

1.1 算法基础

1. 时间复杂度

1.1 常见的时间复杂度（按效率排序）

- $O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n \log n) < O(n^2) < O(n^2 \log n) < O(n^3)$

1.2 不常见的时间复杂度

- $O(n!)$ $O(2^n)$ $O(n^n)$

1.3 一眼能判断的时间复杂度

- 循环减半过程 $O(\log n)$

例子: $O(\log n)$

```
while n > 1:  
    print(n)  
    n = n // 2
```

- 几次循环就是n的几次方的复杂度

例子: $O(n^2)$

```
for i in range(n):  
    for j in range(n):  
        print("xxx")
```

2. 空间复杂度

例如开辟了一块 $n \times n$ 的空间，则 $S(n) = O(n^2)$

3. 复习：递归

3.1 递归的两个特点：

- 调用自身
- 结束条件

例子：

```

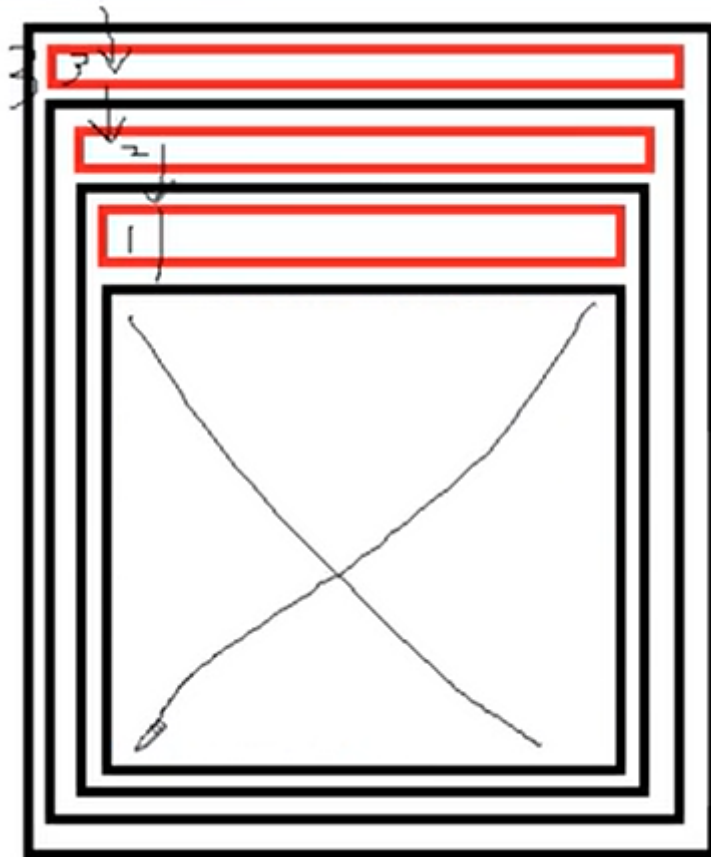
...
x = 3
def func3(x):
    if x > 0:
        print(x)
        func3(x-1) # 3 2 1

def func4(x):
    if x > 0:
        func4(x-1)
        print(x) # 1 2 3
...

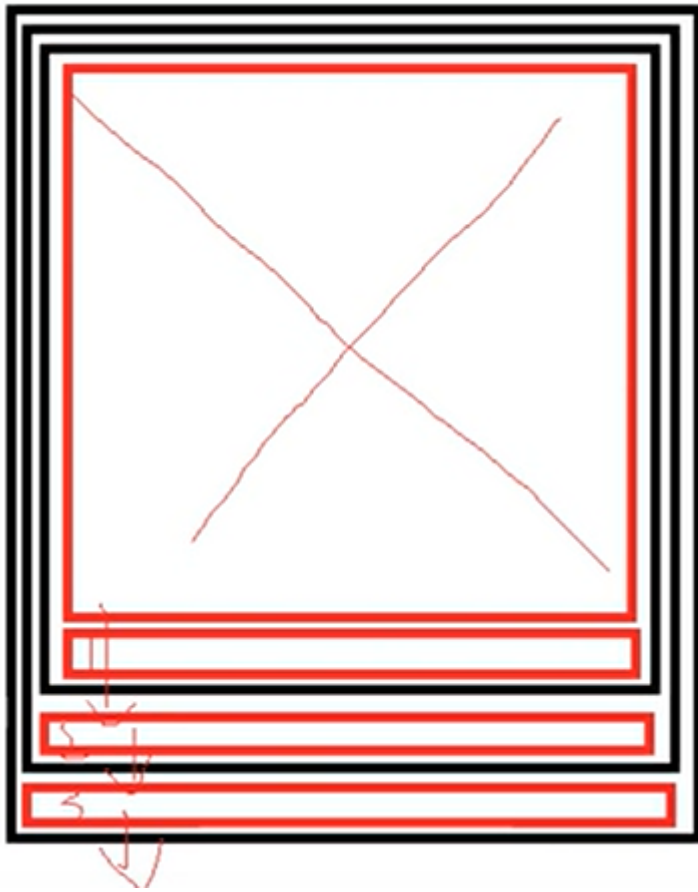
```

对例子的解释：

func3: (红色部分为print (x) , 最外边的框是第一次)



func4: (红色部分为print (x) , 最外边的框是第一次, 最里面的大红色框应该为黑色)



3.2 斐波那契数列

斐波那契数列 例如：1 1 2 3 5 8.....

3.2.1递归表达式

$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, (with $F(0) = 1, F(1) = 1$), $n = 2, 3, 4...$

```
def fibonacci(n):  
    if n == 0 or n == 1:  
        return 1  
    else:  
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)  
  
print(fibonacci(4)) # 5
```

递归粗略时间

时间装饰器:

cal_time.py

```
import time

def cal_time(func):
    def wrapper(*args, **kwargs):
        t1 = time.time()
        result = func(*args, **kwargs)
        t2 = time.time()
        print("%s running time: %s secs." % (func.__name__, t2-t1))
        return result
    return wrapper
```

recursion.py

```
! [1.1.4] (C:\Users\45169\Desktop\在博文\数据结构与算法\1.1.4.png) from cal_time
import *

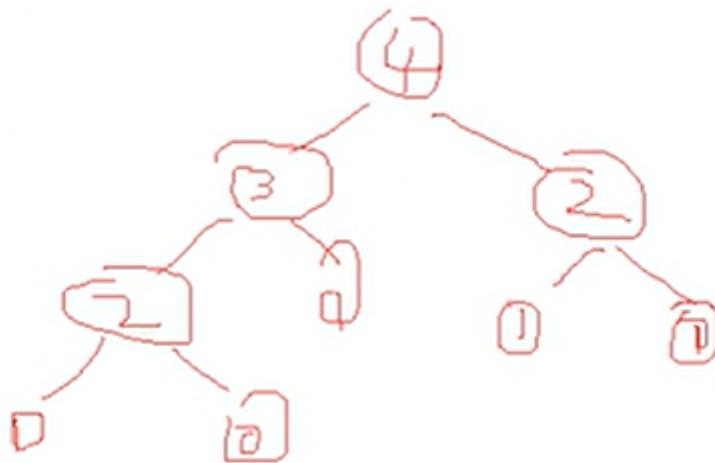
def fibonacci(n):
    if n == 0 or n == 1:
        return 1
    else:
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)

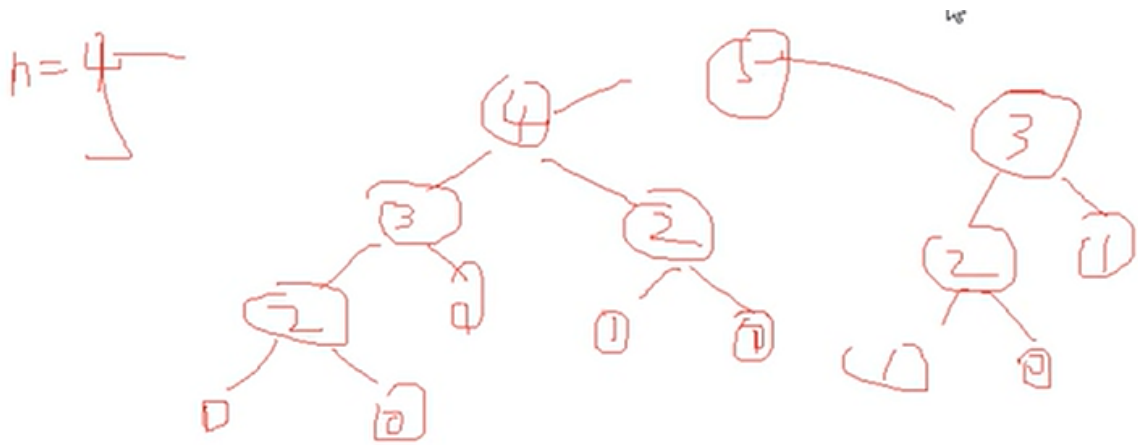
@cal_time
def fib(n):
    return fibonacci(n)

print(fib(34)) # fib running time: 2.619 secs
```

递归算法的时间复杂度 $O(2^n)$

$n=4$





从上面两张图可知， n 增加1，所需计算量翻倍，所以时间复杂度是 $O(2^n)$

3.2.2 非递归

普通

```
@cal_time
def fib2(n):
    li = [1, 1]
    for i in range(2, n+1):
        li.append(li[-1]+li[-2])
    return li[n]

print(fib2(100))
```

时间复杂度 $O(n)$ ，空间复杂度 $O(n)$

优化

我们不需要完整的li，空间有浪费，我们可优化空间复杂度，代码：

```
@cal_time
def fib3(n):
    a = 1
    b = 1
    c = 0
    for i in range(2, n + 1):
        c = a + b
        a = b
        b = c
    return c

print(fib3(100))
```

时间复杂度 $O(n)$ ，空间复杂度 $O(1)$

3.2.3 通项表达式

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right], n = 1, 2, 3, \dots$$

时间复杂度 $O(1)$ ，空间复杂度 $O(1)$

用Python代码运算时，因为根号不精确，当 $n \geq 70$ 之后， a_n 误差会明显

3.3 递归：面试题

一段有 n 个台阶组成的楼梯，小明从楼梯的最底层向最高处前进，它可以选择一次迈一级台阶或者一次迈两级台阶。问：他有多少种不同的走法？

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

$$F(1) = 1, F(2) = 1, F(3) = 2 \dots$$