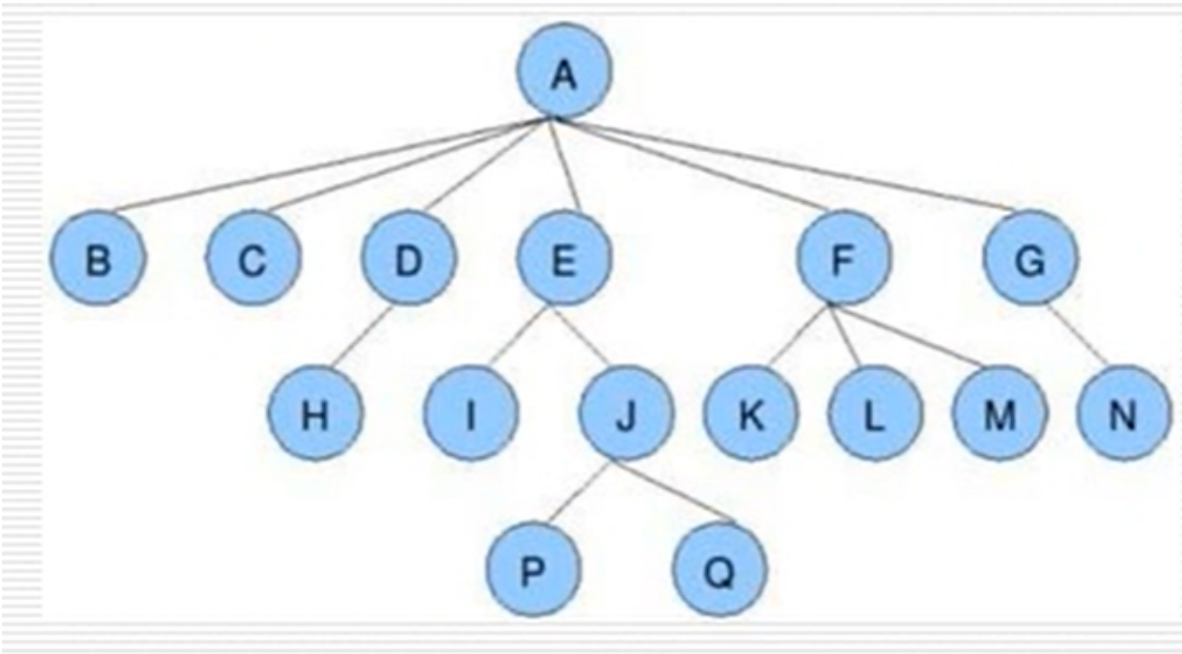
4.4 堆排序

1. 树的介绍（铺垫知识）

- 树是一种数据结构 比如：目录结构
- 树是一种可以递归定义的数据结构
- 树是由n个节点组成的集合：
  - 如果n=0, 那这是一棵空树；
  - 如果n>0, 那存在一个节点作为树的根节点，其他节点可以分为m个集合，每个集合本身又是一棵树。
- 一些概念
  - 根节点（A），叶子节点 （BCHIPQKLMN）
  - 树的深度（高度）4 （A-E-J-P）
  - 树的度6 （A有BCDEFG，最广的）
  - 孩子节点/父节点 （B相对于A）
  - 子树（比如以D为根的树）

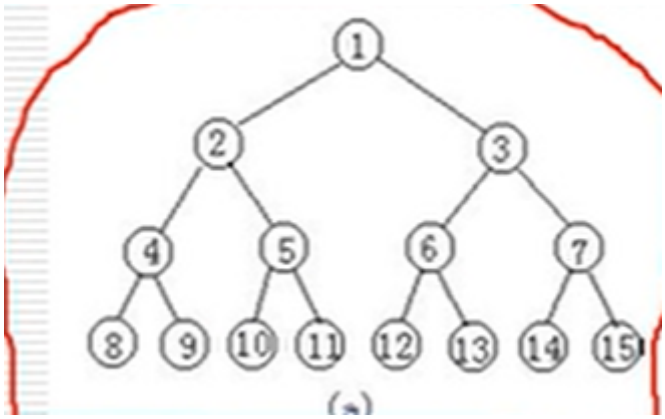


1.1 特殊且常用的树-- 二叉树

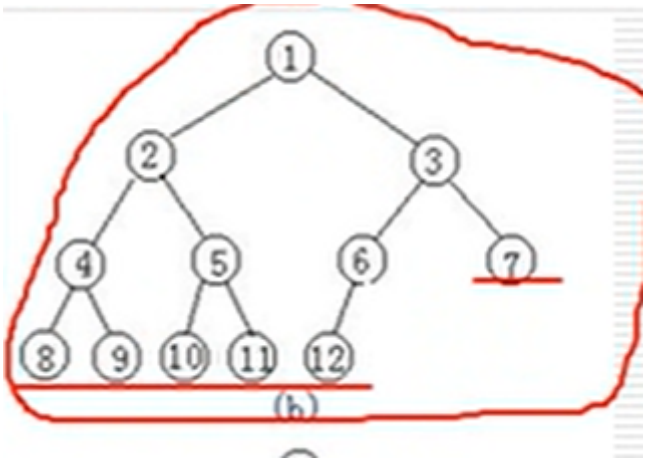
- 二叉树：度不超过2的树（节点最多有两个叉）

两种特殊的二叉树

- 满二叉树：一个二叉树，如果每一个层的节点数都达到最大值，则这个二叉树就是满二叉树。

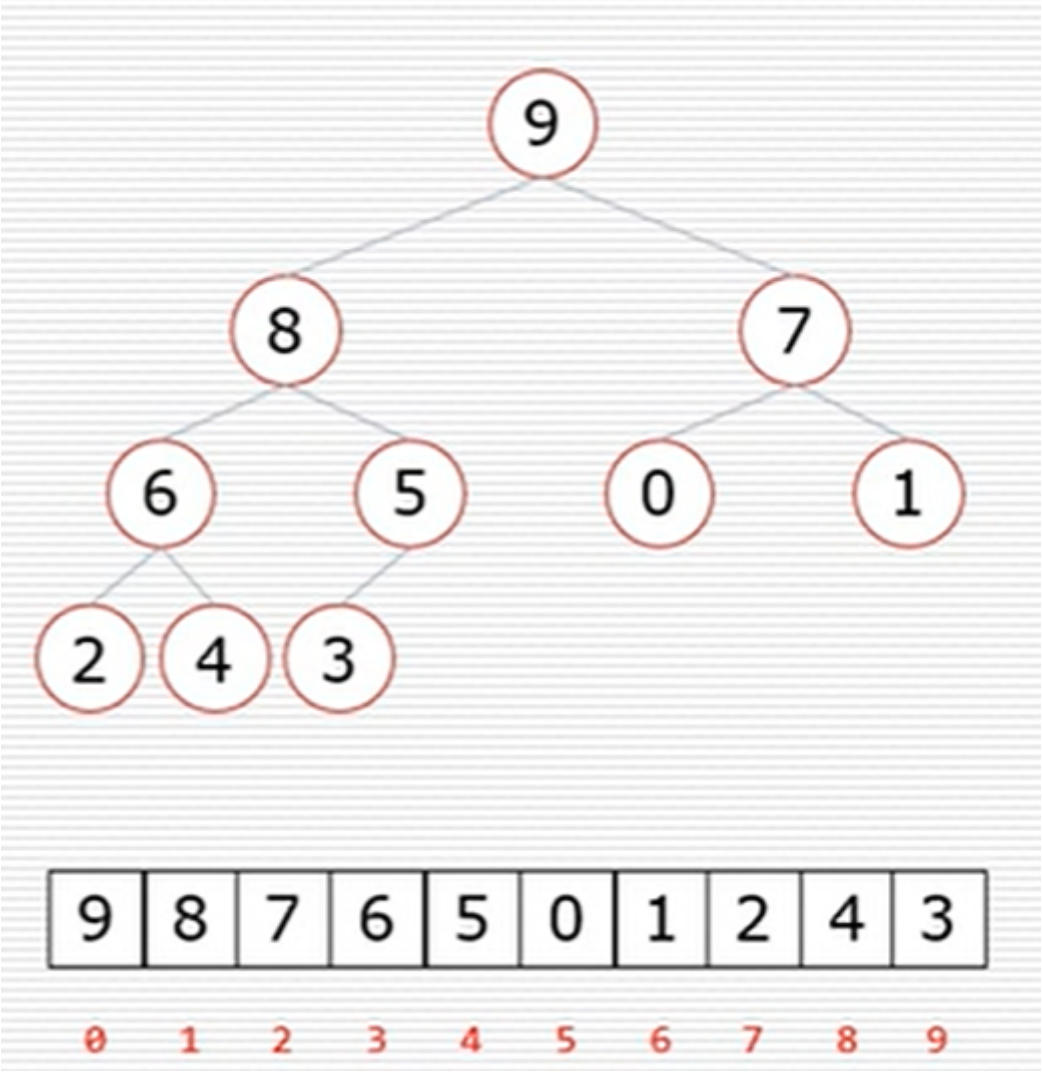


- 完全二叉树：叶节点只能出现在最下层和次下层，并且最下面一层的节点都集中在该层最左边的若干位置的二叉树。



1.2 二叉树的存储方式

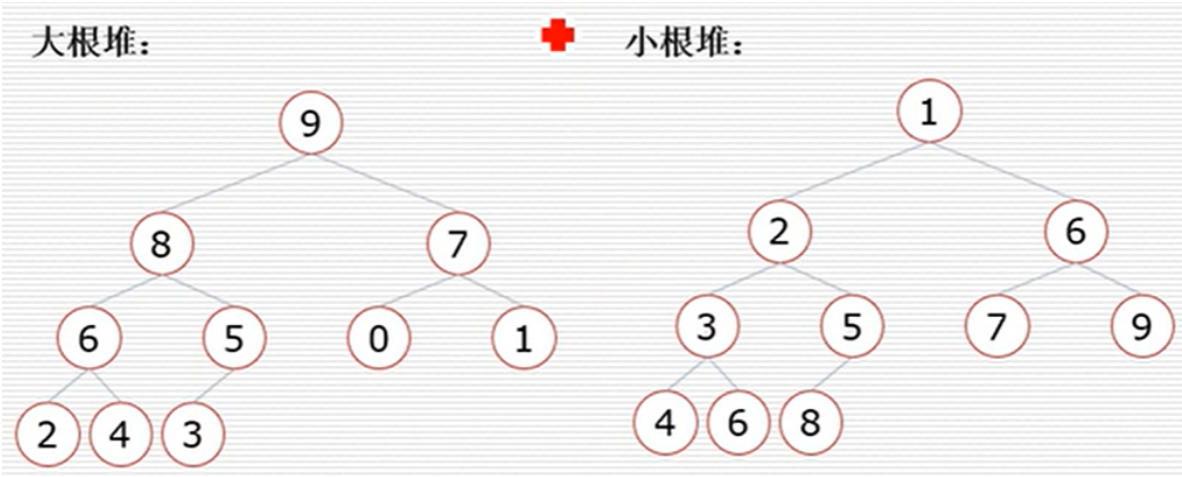
- 链式存储方式
- 顺序存储方式（列表）
- 完全二叉树写成列表形式后，父节点位置与孩子节点位置的关系表达式
  - 父节点位置是i，左孩子位置是2i+1
  - 父节点位置是i，右孩子位置是2i+2
  - 左孩子位置或者右孩子位置是i，父节点位置是（i-1）//2



2. 堆排序

2.1 堆（特殊的完全二叉树）

- 大根堆/大顶堆：一棵完全二叉树，满足任一节点都比其孩子节点大
- 小根堆/小顶堆：一棵完全二叉树，满足任一节点都比其孩子节点小

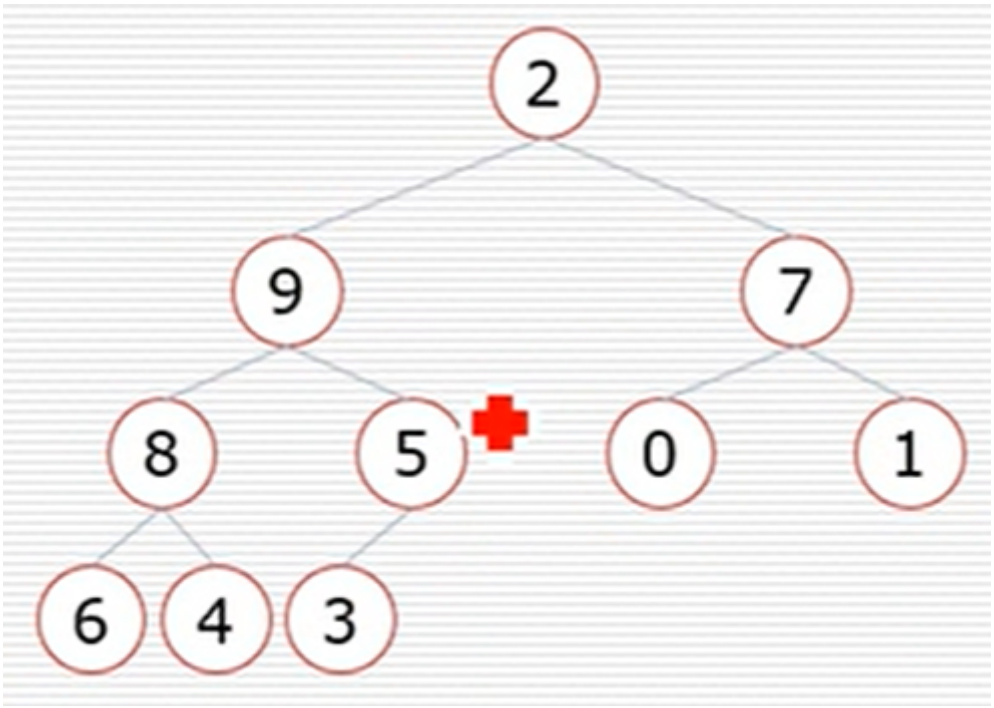


2.2 堆的向下调整性质

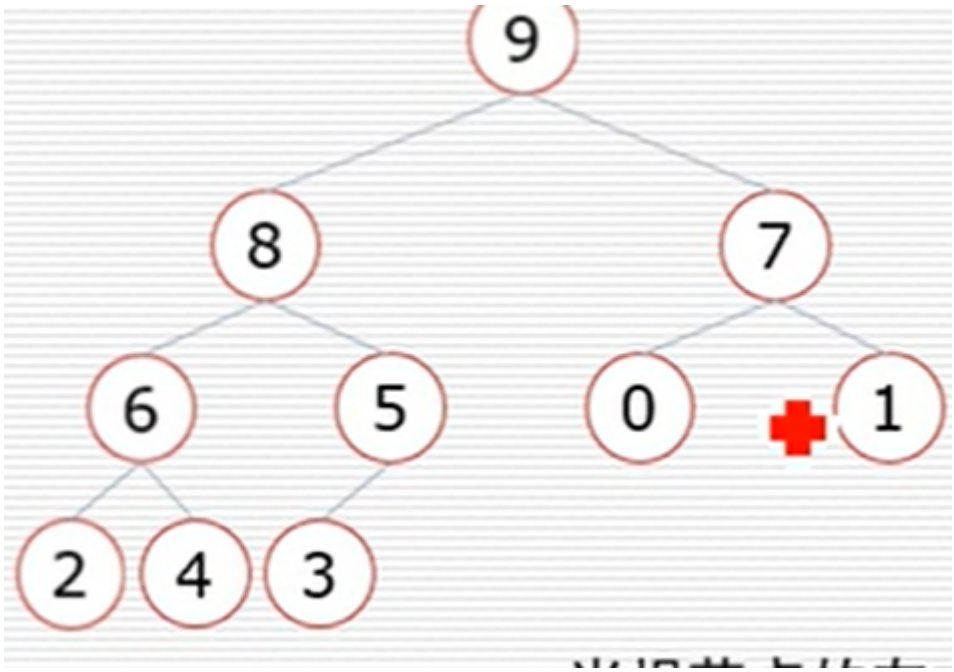
- 假设：节点的左右子树都是堆，但自身不是堆
- 当根节点的左右子树都是堆时，可以通过一次向下的调整来将其变换成一个堆。

- 具体过程，因为2比（9，7）这一层小，所以取下来放一边。用9代替2的位置。2尝试放入最开始9的位置，但是2比（8，5）小，8放在最开始9的位置，以此类推。。。

变换前：



变换后：

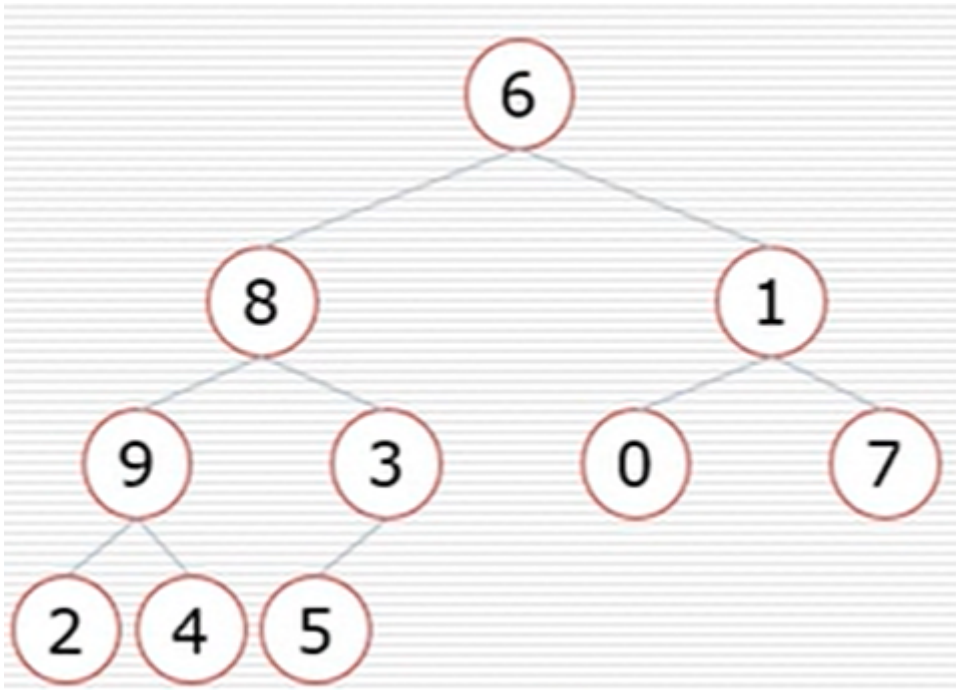


2.3 挨个出数

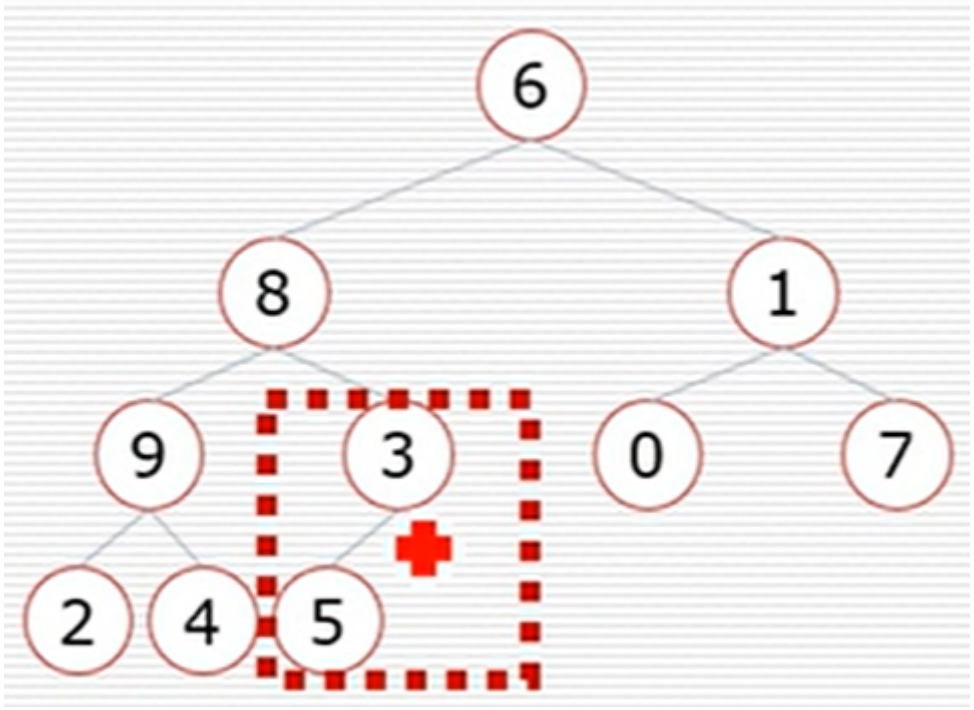
如上图，是一个完整的堆，9先出数，然后找最后一层的最后一个代理9的位置，进行堆的向下调整，调整完后出最顶上的数。以此类推。。。出完所有数。

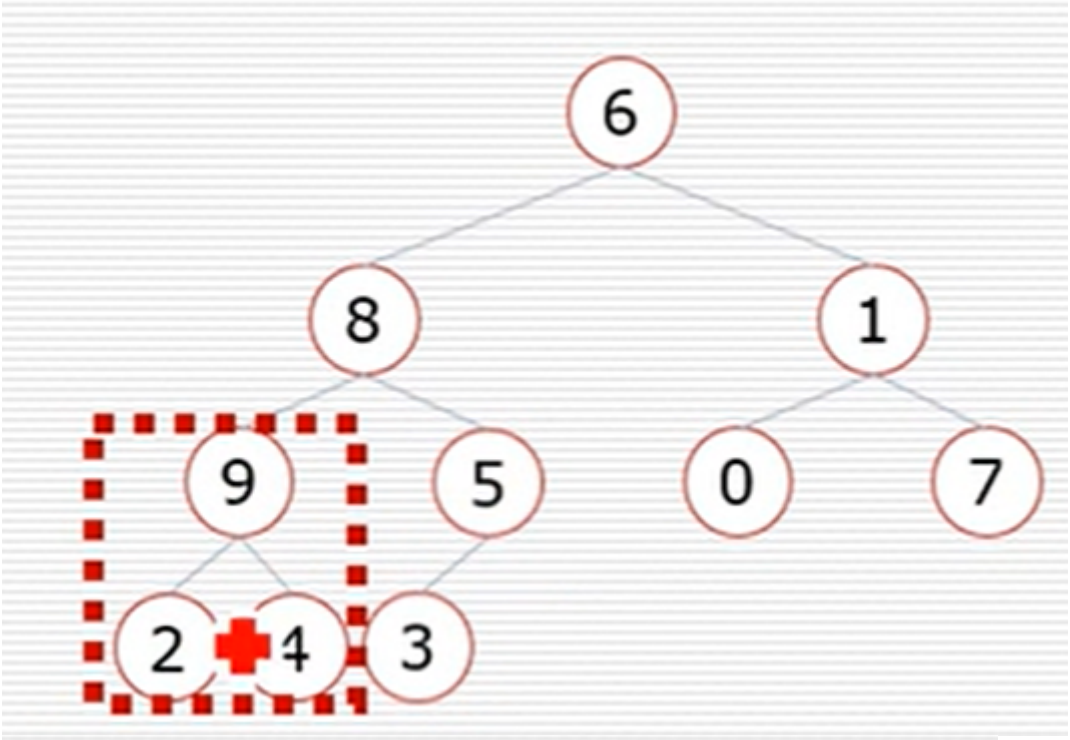
2.4 构造堆

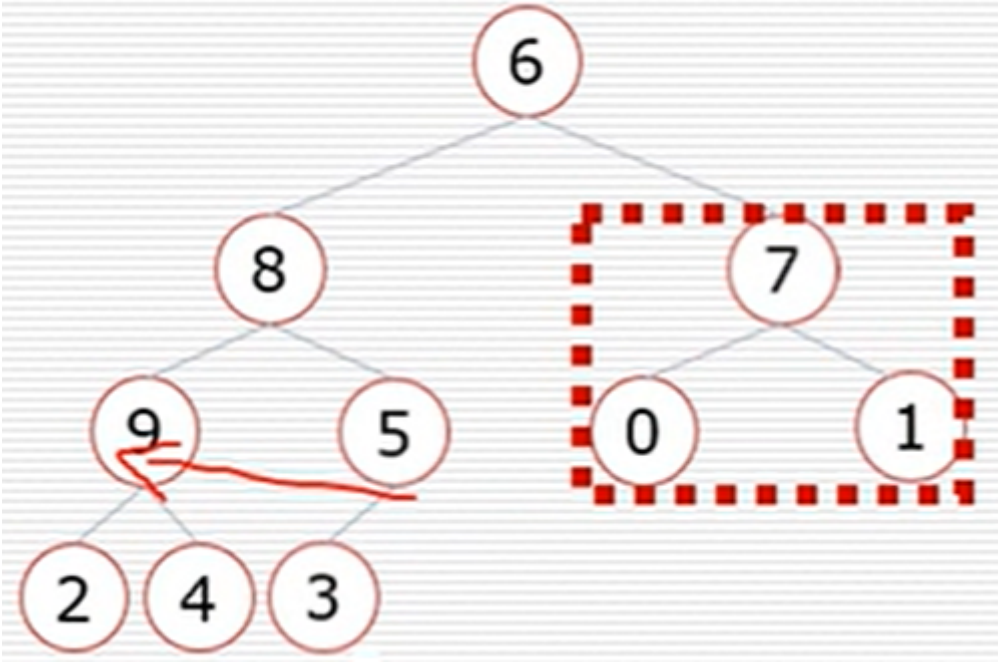
最开始的树

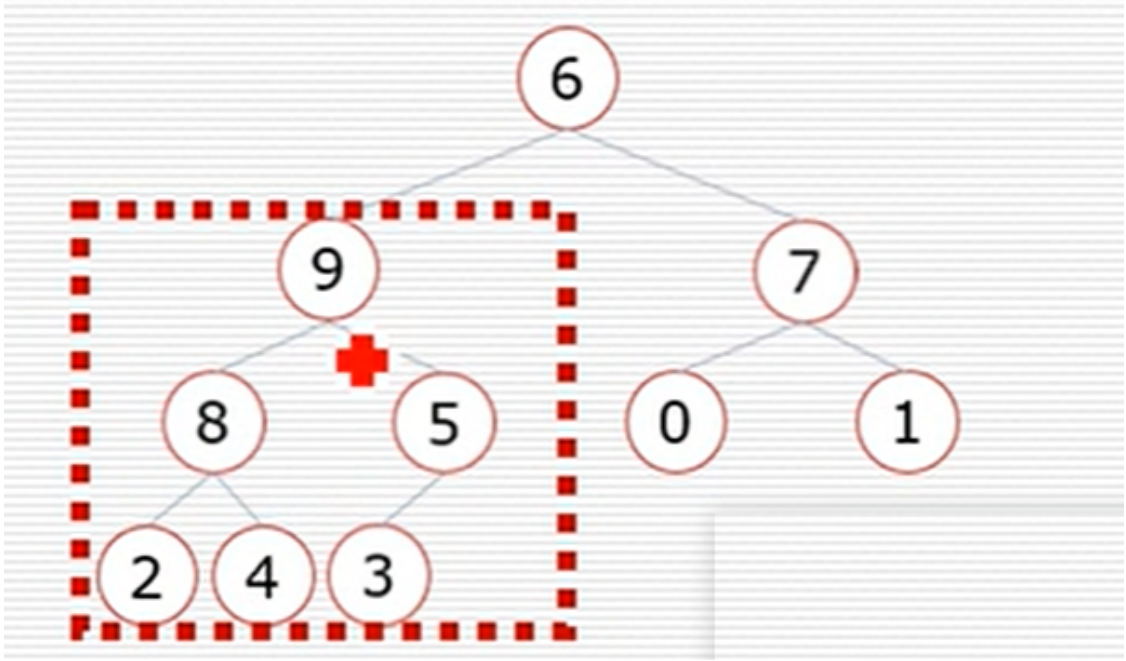


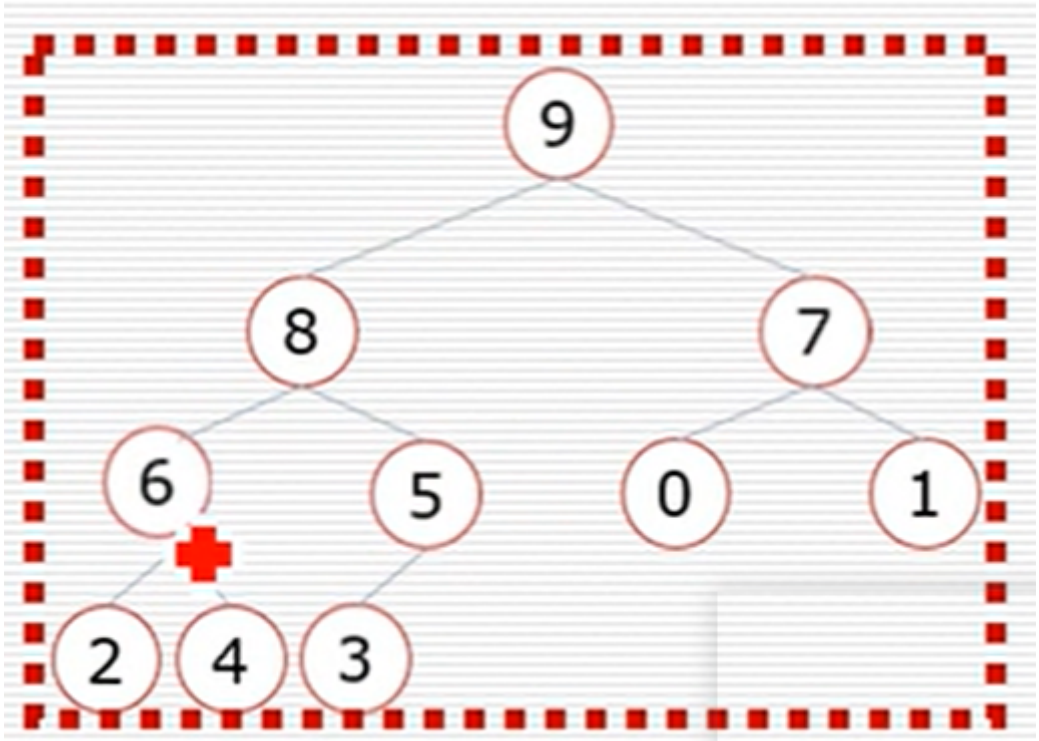
步骤：

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

2.5 堆排序总结

先运用堆的向下调整构造堆，再运用堆的向下调整挨个出数。

代码中sift（）是堆的向下调整函数，其时间复杂度为为logn，heap_sort()函数的构造堆和挨个出数的时间复杂都为nlogn，所以堆排序的时间复杂度为O(nlogn)

不稳定

最好时间复杂度：O(nlogn)

平均时间复杂度：O(nlogn)

最坏时间复杂度：O(nlogn)

2.6 代码

```
import random
```

```
from cal_time import *
def sift(li, low, high):#这是堆的向下调整函数
    # li表示树，low表示树根，high表示树最后一个节点的位置
    tem = li[low]
    i = low
    j = 2*i +1 #初始j指向空位的左孩子
    # i指向空位，j指向两个孩子
    while j <= high:#循环推退出的第二种情况：j>high,说明空位i是叶子节点
        if j+1 <= high and li[j] < li[j+1]:#如果右孩子存在并且比左孩子大，指向右孩子
            j += 1
        if li[j] > tmp:
            li[i] = li[j]
            i = j
            j = 2*i+1
        else:# 循环退出的第一种情况：j位置的值比tmp小，说明两个孩子都比tmp小
            break
    li[i] = tmp

@cal_time
def heap_sort(li):
    n = len(li)
    # 1. 构造堆
    for low in range(n//2-1, -1, -1):
        sift(li,low,n-1)
    # 2. 挨个出数
    for high in range(n-1,-1,-1):
        li[0], li[high] = li[high], li[0] #退休 棋子
        sift(li, 0,high-1)


li = list(range(100))
random.shuffle(li)
print(li)
heap_sort(li)
print(li)
```

2.7 Python内置堆模块

```
import heapq

li = [9,5,7,8,2,6,4,1,3]
heapq.heapify(li)
print(li)
heapq.heappush(li,0)
print(li)
item = heap.heappop(li)
print(item)
print(li)
```

- 利用heapq内置模块实现堆排序

```
def heapsort(li):
    h = []
    for value in li:#将h构造成堆的列表形式
        heappush(h, value)
    return [heappop(h) for i in range(len(h))]
```

3. 堆排序扩展 -- topK问题

- 现有n个数，设计算法找出前K大的数(k<n).
- 解决方法：（下个笔记）