线性代数

特征值与特征向量 矩阵的对角化

张晓平

数学与统计学院

Email: xpzhang.math@whu.edu.cn

Homepage: http://staff.whu.edu.cn/show.jsp?n=Zhang%20Xiaoping

目录

1 矩阵可对角化的条件

1 矩阵可对角化的条件

矩阵可对角化，即矩阵与对角阵相似。

定理

矩阵可对角化 $\Longleftrightarrow$ n阶矩阵有n个线性无关的特征向量

若$\mathbf{A}$与$\boldsymbol{\Lambda}$相似，则$\boldsymbol{\Lambda}$的主对角元都是$\mathbf{A}$的特征值。若不计λ_k的排列次序，则$\boldsymbol{\Lambda}$是唯一的，称$\boldsymbol{\Lambda}$为$\mathbf{A}$的相似标准型。

定理

A的属于不同特征值的特征向量是线性无关的。

推论

若$\mathbf{A}$有n个互不相同的特征值，则$\mathbf{A}$与对角阵相似。

定理

设$\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m$是$n$阶矩阵$\mathbf{A}$的$m$个互异特征值，对应于$\lambda_i$的线性无关的特征向量为$\mathbf{x}_{i_1}, \mathbf{x}_{i_2}, \cdots, \mathbf{x}_{i_{r_i}}(i = 1, 2, \cdots, m)$，则由所有这些特征向量构成的向量组线性无关。

定理

设λ_0为n阶矩阵$\mathbf{A}$的一个k重特征值，对应于λ_0的线性无关的特征向量的最大个数为l，则$k \geq l$。