

Introduction to Graph

vertex degree

undirected graph

顶点度数之和是边数的二倍

度数之和为偶数

奇数度数的顶点有偶数个

directed graph

出度之和等于入度之和

subgraph

子图定义

对于一个图 $G=(V,E)$, V' 是 V 的一个子集, E' 是 E 的一个子集, 则图 $G'=(V',E')$ 是 G 的一个子图

真子图

$G' \neq G$

平凡子图

G' 不为空

构造子图

对于 V' 中的两个顶点 u,v , 如果在 G 中存在边 (u,v) , 则在 G' 中存在 (u,v)

生成子图

$V' = V,$

▼ isomorphism

同构

存在一个双射 f , 对于图 G_1 中的任意的两个顶点 u,v 如果 (u,v) 属于 $E(G_1)$, 则 $(f(u), f(v))$ 属于 $E(G_2)$

Graph operation

图 $G_1=(V_1,E_1), G_2=(V_2,E_2)$

- ▶ union and intersection and join

笛卡尔积

Graph Type

完全图(complete graph)

在图中的一个顶点和其余的所有顶点都有边相连,对于有 n 个顶点的图来说,每一个顶点的度数为 $n-1$,总度数为 $n(n-1)/2$

正则图(regular graph)

在图中每一个顶点的度数为 r ,称为 r -正则图,

二分图

图中的顶点能够分成两个不相交的集合 V_1, V_2 ,对于任意一条边 (u,v) 属于 $E, u \in V_1 \cap v \in V_2$ 或者是 $u \in V_2 \cap v \in V_1$

有向图 directed graph

边的两个顶点有前后顺序, (u,v) 和 (v,u) 代表的不是同一条边

无向图 undirected graph

边的两个顶点没有前后顺序, (u,v) 和 (v,u) 代表是同一条边

加权图 weighted graph

边加权 (edge-weighted):对于任意一条边 $e \in E$ 有一个实数权值与之对应

顶点加权 (vertex-weighted):对于任意一个顶点都有一个实数与之对应

线图

给定一张无向图,线图上的每一个顶点表示原图中的一条边

线图上的两个顶点之间连边,当且仅当他们代表的边在 G 中有公共点

the property of Graph

Walk Trail Path Circle Circuit

walk 一个顶点和边的交替序列,可以有重复顶点和重复边 (a alternating sequence of vertices and edges they can have repeated vertices and edges)

trail 没有重复边的walk (a walk without repeated edges)

path 没有重复顶点的walk (a walk without repeated vertices)

circle 闭合的path (a closed path)

circuit 闭合的trail (a closed trail)

distance

the distance $d(u,v)$ between two vertices u and v in a (directed) graph G is the length of the shortest path between them.

eccentricity

the eccentricity of a vertex v in a connected graph G is its maximum distance to any vertex in G

the maximum eccentricity is called the diameter and the minimum value of this parameter is called the radius of the graph. the vertex v of a graph G with minimum eccentricity in a connected graph G is called the central vertex of G .

the representation of Graph

Adjacency Matrix

a matrix $A, A[n,n]$, if (i,j) 之间存在一条边,则 $a_{ij}=1$

Adjacency List

incidence matrix $B[n,m]$

如果顶点 i 和边 j 相

如果

graph and matrix

度矩阵: 是一个对角阵, 对角的元素是顶点的度数

拉普拉斯矩阵:度矩阵减去邻接矩阵

归一化拉普拉斯矩阵