《离散数学》复习题

一、填空题：

1．设 A= ϕ，则 P(A)=_______________，P(P(A))=_________________________，P(P(P(A)))=_________________________________。（其中，ϕ表示空集，P(A)表示集合 A 的幂集）

2．在 X={0，1}上，共有________________个以 1 开头，以 1 结尾的 8 位字符串。

3．对于 3 个命题变元（顺序为 P、Q、R），写出如下极小项（以 m 表示）和极大项（以 M 表示）：m_2=________________；M_2=________________；M_6=________________。

4．补充完整如下基本等价关系或基本蕴含关系：$\neg(G \wedge H)$ =___________、$\neg(\exists x)G(x)$ =_________________、$G \to H$ ，$H \to I \Rightarrow$_________________。

5．对于命题：“没有不犯错的人”，引入谓词：____，将其符号化为____。

6．A 为非空有限集，|A|=n，则 A 上可定义________个不同的关系、可定义________个不同的函数、可定义________个不同的双射函数。

7．设|A|=n，R 是集合 A 上的任意关系，则 r(R)=______________________、s(R)=__________________、t(R)=___________________。（其中，r(R)、s(R)、t(R)分别表示关系 R 的自反闭包、对称闭包、传递闭包）

8．设 f 是从集合 A 到 B 的函数，g 是从集合 B 到 C 的函数：

若 $f \circ g$ 是从 A 到 C 的满射，则____________________________________；

若 $f \circ g$ 是从 A 到 C 的单射，则____________________________________；

若 $f \circ g$ 是从 A 到 C 的双射，则____________________________________。

9．设有代数系统 B=＜S，*＞，其中载体 S={a, b, c, d}，二元运算*定

义为：

*	a	b	c	d
a	a	a	b	a
b	a	b	a	b
c	a	a	c	c
d	a	b	d	d

在如下 5 个 S 的子集中，可以成为代数系统 B 的子代数载体的有________________________。

① $S_1=\{a, b\}$； ② $S_2=\{a, c\}$； ③ $S_3=\{a, d\}$；

④ $S_4=\{b, c\}$； ⑤ $S_5=\{b, d\}$。

10．实数集上的二元运算“*”定义为：$x*y=|xy|$，则运算*（满足/不满足）_____________交换律、（满足/不满足）_____________结合律、其单位元（有，写出/无）______________。

二、证明：任选 8 个整数，当用 7 去除时，它们当中至少有两个数有相同的余数。

三、1．用等价公式转换法证明：$P\to(Q\to R)=Q\to(P\to R)$；

2 用真值表法求公式$A=\neg P\wedge Q\to R$的主析取范式和主合取范式。

四、设 A 为非空集合，定义幂集 P(A)上的“包含于”关系“⊆”。

1．证明：⊆为 P(A)上的偏序关系；

2．对 A={a，b，c}，画出偏序集〈P(A)，⊆〉的哈斯图；

3．对于上述 P(A)的子集 B={{a}, {b}, {a, b}}，求 B 的最大元、最小元、极大元、极小元、上界、下界、上确界和下确界。

五、1．符号化如下论断，并用演绎法验证论断是否正确。

如果 6 是偶数，则 2 不能整除 7；或者 5 不是素数，或者 2 整除 7；5 是素数；因此，6 是奇数。

2．用演绎法证明下面推理的正确性

$$(\forall x)\big(P(x)\to Q(x)\big)，\neg(\forall x)\big(P(x)\to R(x)\big)，$$

$$\Rightarrow(\exists x)(Q(x)\wedge\neg R(x))$$

六、设 R，S 是定义在非空集合 A 上的关系，证明：若 R，S 是传递的，则$R\cap S$也是传递的。

七、设〈R，+〉与〈R^+，×〉是代数系统，其中 R 为实数集，R^+为正实数集，“+”、“×”分别为数的加法和乘法运算。定义映射

f：$R\to R^+$，$f(x)=e^x$，

证明：f 是〈R，+〉到〈R^+，×〉的同构映射。