隔内近似为常值旋转，则积分变为：



式中：，旋转矢量：

其中，



式中第一项为常速度分量，表示在内加表输出的速度增量；

第二项旋转效应项，其中表示在内陀螺的角速度增量；

第三项为划摇效应项；

（1）划摇补偿项

划摇补偿项采用二子样算法：



#### 2.3.4位置更新

对速度积分即可得到位置矢量，积分方式可选用矩形积分、梯形积分、尹普生法则或者龙哥库塔积分等，由于目前的导航结算更新率比较高，因此选择梯形积分即可。

在地理系下，采用梯形积分可得:



### 3.4 惯性导航解算的流程

捷联惯导计算基于安装在载体上的惯性仪表测得的角速度矢量和比例矢量来确定载体的姿态、速度和位置，把惯性仪表的测量值用于各个方程中，通过高精度的数值积分算法求得所要求的导航信息，其计算流程如下：

图1惯性导航解算的流程

## 三 Matlab程序说明

### 3.1主体程序流程图

图2 matlab程序流程图

### 3.2 主要matlab程序说明

（1）main.m主函数

Matlab主程序，主要包括常数定义、粗对准、基于kalman滤波的精对准、纯惯导解算以及结果输出等内容。

（2）SINS.m 纯惯导解算函数

纯惯导解算函数，输入是一个结构体，其中包括上一时刻的四元数、速度以及位置（经纬高），输出为当前时刻的结构体，包括当前时刻的四元数、速度以及位置（经纬高）。惯导解算时，导航系为“北-东-地”坐标系，载体系为“前-右-下”坐标系。采用四元数更新算法，以此更新四元数、速度、位置。

（3）data.m 数据处理函数

这个函数主要用来对惯性元器件数据进行预处理。输入是实验中获得的陀螺仪和加表数据，输出为双子样圆锥补偿、划摇补偿。由于实验数据采用的是“前-上-右”坐标系，因此我们需要做一个简单的转换，同时，在进行惯导解算时，采用双子样的圆锥补偿和划摇补偿。

（4）kalmanfun.m 离散卡尔曼滤波方程

这是一个比较通用离散kalman滤波方程，输入有一步转移矩阵、系统误差矩阵、上一步状态矩阵、上一步误差均方矩阵、观测矩阵以及观测噪声等。输出下一时刻状态矩阵和误差均方矩阵。函数中包括五个方程：状态一步预测方程、状态估值计算方程、滤波增益方程、一步预测均方误差方程、估计均方误差方程。

（5）quamul.m WGS84\_gravity.m

前者是四元数相乘函数，后者是根据纬度和高程计算重力加速度的函数。

（6）dcm2eul.m dcm2qua.m eul2dcm.m eul2qua.m qua2dcm.m qua2eul.m qua2rov.m

方向余弦矩阵、欧拉角、四元数以及旋转矢量之间的相互转换函数。

## 四 实验结果处理分析

### 5.1 初始对准粗对准

实验采用前两分钟时间的数据进行粗对准，粗对准的结果是：



我们可以发现粗对准的结果相比于真实姿态角有较大误差。

### 5.2 初始对准精对准

根据粗对准的结果，实验用接下来的八分钟进行基于卡尔曼滤波算法的精对准，精对准的结果对比如下（其中真实角度也有一定误差）：

表1 初始对准结果对比

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 滚转角 | 俯仰角 | 偏航角 |
| 真实姿态角 | 0.0041 | -0.0631 | -149.2345 |
| 粗对准结果 | -0.010532 | -0.062146 | -141.630656 |
| 精对准结果 | 0.003362 | -0.060913 | -149.233753 |

各姿态角的收敛过程：



图 3 精对准时滚转角收敛过程



图 4 精对准时俯仰角角收敛过程



图 5 精对准时偏航角角收敛过程

对比三个姿态角收敛过程可以发现，偏航角的收敛速度要比远小于滚转角和俯仰角的收敛速度。从五状态的均方差中，我们也可以发现偏航角的收敛情况比较慢，而东向速度和北向速度的均方差最终并没有收敛到零。

系统误差和测量噪声的选择对于滤波过程非常重要，相关参数选择是否合适对于最终的滤波结果影响非常大，因此在这里经过多次尝试，选择一个相对比较好的参数。

为了进一步观察精对准的收敛性能，我认为的在粗对准的基础上再加入10度的误差，可以得到以下结果：

表2 初始对准结果对比

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 滚转角 | 俯仰角 | 偏航角 |
| 真实姿态角 | 0.0041 | -0.0631 | -149.2345 |
| 精对准结果 | 0.003362 | -0.060913 | -149.233753 |
| 精对准结果  （人为误差） | 0.003361 | -0.060915 | -149.229330 |



图7 人为加入误差后精对准偏航角收敛过程

对比二者的结果可以发现，最终的对准结果基本一致，只是收敛所需要的时间稍长一点，由此可见kalman滤波在精对准中有比较好的收敛性能，适应能力也比较好。

**5.3 纯惯导解算**

精对准接收后，开始正式的惯导解算，以下是惯导结算的结果图：

（1）滚转角和俯仰角变化情况



图8滚转角和俯仰角变化情况

（2）偏航角变化情况



图9偏航角变化情况

（3）东向和北向的速度变化



图10东向和北向的速度变化

（4）平面相对位置



图11小车在平面上的相对位置

观察实验结果，姿态角、速度、相对位置等导航信息基本上与实际相符。实验过程中，我们发现初始对准结果对于连续导航误差的影响非常大。