

## LeetCode 热题 HOT 100 (3)

### 139. 单词拆分

(动态规划)  $O(n^3)$

思路

状态表示:  $f[i]$  表示字符串  $s$  的前  $i$  个字符是否可以拆分成  $wordDict$ , 其值有两个 `true` 和 `false`。

状态计算: 依据最后一次拆分成的字符串  $str$  划分集合, 最后一次拆分成的字符串  $str$  可以为  $s[0 \sim i - 1]$ ,  $s[1 \sim i - 1]$ , ...,  $s[j \sim i - 1]$ 。

状态转移方程:  $f[i] = true$  的条件是:  $f[j] = true$  并且  $s[j, i - 1]$  在  $hash$  表中存在。

初始化:  $f[0] = true$ , 表示空串且合法。

实现细节:

为了快速判断字符串  $s$  拆分出来的子串在  $wordDict$  中出现, 我们可以用一个哈希表存储  $wordDict$  中的每个  $word$ 。

时间复杂度分析: 状态枚举  $O(n^2)$ , 状态计算  $O(n)$ , 因此时间复杂度为  $O(n^3)$ 。

c++代码

```
1 class Solution {
2 public:
3     bool wordBreak(string s, vector<string>& wordDict) {
4         unordered_set<string> hash; //存储单词
5         vector<bool> f(s.size() + 1, false);
6         f[0] = true; //初始化
7         for(string word : wordDict){
8             hash.insert(word);
9         }
10        for(int i = 1; i <= s.size(); i++){
11            for(int j = 0; j < i; j++){
12                if(f[j] && hash.find(s.substr(j, i - j)) != hash.end()){
13                    f[i] = true;
14                    break; //只要有一个子集满足就ok了
15                }
16            }
17        }
18        return f[s.size()];
19    }
20};
```

### 141. 环形链表

思路

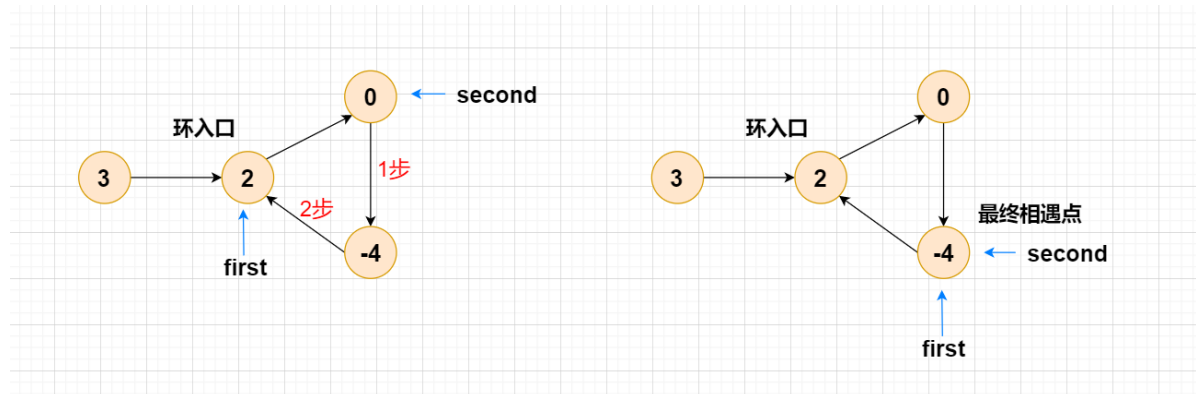
(链表, 指针扫描)  $O(n)$

用两个指针从头开始扫描, 第一个指针每次走一步, 第二个指针每次走两步。如果走到 `null`, 说明不存在环; 否则如果两个指针相遇, 则说明存在环。

## 为什么呢?

假设链表存在环，则当第一个指针走到环入口时，第二个指针已经走到环上的某个位置，距离环入口还差  $x$  步。由于第二个指针每次比第一个指针多走一步，所以第一个指针再走  $x$  步，两个指针就相遇了。

如下图所示：



第二个指针还差2步就可以到达环入口，但是第二个指针每次比第一个指针多走1步，因此第一个指针再走2步，两个指针就会相遇。

## 时间复杂度分析：

第一个指针在环上走不到一圈，所以第一个指针走的总步数小于链表总长度。而第二个指针走的路程是第一个指针的两倍，所以总时间复杂度是  $O(n)$ 。

## c++代码

```
1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode(int x) : val(x), next(NULL) {}
7   * };
8   */
9  class Solution {
10 public:
11     bool hasCycle(ListNode *head) {
12         // 只有零个或者1个节点，必然不会成环
13         if(!head || !head->next) return false;
14         ListNode *first = head;
15         ListNode *second = head;
16         while(second){
17             first = first->next, second = second->next;
18             if(!second) return false;
19             second = second->next;
20             if(second == first) return true;
21         }
22         return false;
23     }
24 };;
```

## 142. 环形链表 II

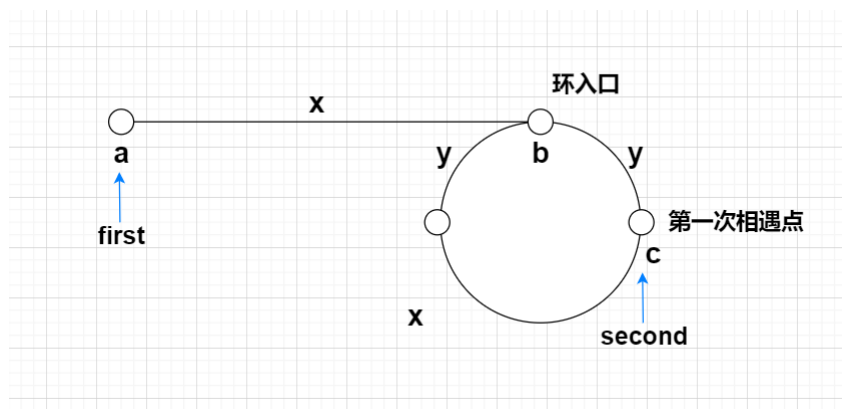
### 思路

(链表, 快慢指针)  $O(n)$

本题的做法比较巧妙。

用两个指针 *first*, *second* 分别从起点开始走, *first* 每次走一步, *second* 每次走两步。

如果过程中 *second* 走到 `null`, 则说明不存在环。否则当 *first* 和 *second* 相遇后, 让 *first* 返回起点, *second* 待在原地不动, 然后两个指针每次分别走一步, 当相遇时, 相遇点就是环的入口。



**证明:** 如上图所示, *a* 是起点, *b* 是环的入口, *c* 是两个指针的第一次相遇点, *ab* 之间的距离是 *x*, *bc* 之间的距离是 *y*。

则当 *first* 走到 *b* 时, 由于 *second* 比 *first* 多走一倍的路, 所以 *second* 已经从 *b* 开始在环上走了 *x* 步, 可能多余1圈, 距离 *b* 还差 *y* 步 (这是因为第一次相遇点在 *b* 之后 *y* 步, 我们让 *first* 退回 *b* 点, 则 *second* 会退 *2y* 步, 也就是距离 *b* 点还差 *y* 步); 所以 *second* 从 *b* 点走 *x+y* 步即可回到 *b* 点, 所以 *second* 从 *c* 点开始走, 走 *x* 步即可恰好走到 *b* 点, 同时让 *first* 从头开始走, 走 *x* 步也恰好可以走到 *b* 点。所以第二次相遇点就是 *b* 点。

### 时间复杂度分析:

*first* 总共走了  $2x + y$  步, *second* 总共走了  $2x + 2y + x$  步, 所以两个指针总共走了  $5x + 3y$  步。由于当第一次 *first* 走到 *b* 点时, *second* 最多追一圈即可追上 *first*, 所以 *y* 小于环的长度, 所以  $x + y$  小于等于链表总长度。所以总时间复杂度是  $O(n)$ 。

### c++代码

```
1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode(int x) : val(x), next(NULL) {}
7   * };
8   */
9  class Solution {
10 public:
11     ListNode *detectCycle(ListNode *head) {
12         if(!head || !head->next) return NULL;
13         ListNode *first = head;
14         ListNode *second = head;
15         while(second){
16             first = first->next, second = second->next;
17             if(!second) return NULL;
18             second = second->next;
19             if(second == first){
```

```

20         first = head;
21         while(first != second){
22             first = first->next;
23             second = second->next;
24         }
25         return first;
26     }
27 }
28 return NULL;
29 }
30 };

```

## 146. LRU 缓存

### 题意解释

请为LRU缓存设计一个数据结构。支持两种操作：`get`和`set`。

- `get(key)`：如果 `key` 在缓存中，则返回 `key` 对应的值（保证是正的）；否则返回 `-1`；
- `set(key, value)`：如果 `key` 在缓存中，则更新 `key` 对应的值；否则插入 `(key, value)`，如果缓存已满，则先删除上次使用时间最老的 `key`。

### 思路

(双链表+哈希)  $O(1)$

使用一个双链表和一个哈希表：

- 双链表存储一个节点被使用（`get`或者`put`）的时间戳，且按最近使用时间从左到右排好序，最先被使用的节点放在双链表的第一位，因此双链表的最后一位就是最久未被使用的节点；
- 哈希表存储 `key` 对应的链表中的节点地址,用于 `key-value` 的增删改查；

初始化：

- `n` 是缓存大小；
- 双链表和哈希表都为空；

`get(key)`：首先用哈希表判断`key`是否存在：

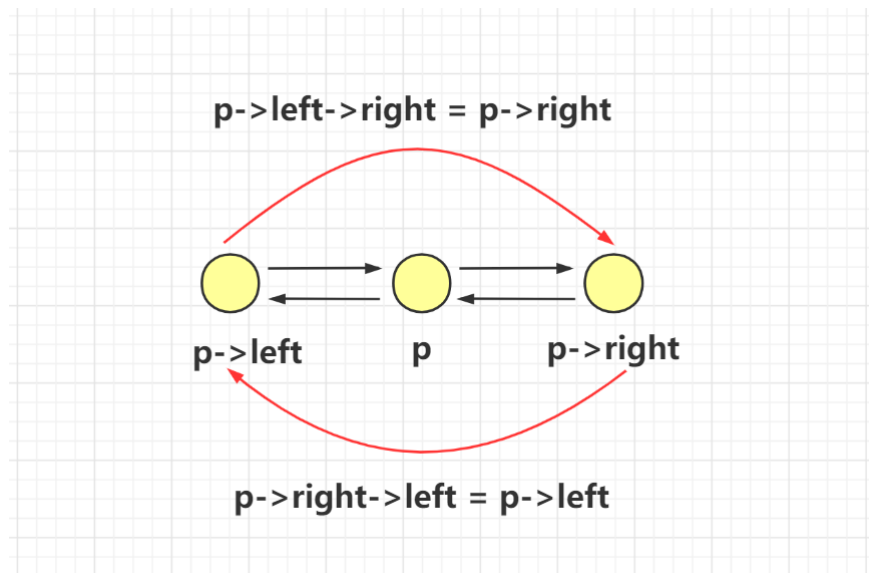
- 如果`key`不存在，则返回-1；
- 如果`key`存在，则返回对应的`value`，同时将`key`对应的节点放到双链表的最左侧；

`put(key, value)`：首先用哈希表判断`key`是否存在：

- 如果`key`存在，则修改对应的`value`，同时将`key`对应的节点放到双链表的最左侧；
- 如果`key`不存在：
  - 如果缓存已满，则删除双链表最右侧的节点（上次使用时间最老的节点），更新哈希表；
  - 否则，插入(`key, value`)：同时将`key`对应的节点放到双链表的最左侧，更新哈希表；

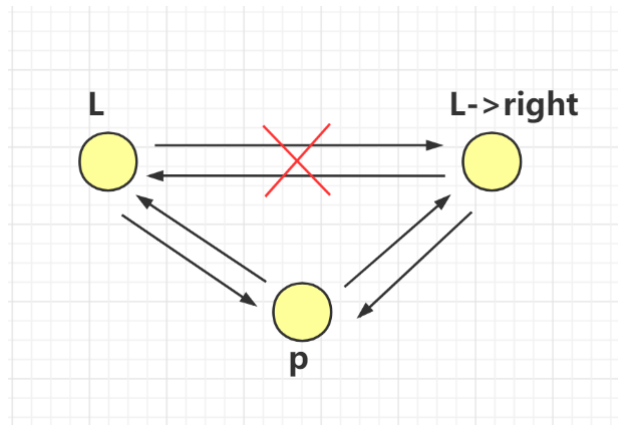
### 对应的双链表的几种操作

#### 1、删除p节点



```
1 p->right->left = p->left;
2 p->left->right = p->right;
```

2、在L节点之后插入p节点



```
1 p->right = L->right;
2 p->left = L;
3 L->right->left = p;
4 L->right = p;
```

**时间复杂度分析：**双链表和哈希表的增删改查操作的时间复杂度都是  $O(1)$ ，所以get和set操作的时间复杂度也都是  $O(1)$ 。

**c++代码**

```
1 class LRUCache {
2 public:
3
4     //定义双链表
5     struct Node{
6         int key,value;
7         Node* left ,*right;
8         Node(int _key,int _value):
9             key(_key),value(_value),left(NULL),right(NULL){}
10    }*L,*R;//双链表的最左和最右节点，不存贮值。
11    int n;
12    unordered_map<int,Node*>hash;
```

```

12
13 void remove(Node* p)
14 {
15     p->right->left = p->left;
16     p->left->right = p->right;
17 }
18 void insert(Node *p)
19 {
20     p->right = L->right;
21     p->left = L;
22     L->right->left = p;
23     L->right = p;
24 }
25 LRUCache(int capacity) {
26     n = capacity;
27     L = new Node(-1,-1), R = new Node(-1,-1);
28     L->right = R;
29     R->left = L;
30 }
31
32 int get(int key) {
33     if(hash.count(key) == 0) return -1; //不存在关键字 key
34     auto p = hash[key];
35     remove(p);
36     insert(p); //将当前节点放在双链表的第一位
37     return p->value;
38 }
39
40 void put(int key, int value) {
41     if(hash.count(key)) //如果key存在，则修改对应的value
42     {
43         auto p = hash[key];
44         p->value = value;
45         remove(p);
46         insert(p);
47     }
48     else
49     {
50         if(hash.size() == n) //如果缓存已满，则删除双链表最右侧的节点
51         {
52             auto p = R->left;
53             remove(p);
54             hash.erase(p->key); //更新哈希表
55             delete p; //释放内存
56         }
57         //否则，插入(key, value)
58         auto p = new Node(key,value);
59         hash[key] = p;
60         insert(p);
61     }
62 }
63 };

```

## 148. 排序链表

### 思路

(归并排序)  $O(n\log n)$

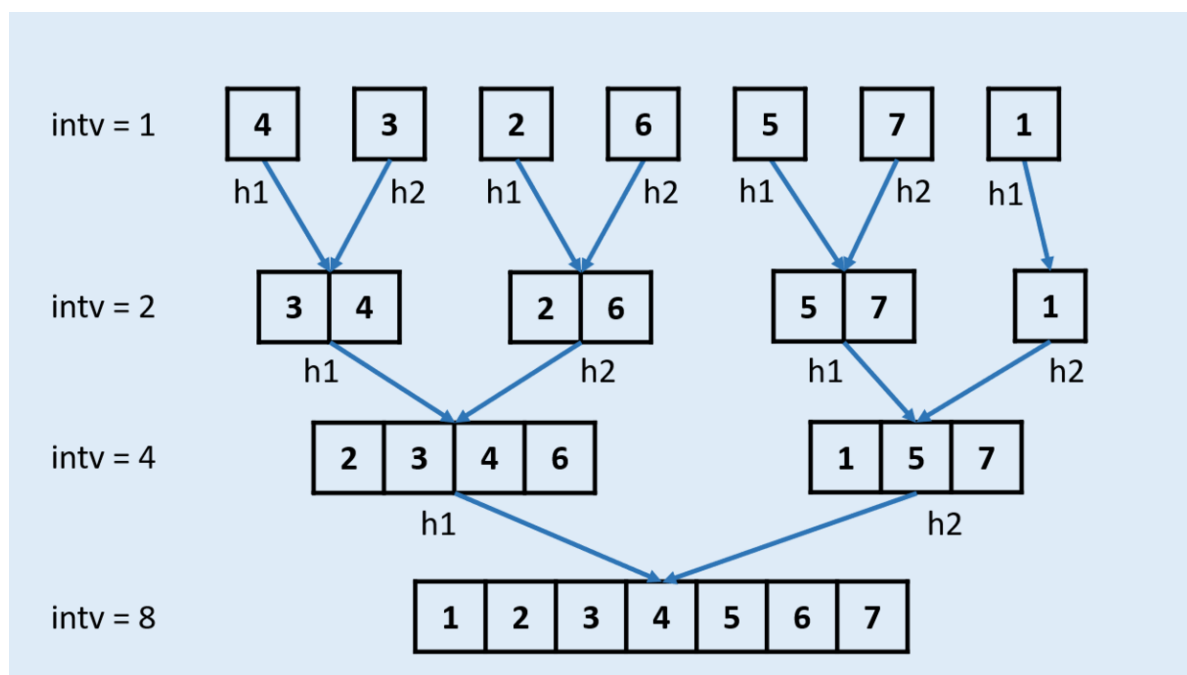
自顶向下递归形式的归并排序，由于递归需要使用系统栈，递归的最大深度是  $\log n$ ，所以需要额外  $O(\log n)$  的空间。

所以我们需要使用自底向上非递归形式的归并排序算法。

基本思路是这样的，总共迭代  $\log n$  次：

1. 第一次，将整个区间分成连续的若干段，每段长度是2：  
[a0, a1], [a2, a3], ... [an - 1, an - 1][a0, a1], 然后将每一段内排好序，小数在前，大数在后；
2. 第二次，将整个区间分成连续的若干段，每段长度是4：  
[a0, ..., a3], [a4, ..., a7], ... [an - 4, ..., an - 1][a0, ..., a3], 然后将每一段内排好序，这次排序可以利用之前的结果，相当于将左右两个有序的半区间合并，可以通过一次线性扫描来完成；
3. 依此类推，直到每段小区间的长度大于等于  $n$  为止；

另外，当  $n$  不是2的整次幂时，每次迭代只有最后一个区间会比较特殊，长度会小一些，遍历到指针为空时需要提前结束。



### 举个例子：

根据图片可知，从底部往上逐渐进行排序，先将长度是 1 的链表进行两两排序合并，再形成新的链表 head，再在新的链表的基础上将长度是 2 的链表进行两两排序合并，再形成新的链表 head ... 直到将长度是  $n / 2$  的链表进行两两排序合并

```
1 step=1: (3->4) -> (1->7) -> (8->9) -> (2->11) -> (5->6)
2 step=2: (1->3->4->7) -> (2->8->9->11) -> (5->6)
3 step=4: (1->2->3->4->7->8->9->11) -> 5->6
4 step=8: (1->2->3->4->5->6->7->8->9->11)
```

具体操作，当将长度是  $i$  的链表两两排序合并时，新建一个虚拟头结点 dummy，[j, j + i - 1] 和 [j + i, j + 2 \* i - 1] 两个链表进行合并，在当前组中，p 指向的是当前合并的左边的链表，q 指向的是当前合并的右边的链表，o 指向的是下一组的开始位置，将左链表和右链表进行合并，加入到 dummy 的链表中，操作完所有组后，返回 dummy.next 链表给  $i * 2$  的长度处理

注意的是：需要通过 **l** 和 **r** 记录当前组左链表和右链表使用了多少个元素，用的个数不能超过 **i**，即使长度不是 **2n** 也可以同样的操作

### 时间复杂度分析：

整个链表总共遍历  $\log n$  次，每次遍历的复杂度是  $O(n)$ ，所以总时间复杂度是  $O(n \log n)$ 。

### 空间复杂度分析：

整个算法没有递归，迭代时只会使用常数个额外变量，所以额外空间复杂度是  $O(1)$ 。

### c++代码

```
1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
7   *     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
8   *     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x), next(next) {}
9   * };
10  */
11  class Solution {
12  public:
13      ListNode* sortList(ListNode* head) {
14          int n = 0;
15          for(auto p = head; p; p = p->next) n++;
16          auto dummy = new ListNode(-1); //虚拟头节点
17          dummy->next = head;
18          //每次归并段的长度，每次长度依次为1,2,4,8...n/2，小于n是因为等于n时说明所有元素均归并完毕，大于n时同理
19          for(int i = 1; i < n; i *= 2)
20          {
21              auto cur = dummy ;
22              for(int j = 1; j + i <= n; j += 2*i ){ //j代表每一段的开始，每次将两段有序段归并为一个大的有序段，故而每次+2i //必须保证每段中间序号是小于等于链表长度的，显然，如果大于表长，就没有元素可以归并了
23                  auto p = cur->next, q = p; //p表示第一段的起始点，q表示第二段的起始点，之后开始归并即可
24                  for(int k = 0; k < i; k++) q = q->next;
25                  //l,r用于计数第一段和第二段归并的节点个数，由于当链表长度非2的整数倍时表长会小于i,故而需要加上p && q的边界判断
26                  int l = 0, r = 0;
27                  while(l < i && r < i && p && q) //二路归并
28                  {
29                      if(p->val <= q->val) cur = cur->next = p, p = p->next, l++;
30                      else cur = cur->next = q, q = q->next, r++;
31                  }
32                  while(l < i && p) cur = cur->next = p, p = p->next, l++;
33                  while(r < i && q) cur = cur->next = q, q = q->next, r++;
34                  cur->next = q; //记得把排好序的链表尾链接到下一链表的表头，循环完后q为下一链表表头
35              }
36          }
37          return dummy->next;
38      }
39  }
```



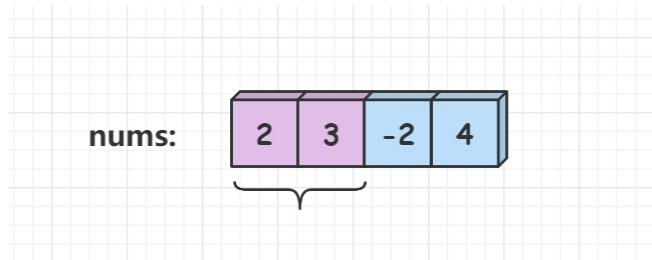
## 152. 乘积最大子数组

思路

(动态规划)  $O(n)$

给你一个整数数组 `nums`，让我们找出数组中乘积最大的连续子数组对应的乘积。

样例：



如样例所示，`nums = [2, 3, -2, 4]`，连续子数组 `[2, 3]` 有最大乘积 `6`，下面来讲解动态规划的做法。

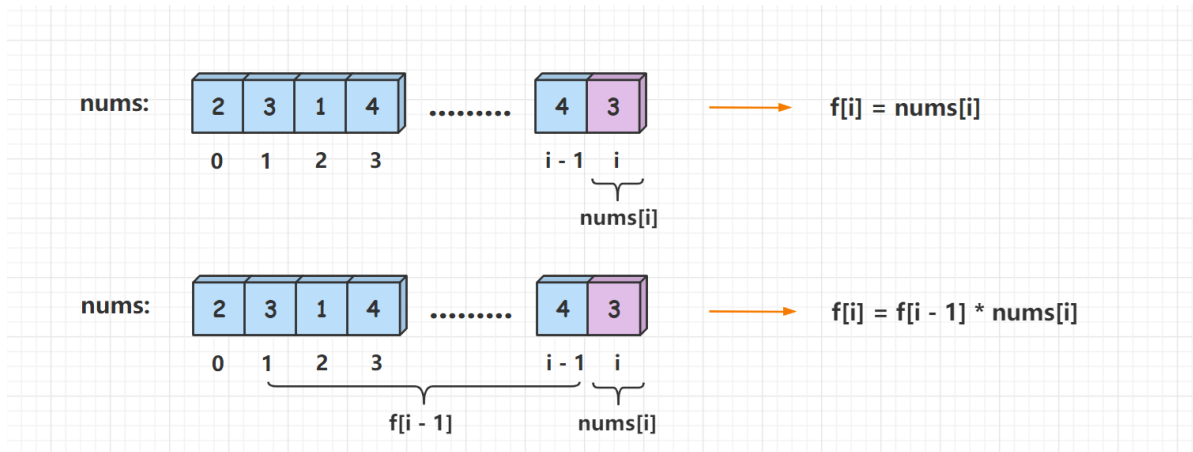
状态表示：

`f[i]` 表示以 `num[i]` 结尾的连续子数组乘积的最大值。

假设 `nums` 数组都是非负数，对于每个以 `nums[i]` 结尾的连续子数组，我们有两种选择方式：

- 1、只有 `nums[i]` 一个数，那么以 `num[i]` 结尾的连续子数组乘积的最大值则为 `nums[i]`，即 `f[i] = nums[i]`。
- 2、以 `nums[i]` 为结尾的多个数连续组成的子数组，那么问题就转化成了以 `nums[i - 1]` 结尾的连续子数组的最大值再乘以 `nums[i]` 的值，即 `f[i] = f[i - 1] * nums[i]`。

图示：



最后的结果是两种选择中取最大的一个，因此状态转移方程为：`f[i] = max(nums[i], f[i - 1] * nums[i])`。

但是 `nums` 数组中包含有正数，负数和零，当前的最大值如果乘以一个负数就会变成最小值，当前的最小值如果乘以一个负数就会变成一个最大值，因此我们还需要维护一个最小值。

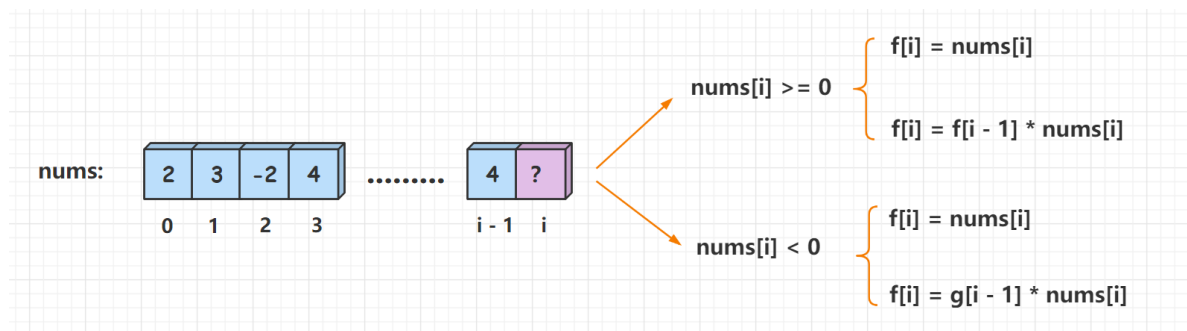
新的状态表示：

`f[i]` 表示以 `num[i]` 结尾的连续子数组乘积的最大值，`g[i]` 表示以 `num[i]` 结尾的连续子数组乘积的最小值。

我们先去讨论以 `nums[i]` 结尾的连续子数组的最大值的状态转移方程：

- 1、如果  $\text{nums}[i] \geq 0$ ，同刚开始讨论的一样， $f[i] = \max(\text{nums}[i], f[i - 1] * \text{nums}[i])$ 。
- 2、如果  $\text{nums}[i] < 0$ ，只有  $\text{nums}[i]$  一个数，最大值为  $\text{nums}[i]$ 。有多个数的话，问题就转化成了以  $\text{nums}[i - 1]$  结尾的连续子数组的最小值再乘以  $\text{nums}[i]$  (最小值乘以一个负数变成最大值)，即  $f[i] = \max(\text{nums}[i], g[i - 1] * \text{nums}[i])$ 。

图示：

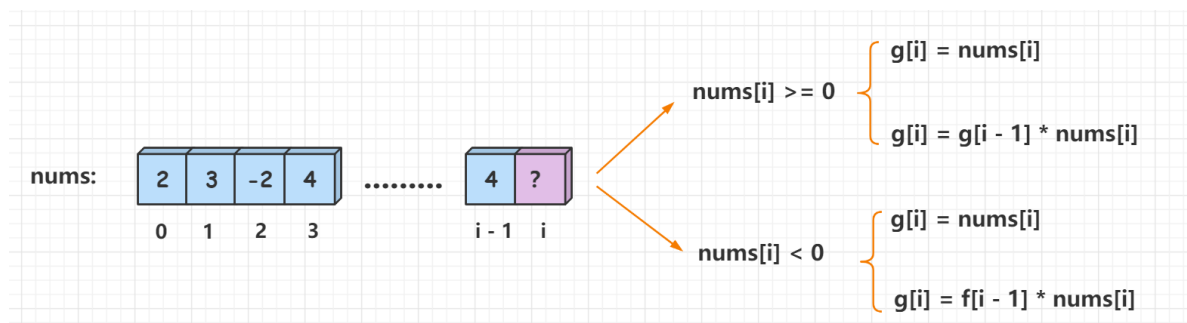


综上，最大值的状态转移方程为： $f[i] = \max(\text{nums}[i], \max(f[i - 1] * \text{nums}[i], g[i - 1] * \text{nums}[i]))$ 。

再去讨论以  $\text{nums}[i]$  结尾的连续子数组的最小值的状态转移方程：

- 1、如果  $\text{nums}[i] \geq 0$ ，同最大值的思考方式一样，只需把  $\max$  换成  $\min$ ，即  $g[i] = \min(\text{nums}[i], g[i - 1] * \text{nums}[i])$ 。
- 2、如果  $\text{nums}[i] < 0$ ，只有  $\text{nums}[i]$  一个数，最小值为  $\text{nums}[i]$ 。有多个数的话，问题就转化成了以  $\text{nums}[i - 1]$  结尾的连续子数组的最大值再乘以  $\text{nums}[i]$  (最大值乘以一个负数变成最小值)，即  $g[i] = \min(\text{nums}[i], f[i - 1] * \text{nums}[i])$ 。

图示：



综上，最小值的状态转移方程为： $g[i] = \min(\text{nums}[i], \min(g[i - 1] * \text{nums}[i], f[i - 1] * \text{nums}[i]))$ 。

最后的结果就是分别以  $\text{nums}[0]$  或  $\text{nums}[1]$ ，，，或  $\text{nums}[i]$  为结尾的连续子数组中取乘积结果最大的。

初始化：

只有一个数  $\text{nums}[0]$  时，以  $\text{nums}[i]$  结尾的连续子数组乘积的最大值和最小值都为  $\text{nums}[0]$ 。

时间复杂度分析：只遍历一次  $\text{nums}$  数组，因此时间复杂度为  $O(n)$ ， $n$  是  $\text{nums}$  数组的长度。

c++代码

```
1 class solution {
2 public:
3     int maxProduct(vector<int>& nums) {
4         int n = nums.size();
```

```

5     vector<int>f(n + 1), g(n + 1);
6     f[0] = nums[0], g[0] = nums[0];
7     int res = nums[0];
8     for(int i = 1; i < n; i++){
9         f[i] = max(nums[i], max(f[i - 1] * nums[i], g[i - 1] *
nums[i]));
10        g[i] = min(nums[i], min(g[i - 1] * nums[i], f[i - 1] *
nums[i]));
11        res = max(res, f[i]);
12    }
13    return res;
14 }
15 };

```

## 155. 最小栈

### 思路

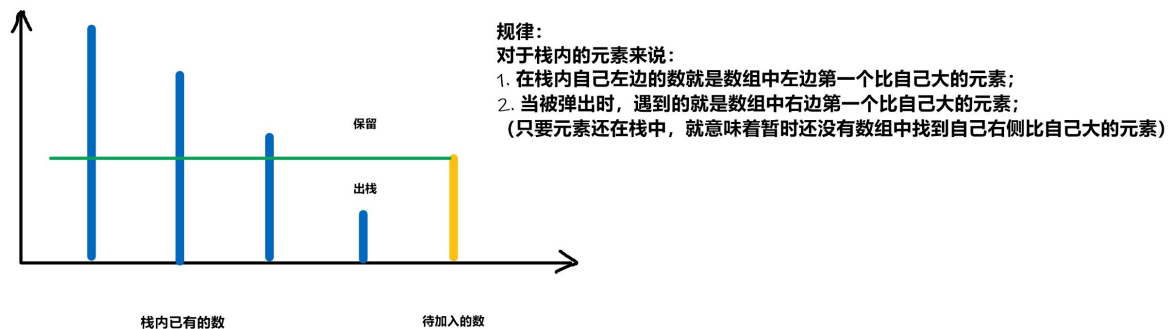
(单调栈)  $O(1)$

我们除了维护基本的栈结构之外，还需要维护一个单调递减栈，来实现返回最小值的操作。

下面介绍如何维护单调递减栈：

- 当我们向栈中压入一个数时，如果该数  $\leq$  单调栈的栈顶元素，则将该数同时压入单调栈中；否则，不压入，这是由于栈具有先进后出性质，所以在该数被弹出之前，栈中一直存在一个数比该数小，所以该数一定不会被当做最小数输出。
- 当我们从栈中弹出一个数时，如果该数等于单调栈的栈顶元素，则同时将单调栈的栈顶元素弹出。
- 单调栈的栈顶元素，就是当前栈中的最小数。

### 单调递减栈



**时间复杂度分析：**四种操作都只有常数入栈出栈操作，所以时间复杂度都是  $O(1)$ 。

### c++代码

```

1  class MinStack {
2  public:
3
4      stack<int> stackValue;
5      stack<int> stackMin; //单调递减栈
6      MinStack() {
7
8      }
9
10     void push(int val) {
11         stackValue.push(val);
12         if(stackMin.empty() || stackMin.top() >= val) stackMin.push(val);

```

```

13     }
14
15     void pop() {
16         if(stackValue.top() == stackMin.top()) stackMin.pop();
17         stackValue.pop();
18     }
19
20     int top() {
21         return stackValue.top();
22     }
23
24     int getMin() {
25         return stackMin.top();
26     }
27 };
28

```

## 160. 相交链表

思路

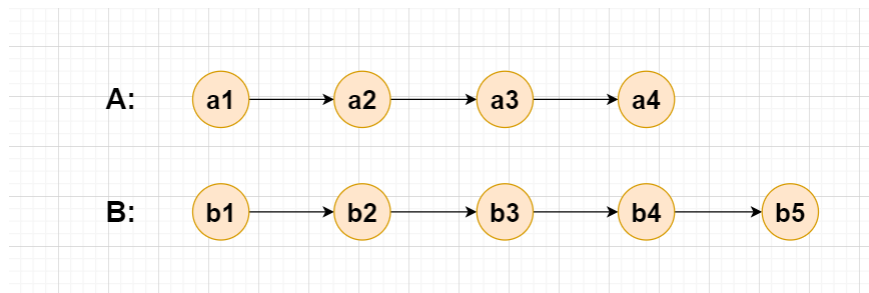
(链表, 指针扫描)  $O(n)$

算法步骤:

1. 用两个指针分别从两个链表头部开始扫描, 每次分别走一步;
2. 如果一个指针走到 `null`, 则从另一个链表头部开始走;
3. 当两个指针相同时,
  - 如果指针不是 `null`, 则指针位置就是相遇点;
  - 如果指针是 `null`, 则两个链表不相交;

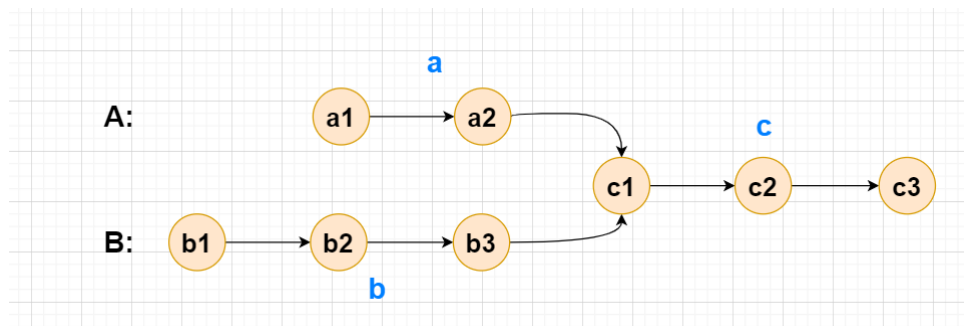
此题我们画图讲解, 一目了然:

1. 两个链表不相交:



`a`, `b` 分别代表两个链表的长度, 则两个指针分别走 `a+b` 步后都变成 `null`。

2. 两个链表相交:



则两个指针分别走  $a + b + c$  步后在两链表交汇处相遇。

**时间复杂度分析：** 每个指针走的长度不大于两个链表的总长度，所以时间复杂度是  $O(n)$ 。

**c++代码**

```
1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode(int x) : val(x), next(NULL) {}
7   * };
8   */
9  class Solution {
10 public:
11     ListNode *getIntersectionNode(ListNode *headA, ListNode *headB) {
12         auto pA = headA, pB = headB; //定义两个指针
13         while(pA != pB){
14             if(pA) pA = pA->next;
15             else pA = headB;
16             if(pB) pB = pB->next;
17             else pB = headA;
18         }
19         return pA;
20     }
21 };
```

## 169. 多数元素

**思路**

**(投票算法)**  $O(n)$

当一个国家的总统候选人  $r$  的支持率大于50%的话，即使每个反对他的人都给他投一个反对票，抵消掉他的支持票，他的支持票也不会被完全消耗掉。因此，我们可以假定和  $r$  相同的数都是支持票，和  $r$  不同的数都是反对票。

维护两个变量：候选人和他的票数

- 1、候选人初始化为  $r = 0$ ，票数  $c$  初始化为  $0$ ，遍历整个数组
- 2、当候选人的票数为  $0$  时，更换候选人，并将票数重置为  $1$ （默认自己投自己一票）
- 3、当候选人的值和当前元素相同时，票数加  $1$ ，否则减  $1$
- 4、最后维护的候选人即是答案

**时间复杂度分析：**  $O(n)$ ， $n$ 是数组的大小。

**空间复杂度分析：** 仅使用了两个变量，故需要  $O(1)$  的额外空间。

**c++代码**

```

1  class Solution {
2  public:
3      int majorityElement(vector<int>& nums) {
4          int r = 0, c = 0;
5          for(int x : nums){
6              if(c == 0) r = x, c = 1;
7              else if(x == r) c++;
8              else c--;
9          }
10         return r;
11     }
12 };

```

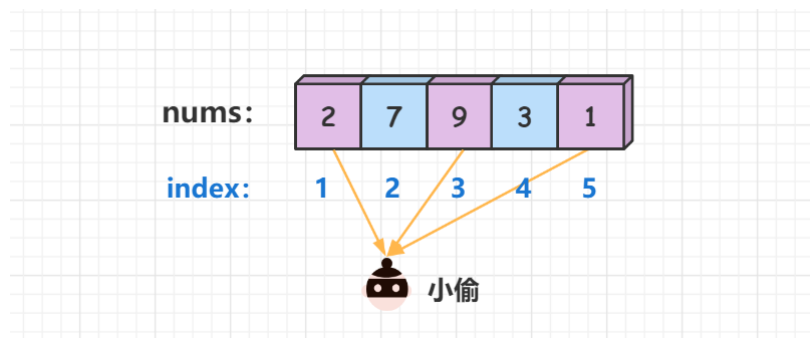
## 198. 打家劫舍

思路

(动态规划)  $O(n)$

给定一个代表金额的非负整数数组 `nums`，相邻房间不可偷，让我们输出可以偷窃到的最高金额。

样例：



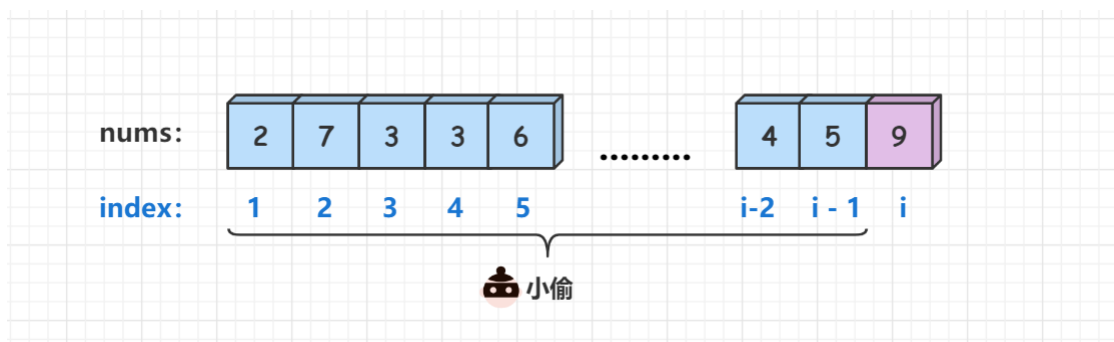
如样例所示，`nums = [2,7,9,3,1]`，偷窃 1，3，5 号房间可以获得最高金额 12，下面来讲解动态规划的做法。

**状态表示：** `f[i]` 表示偷窃 1 号到 `i` 号房间所能获得的最高金额。那么，`f[n]` 就表示偷窃 1 号到 `n` 号房间所能获得的最高金额，即为答案。

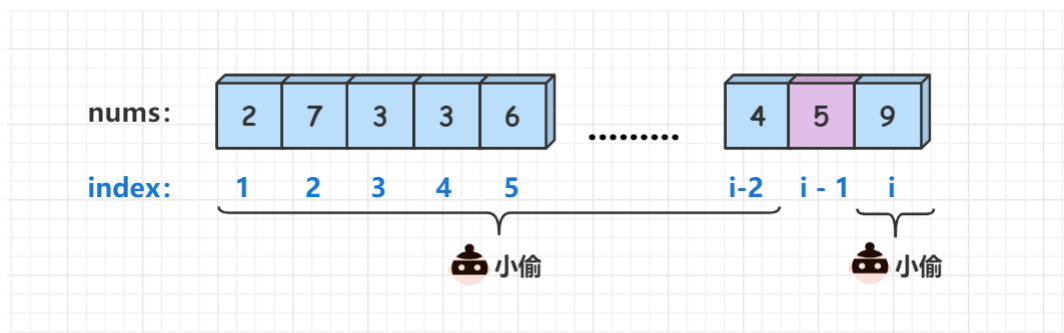
**状态计算：**

假设有 `i` 间房间，考虑最后一间偷还是不偷房间，有两种选择方案：

- 1、偷窃前 `i-1` 间房间，不偷窃最后一间房间，那么问题就转化为了偷窃 1 号到 `i-1` 号房间所能获得的最高金额，即 `f[i] = f[i-1]`。



- 2、偷窃前 `i-2` 间房间和最后一间房间 (相邻的房屋不可闯入)，那么问题就转化为了偷窃 1 号到 `i-2` 号房间所能获得的最高金额再加上偷窃第 `i` 号房间的金额，即 `f[i] = f[i-2] + nums[i]`。(下标均从 1 开始)



两种方案，选择其中金额最大的一个。因此**状态转移方程**为： $f[i] = \max(f[i - 1], f[i - 2] + \text{nums}[i])$ 。（下标均从1开始）

**初始化：** $f[1] = \text{nums}[0]$ ，偷窃1号房间所能获得的最高金额为 $\text{nums}[0]$ 。

**实现细节：**

我们定义的状态表示 $f[]$ 数组和 $\text{nums}[]$ 数组下标均是从1开始的，而题目给出的 $\text{nums}[]$ 数组下标是从0开始的。为了一一对应，状态转移方程中的 $\text{nums}[i]$ 的值要往前错一位，取 $\text{nums}[i - 1]$ ，这点细节希望大家可以注意一下。

**时间复杂度分析：** $O(n)$ ，其中 $n$ 是数组长度。只需要对数组遍历一次。

**c++代码**

```
1  class Solution {
2  public:
3      int rob(vector<int>& nums) {
4          int n = nums.size();
5          vector<int> f(n + 1);
6          f[1] = nums[0];
7          for(int i = 2; i <= n; i++){
8              f[i] = max(f[i - 1], f[i - 2] + nums[i - 1]);
9          }
10         return f[n];
11     }
12 };
```

## 338. 比特位计数

**思路**

**(动态规划)**  $O(n)$

**状态表示：** $f[i]$ 表示 $i$ 的二进制表示中1的个数。

**状态计算：**

考虑 $i$ 的奇偶性，有两种不同选择：

- $i$ 是偶数，则 $f[i] = f[i/2]$ ，因为 $i/2 * 2$ 本质上是 $i/2$ 的二进制左移一位，低位补零，所以1的数量不变。
- $i$ 是奇数，则 $f[i] = f[i - 1] + 1$ ，因为如果 $i$ 为奇数，那么 $i - 1$ 必定为偶数，而偶数的二进制最低位一定是0，那么该偶数+1后最低位变为1且不会进位，所以奇数比它上一个偶数二进制表示上多一个1。

**初始化：** $f[0] = 0$ 。

**时间复杂度分析：** $O(n)$ 。

## c++代码

```
1 class Solution {
2 public:
3     vector<int> countBits(int n) {
4         vector<int> f(n + 1);
5         f[0] = 0; //初始化
6         for(int i = 1; i <= n; i++){
7             if(i & 1) f[i] = f[i - 1] + 1;
8             else f[i] = f[i >> 1];
9         }
10        return f;
11    }
12};
```

## 200. 岛屿数量

### 思路

#### (深度优先遍历)

1. 从任意一个陆地点开始，即可通过四连通的方式，深度优先搜索遍历到所有与之相连的陆地，即遍历完整个岛屿。每次将遍历过的点清 0。
2. 重复以上过程，可行起点的数量就是答案。

**时间复杂度分析：**由于每个点最多被遍历一次，故时间复杂度为  $O(n * m)$

**空间复杂度分析：**最坏情况下，需要额外 $O(n * m)$ 的空间作为系统栈。

## c++代码

```
1 class Solution {
2 public:
3     vector<vector<char>> g;
4     int dx[4] = {-1, 0, 1, 0}, dy[4] = {0, 1, 0, -1};
5     int numIslands(vector<vector<char>>& grid) {
6         g = grid;
7         int cnt = 0;
8         for(int i = 0; i < g.size(); i++){
9             for(int j = 0; j < g[i].size(); j++){
10                 if(g[i][j] == '1'){
11                     dfs(i, j);
12                     cnt++;
13                 }
14             }
15         }
16         return cnt;
17     }
18     void dfs(int x, int y){
19         g[x][y] = '0';
20         for(int i = 0; i < 4; i++){
21             int a = x + dx[i], b = y + dy[i];
22             if(a < 0 || a >= g.size() || b < 0 || b >= g[a].size() || g[a][b] == '0') continue;
23             dfs(a, b);
24         }
25     }
26};
```



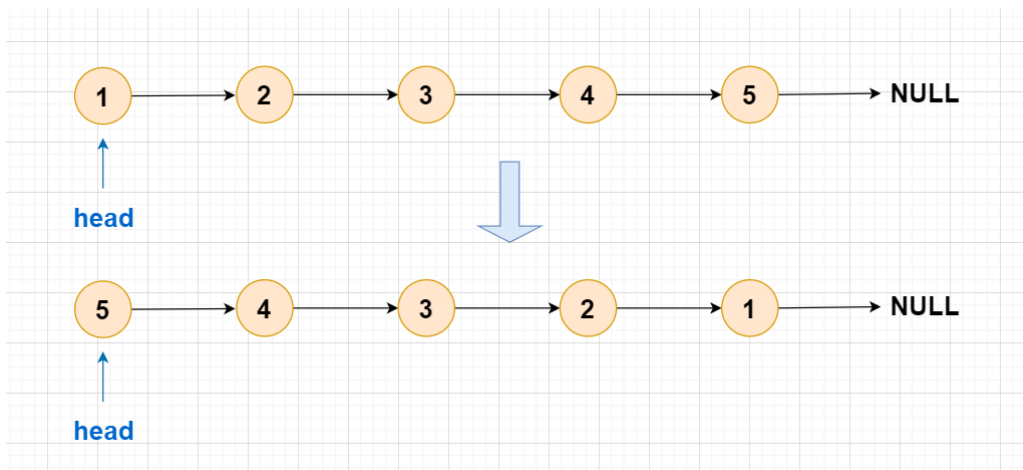
## 206. 反转链表

思路

(双指针, 迭代) ( $n$ )

给定一个链表的头节点, 让我们反转该链表并输出反转后链表的头节点。

样例:



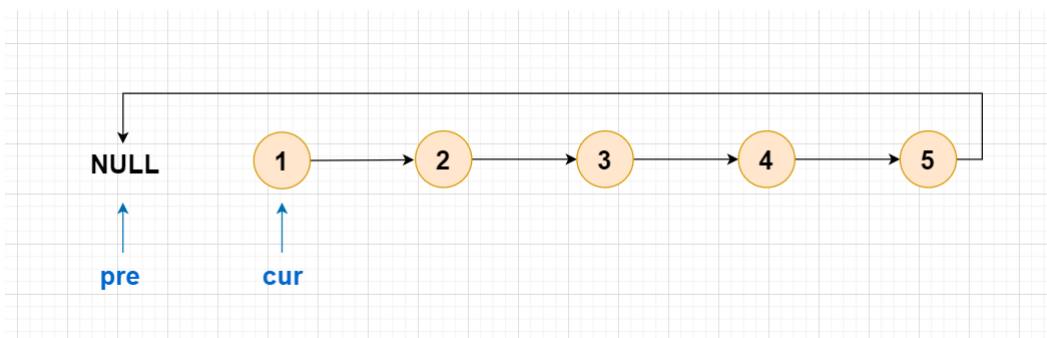
如样例所示, 原始链表为 `1->2->3->4->5->NULL`, 我们将其翻转输出 `5->4->3->2->1->NULL`。下面我们来讲解双指针的做法。

将一个链表翻转, 即将该链表所有节点的 `next` 指针指向它的前驱节点。由于是单链表, 我们在遍历时并不能直接找到其前驱节点, 因此我们需要定义一个指针保存其前驱节点。

每次翻转时, 我们都需要修改当前节点的 `next` 指针。如果不在改变当前节点的 `next` 指针前保存其后继节点, 那么我们就失去了当前节点和后序节点的联系, 因此还需要额外定义一个指针用于保存当前节点的后继节点。

具体过程如下:

1、定义一个前驱指针 `pre` 和 `cur` 指针, `pre` 指针用来指向前驱节点, `cur` 指针用来遍历整个链表, 初始化 `pre = null`, `cur = head`。

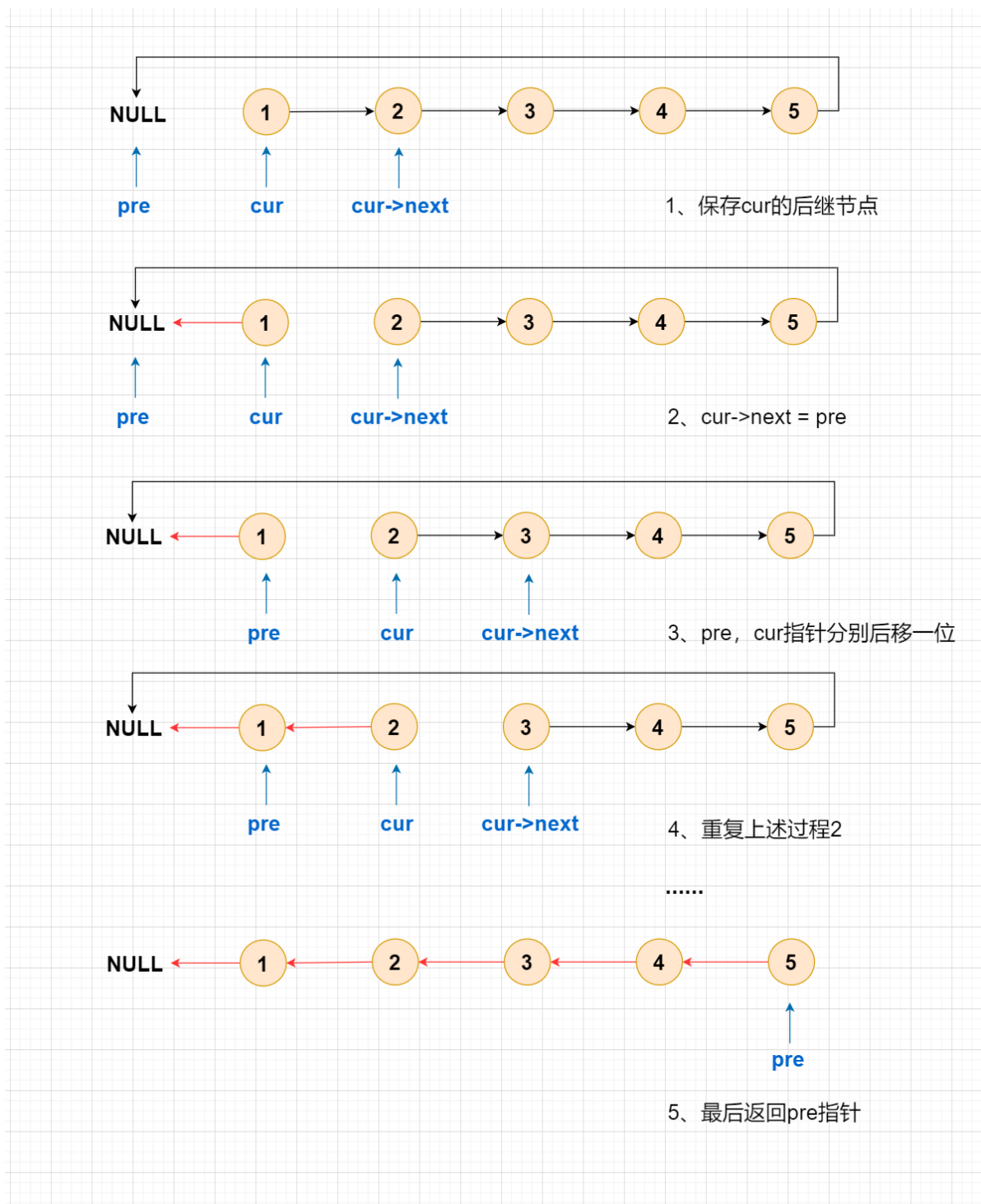


2、我们首先保存 `cur` 指针指向节点的后继节点, 然后让 `cur` 指针指向节点的 `next` 指针指向前驱节点, 即 `cur->next = pre`。

3、`pre` 指针和 `cur` 指针分别后移一位, 重复上述过程, 直到 `cur` 指向空节点。

4、最后我们返回 `pre` 节点。

图示过程如下:



**时间复杂度分析**：只遍历一次链表，时间复杂度是 $O(n)$ 。

**c++代码**

```

1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
7   *     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
8   *     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x), next(next) {}
9   * };
10  */
11  class Solution {
12  public:

```

```

13     ListNode* reverseList(ListNode* head) {
14         ListNode* pre = nullptr; //前驱指针
15         ListNode* cur = head;
16         while(cur){
17             ListNode* t = cur->next; //先保存后继节点
18             cur->next = pre;
19             pre = cur, cur = t;
20         }
21         return pre;
22     }
23 };

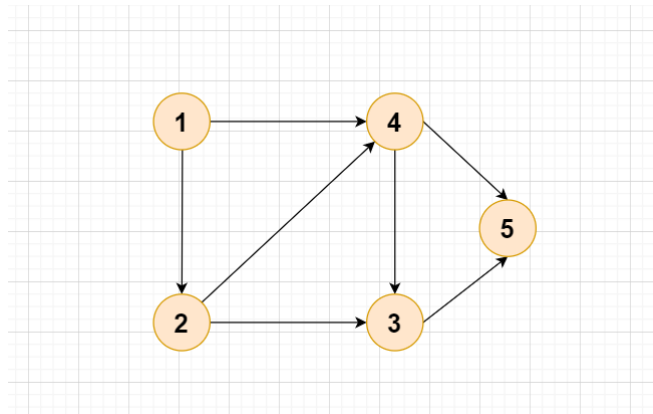
```

## 207. 课程表

### 思路

**拓扑排序：**  $O(n + m)$

对一个有向无环图  $G$  进行拓扑排序，是将  $G$  中所有顶点排成一个线性序列，使得图中任意一对顶点  $u$  和  $v$ ，若  $\langle u, v \rangle \in E(G)$ ，则  $u$  在线性序列中出现在  $v$  之前。



一个合法的选课序列就是一个拓扑序，拓扑序是指一个满足有向图上，不存在一条边出节点在入节点前的线性序列，如果有向图中有环，就不存在拓扑序。可以通过拓扑排序算法来得到拓扑序，以及判断是否存在环。

### 拓扑排序步骤：

- 1、建图并记录所有节点的入度。
- 2、将所有入度为 0 的节点加入队列。
- 3、取出队首的元素 `now`，将其加入拓扑序列。
- 4、访问所有 `now` 的邻接点 `next`，将 `next` 的入度减 1，当减到 0 后，将 `next` 加入队列。
- 5、重复步骤 3、4，直到队列为空。
- 6、如果拓扑序列个数等于节点数，代表该有向图无环，且存在拓扑序。

**时间复杂度分析：**假设  $n$  为点数， $m$  为边数，拓扑排序仅遍历所有的点和边一次，故总时间复杂度为  $O(n + m)$ 。

### c++代码

```

1     class Solution {
2     public:
3         /**
4             1、建图并记录所有节点的入度。
5             2、将所有入度为`0`的节点加入队列。
6             3、取出队首的元素`now`，将其加入拓扑序列。

```

```

7      4、访问所有`now`的邻接点`nxt`，将`nxt`的入度减`1`，当减到`0`后，将`nxt`加入队
      列。
8      5、重复步骤`3`、`4`，直到队列为空。
9      6、如果拓扑序列个数等于节点数，代表该有向图无环，且存在拓扑序。
10     **/
11     bool canFinish(int n, vector<vector<int>>& edges) {
12         vector<vector<int>> g(n);
13         vector<int> d(n); // 存储每个节点的入度
14         for(auto edge : edges){
15             g[edge[1]].push_back(edge[0]); //建图
16             d[edge[0]]++; //入度加1
17         }
18
19         queue<int> q;
20         for(int i = 0; i < n; i++){
21             if(d[i] == 0) q.push(i); //将所有入度为0的节点加入队列。
22         }
23
24         int cnt = 0; //统计拓扑节点的个数
25         while(q.size()){
26             int t = q.front();
27             q.pop();
28             cnt++;
29             for(int i : g[t]){ //访问t的邻接节点
30                 d[i]--;
31                 if(d[i] == 0) q.push(i);
32             }
33         }
34
35         return cnt == n;
36     }
37 };

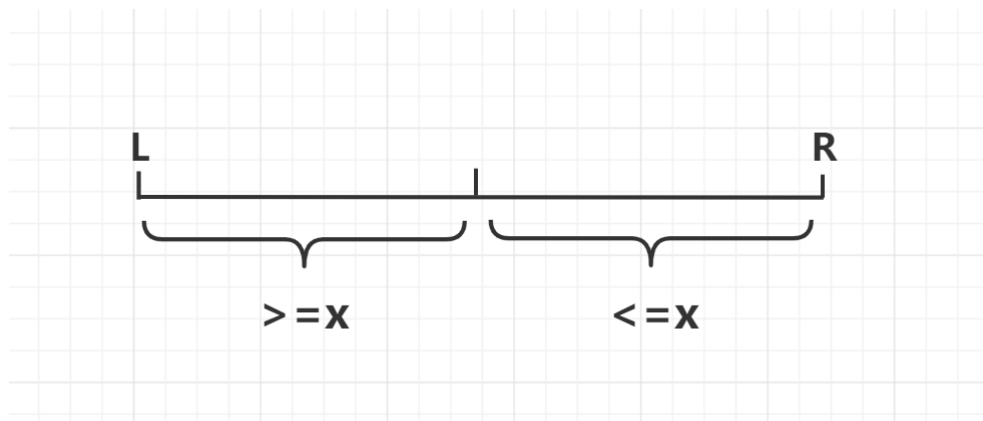
```

## 215. 数组中的第K个最大元素

思路

快速选择  $O(n)$

快选是在快排的基础上只递归一半区间。



如果当前要找的数  $\geq x$  递归左区间，否则递归右区间

具体过程：

- 1、在特定区间  $[l, r]$  中，选中某个数  $x$ ，将大于等于  $x$  的放在左边，小于  $x$  的放在右边，其中  $[l, j]$  是大于等于  $x$  的区间， $[j + 1, r]$  是小于  $x$  的区间。
- 2、判断出第  $k$  大与  $j$  的大小关系，若  $k \leq j$ ，则递归到  $[l, j]$  区间，否则递归到  $[j + 1, r]$  的区间

**注意：**此处求的是第  $k$  大，而里面的方法  $k$  是指第  $k$  个位置，需要变成  $k - 1$ 。

**c++代码**

```

1  class Solution {
2  public:
3      int findKthLargest(vector<int>& nums, int k) {
4          return quick_sort(nums, 0, nums.size() - 1, k - 1); //注意下标
5      }
6
7      int quick_sort(vector<int>& nums, int l, int r, int k){
8          if(l == r) return nums[l];
9          int x = nums[l], i = l - 1, j = r + 1;
10         while(i < j){
11             do i++; while(nums[i] > x);
12             do j--; while(nums[j] < x);
13             if(i < j) swap(nums[i], nums[j]);
14         }
15
16         if(k <= j) return quick_sort(nums, l, j, k);
17         else return quick_sort(nums, j + 1, r, k);
18     }
19 };

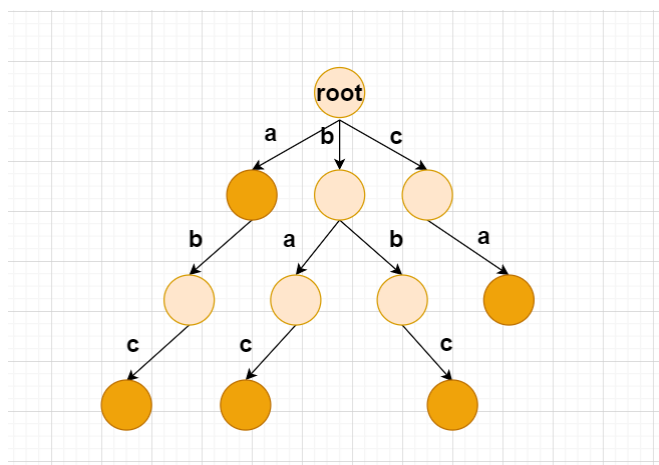
```

## 208. 实现 Trie (前缀树)

**思路**

**字典树**

字典树，顾名思义，是关于“字典”的一棵树。即：它是对于字典的一种存储方式（所以是一种数据结构而不是算法）。这个词典中的每个“单词”就是从根节点出发一直到某一个目标节点的路径，路径中每条边的字母连起来就是一个单词。



标橙色的节点是“目标节点”，即根节点到这个目标节点的路径上的所有字母构成了一个单词。

**作用：**

- 1、维护字符串集合（字典）
- 2、向字符串集合中插入字符串（建树）

- 3、查询字符串集中是否有某个字符串（查询）
- 4、查询字符串集中是否有某个字符串的前缀（查询）

具体操作：

### 定义字典树节点

```
1 struct Node {
2     bool is_end;    // 表示是否存在以这个点为结尾的单词
3     Node *son[26];  // 26个小写字母子节点
4     Node() {        // 初始化
5         is_end = false;
6         for (int i = 0; i < 26; i ++ )
7             son[i] = NULL;
8     }
9 } *root;
```

向字典树中插入一个单词 `word`

从根结点出发，沿着字符串的字符一直往下走，若某一字符不存在，则直接把它创建出来，继续走下去，走完了整个单词，标记最后的位置的 `is_end = true`。

```
1 void insert(string word) {
2     auto p = root;
3     for (auto c: word) {
4         int u = c - 'a';
5         if (!p->son[u]) p->son[u] = new Node();
6         p = p->son[u];
7     }
8     p->is_end = true;
9 }
```

查找字典树中是否存在单词 `word`

从根结点出发，沿着字符串的字符一直往下走，若某一字符不存在，则直接 `return false`，当很顺利走到最后的位置的时候，判断最后一个位置的 `is_end` 即可。

```
1 bool search(string word) {
2     auto p = root;
3     for (auto c: word) {
4         int u = c - 'a';
5         if (!p->son[u]) return false;
6         p = p->son[u];
7     }
8     return p->is_end;
9 }
```

查找字典树中是否有以 `prefix` 为前缀的单词

从根结点出发，沿着字符串的字符一直往下走，若某一字符不存在，则直接 `return false`，如果顺利走到最后一个位置，则返回 `true`。

```

1 bool startswith(string word) {
2     auto p = root;
3     for (auto c: word) {
4         int u = c - 'a';
5         if (!p->son[u]) return false;
6         p = p->son[u];
7     }
8     return true;
9 }

```

时间复杂度分析:  $O(n)$ ,  $n$ 表示单词操作字符串长度。

#### c++代码

```

1 class Trie {
2 public:
3     struct Node{
4         bool is_end;
5         Node *son[26];
6         Node(){
7             is_end = false;
8             for(int i = 0; i < 26; i++)
9                 son[i] = NULL;
10        }
11    }*root;
12    Trie() {
13        root = new Node();
14    }
15
16    void insert(string word) {
17        auto p = root;
18        for(auto c : word){
19            int u = c - 'a';
20            if(!p->son[u]) p->son[u] = new Node();
21            p = p->son[u];
22        }
23        p->is_end = true;
24    }
25
26    bool search(string word) {
27        auto p = root;
28        for(auto c : word){
29            int u = c - 'a';
30            if(!p->son[u]) return false;
31            p = p->son[u];
32        }
33        return p->is_end;
34    }
35
36    bool startswith(string prefix) {
37        auto p = root;
38        for(auto c : prefix){
39            int u = c - 'a';
40            if(!p->son[u]) return false;
41            p = p->son[u];
42        }
43        return true;

```

```

44     }
45 };
46
47 /**
48  * Your Trie object will be instantiated and called as such:
49  * Trie* obj = new Trie();
50  * obj->insert(word);
51  * bool param_2 = obj->search(word);
52  * bool param_3 = obj->startswith(prefix);
53  */

```

## 221. 最大正方形

思路

(动态规划)  $O(nm)$

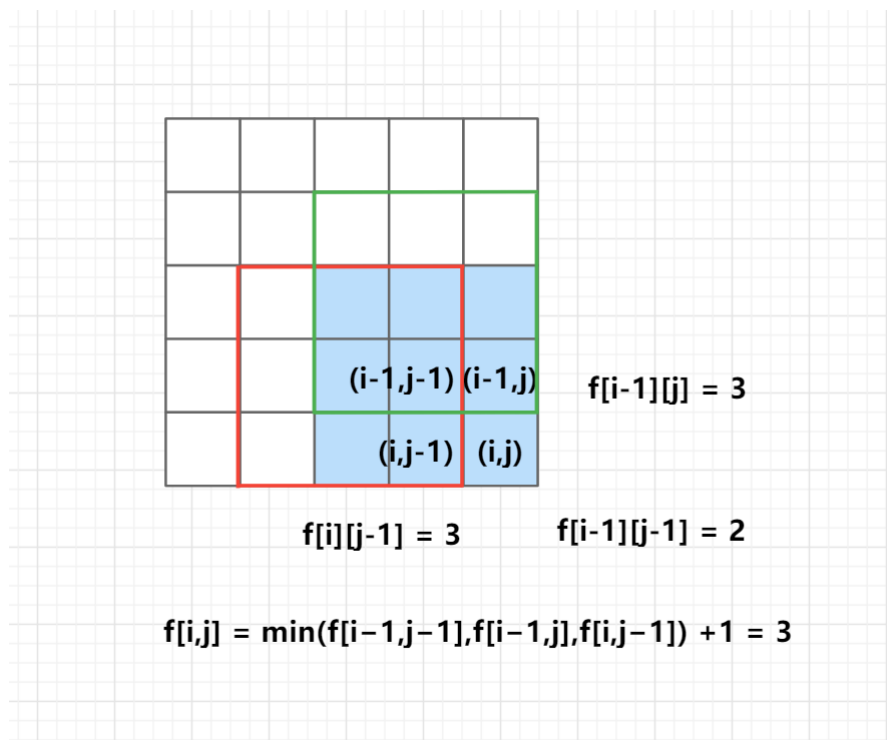
状态表示:  $f[i][j]$  表示所有以  $(i, j)$  为右下角的且只包含 1 的正方形的边长最大值。

状态计算:

对于每个位置  $(i, j)$ , 检查在矩阵中该位置的值:

- 如果该位置的值是 0, 则  $f[i][j] = 0$ , 因为当前位置不可能在由 1 组成的正方形中。
- 如果该位置的值是 1, 则  $f[i][j]$  的值由其上方、左方和左上方的三个相邻位置的状态值决定。具体而言, 当前位置的元素值等于三个相邻位置的元素中的最小值加 1。

状态转移方程:  $f[i, j] = \min(f[i-1, j-1], f[i-1, j], f[i, j-1]) + 1$



类似于 [木桶的短板理论](#), 附近的最小边长, 才与  $(i, j)$  的最长边长有关。

时间复杂度分析:  $O(nm)$ , 其中  $n$  和  $m$  是矩阵的行数和列数。

c++代码

```

1 class Solution {
2 public:
3     int maximalSquare(vector<vector<char>>& matrix) {

```



```

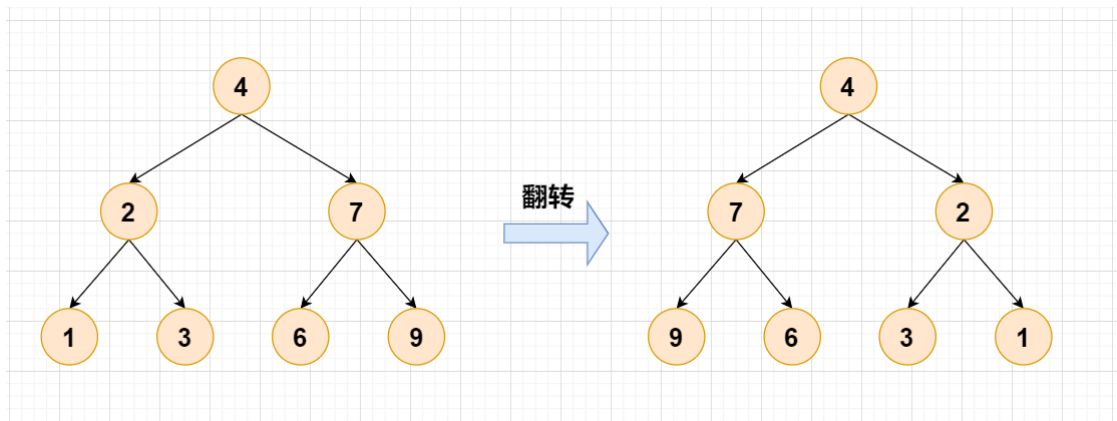
4      int n = matrix.size(), m = matrix[0].size();
5      if(!n || !m) return 0;
6      vector<vector<int>>f(n + 1, vector<int>(m + 1));
7      int res = 0;
8      for(int i = 1; i <= n; i++) //为了减少对边界的处理, 这里我们下标从1开始
9          for(int j = 1; j <= m; j++)
10             if(matrix[i - 1][j - 1] == '1')
11                 {
12                     f[i][j] = min(f[i][j - 1], min(f[i - 1][j], f[i - 1][j -
13                     1])) + 1;
14                     res = max(res, f[i][j]);
15                 }
16      return res * res;
17  }
};

```

## 226. 翻转二叉树

思路

(递归)  $O(n)$



我们可以发现翻转后的树就是将原树的所有节点的左右儿子互换!

所以我们递归遍历原树的所有节点, 将每个节点的左右儿子互换即可。

**时间复杂度分析:** 每个节点仅被遍历一次, 所以时间复杂度是  $O(n)$ 。

c++代码

```

1  /**
2   * Definition for a binary tree node.
3   * struct TreeNode {
4   *     int val;
5   *     TreeNode *left;
6   *     TreeNode *right;
7   *     TreeNode() : val(0), left(nullptr), right(nullptr) {}
8   *     TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr), right(nullptr) {}
9   *     TreeNode(int x, TreeNode *left, TreeNode *right) : val(x),
10     left(left), right(right) {}
11     * };
12     */
13     class solution {
14     public:
15         TreeNode* invertTree(TreeNode* root) {
16             if(!root) return nullptr;

```

```

16     swap(root->left, root->right);
17     invertTree(root->left);
18     invertTree(root->right);
19     return root;
20 }
21 };

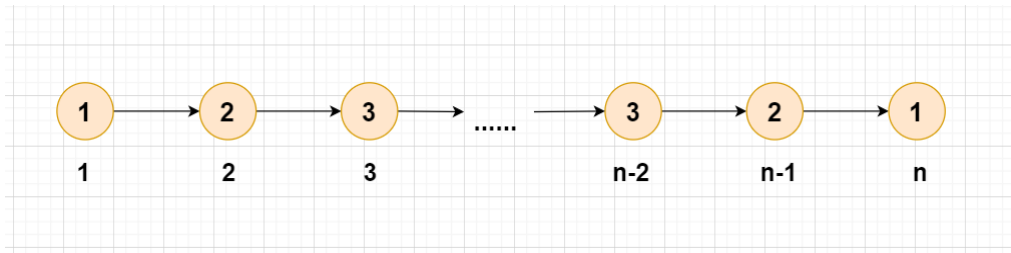
```

## 234. 回文链表

思路

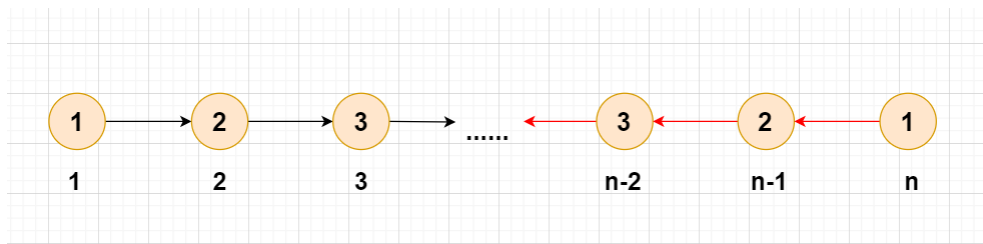
(链表操作)

假设初始的链表是  $L1 \rightarrow L2 \rightarrow L3 \rightarrow \dots \rightarrow Ln$ 。

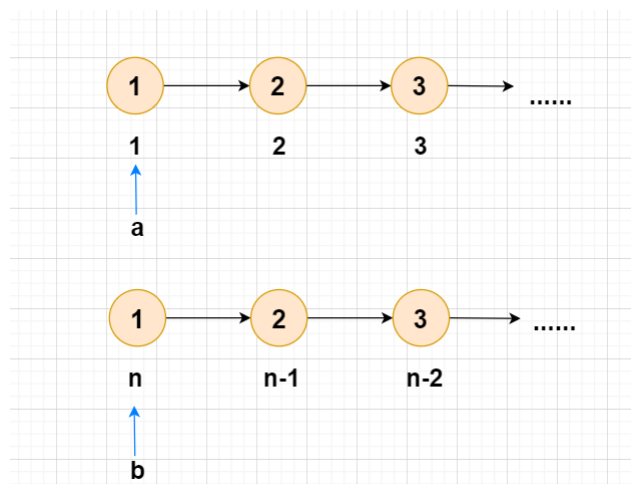


分两步处理：

- 找到链表的中点节点，将其后半段的指针都反向，变成：  
 $L1 \rightarrow L2 \rightarrow L3 \rightarrow \dots \rightarrow L[n/2] \leftarrow L[n/2] + 1 \leftarrow \dots \leftarrow Ln$ ;



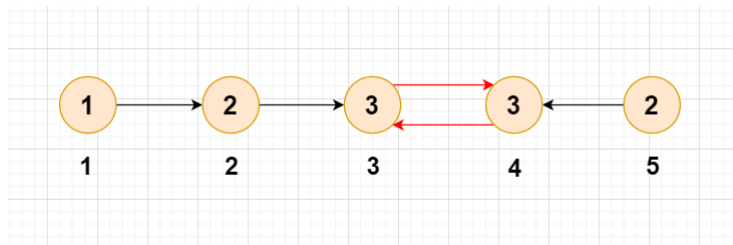
- 然后用两个指针分别从链表首尾开始往中间扫描，依次判断对应节点的值是否相等，如果都相等，说明是回文链表，否则不是。



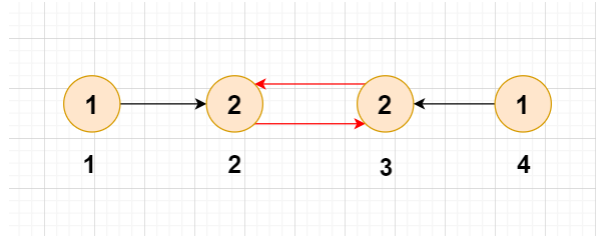
- 最后再将整个链表复原。

注意：

- 我们选取链表的中点节点为  $(n + 1)/2$  下取整， $n$  是链表的节点个数。
- 如果一个链表是奇数个节点(假设为5个节点)，将其后半段翻转完后的链表为：



3、如果一个链表是偶数个节点(假设为4个节点)，将其后半段翻转完后的链表为：



连接左右链表节点之间的指向是双向的

4、具体实现细节看代码

**空间复杂度分析：**链表的迭代翻转算法仅使用额外  $O(1)$  的空间，所以本题也仅使用额外  $O(1)$  的空间。

**时间复杂度分析：**整个链表总共被遍历 4 次，所以时间复杂度是  $O(n)$ 。

c++代码

```

1  /**
2   * Definition for singly-linked list.
3   * struct ListNode {
4   *     int val;
5   *     ListNode *next;
6   *     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
7   *     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
8   *     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x), next(next) {}
9   * };
10  */
11  class Solution {
12  public:
13      bool isPalindrome(ListNode* head) {
14          int n = 0 ; //统计节点的个数
15          for(ListNode *p = head ; p ; p = p->next) n++;
16          if(n <= 1) return true; //节点数<=1的一定是回文链表
17          //找到中点节点，由第一个节点跳(n+1)/2 - 1步到达中点节点
18          ListNode* a = head;
19          for(int i = 0; i < (n+1)/2 - 1; i++) a = a->next; //a指针指向链表中点
20          ListNode* b = a->next; //b指针指向链表中点的下一个节点
21          while(b) //将链表的后半段反向
22          {
23              ListNode* next = b->next; //保留b的next节点
24              b->next = a;
25              a = b, b = next;
26          }
27          //此时a指向链表的尾节点，我们让b指向链表的头节点
28          b = head;
29          ListNode* tail = a; //保留一下尾节点
30          bool res = true;
31          for(int i = 0; i < n/2; i++) //判断是否是回文链表
  
```

```
32     {
33         if(b->val != a->val)
34         {
35             res = false;
36             break;
37         }
38         b = b->next;
39         a = a->next;
40     }
41     //将链表复原，后半段链表翻转
42     //a指向尾节点，b指向a的下一个节点
43     a = tail, b = a->next;
44     for(int i = 0; i < n/2; i++)
45     {
46         ListNode* next = b->next;
47         b->next = a;
48         a = b , b = next;
49     }
50     tail->next = 0;
51     return res;
52 }
53 };
```