

# 二次型



张晓平

武汉大学数学与统计学院



2017 年 12 月 19 日

# 目录

## 1. 往年试题

## 1. 往年试题

例 2.1 (05-06 上) 求二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 + x_1)^2$  的秩。

例 2.2 (05-06 上) 设二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3 - 2x_3x_1$ ,

1. 求二次型  $f$  的矩阵  $A$  的全部特征值;
2. 求可逆阵  $P$ , 使得  $P^{-1}AP$  为对角阵;
3. 计算  $\det(A^m)$

例 2.3 (05-06 下) 求二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3$  的正定性。

例 2.4 (06-07 上) 设二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2\lambda x_1 x_2 - 2x_1 x_3 + 4x_2 x_3$ , 试求该二次型的矩阵, 并指出  $\lambda$  取何值时,  $f$  正定?

例 2.5 (06-07 下) 设二次型  $f(x, y, z) = 3x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz$ ,

1. 用正交变换化二次型  $f$  为标准型, 并写出相应的正交阵;
2. 求  $f(x, y, z)$  在单位球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  上的最大值和最小值。



例 2.6 (06-07 下) 设二次型  $f(x, y, z) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ ,

1. 写出二次型  $f$  的矩阵  $A$ ;
2. 求出  $A$  的全部特征值和特征向量;
3. 化  $f$  为标准型;
4. 判断  $f$  是否正定。