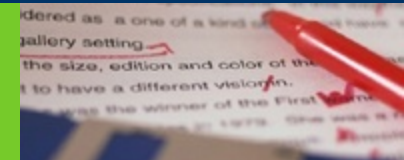




种群竞争模型

主讲人：泰山教育 小石老师

模型背景



当两个种群为争夺同一食物来源和生存空间相互竞争时，常见的结局是，竞争力弱的灭绝，竞争力强的达到环境容许的最大容量。

使用种群竞争模型可以描述两个种群相互竞争的过程，分析产生各种结局的条件。

模型假设

有甲乙两个种群，它们独自生存时数量变化均服从Logistic规律

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{N_1}\right) \quad \frac{dy}{dt} = r_1 y \left(1 - \frac{y}{N_1}\right)$$

两种群在一起生存时，乙对甲增长的阻滞作用与乙的数量成正比；甲对乙有同样作用

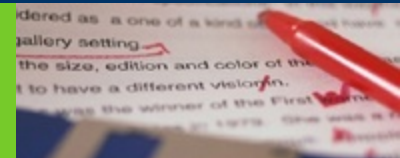
竞争模型

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{n_1} - s_1 \frac{y}{n_2} \right)$$

$$\frac{dy}{dt} = r_2 y \left(1 - \frac{y}{n_2} - s_2 \frac{x}{n_1} \right)$$

其中 $x(t), y(t)$ 分别为甲乙两种群的数量， r_1, r_2 为它们的固有增长率， n_1, n_2 为它们的最大容量。 s_1 的含义是对于供养甲的资源来说，单位数量的乙(相对 n_2)的消耗为单位数量甲(相对 n_1)消耗的 s_1 倍， s_2 同理。

MATLAB求解



程序如下：

fun.m:

```
function dx=fun(t,x,r1,r2,n1,n2,s1,s2)
```

```
r1=1;
```

```
r2=1;
```

```
n1=100;
```

```
n2=100;
```

```
s1=0.5;
```

```
s2=2;
```

```
dx=[r1*x(1)*(1-x(1)/n1-s1*x(2)/n2);r2*x(2)*(1-s2*x(1)/n1-x(2)/n2)];
```

p3.m:

```
h=0.1;%所取时间点间隔
```

```
ts=[0:h:30];%时间区间
```

```
x0=[10,10];%初始条件
```

```
opt=odeset('reltol',1e-6,'abstol',1e-9);%相对误差1e-6，绝对误差1e-9
```

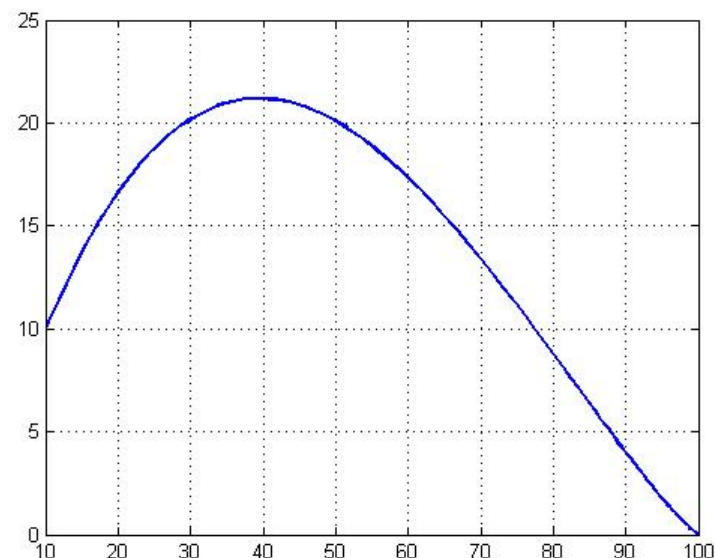
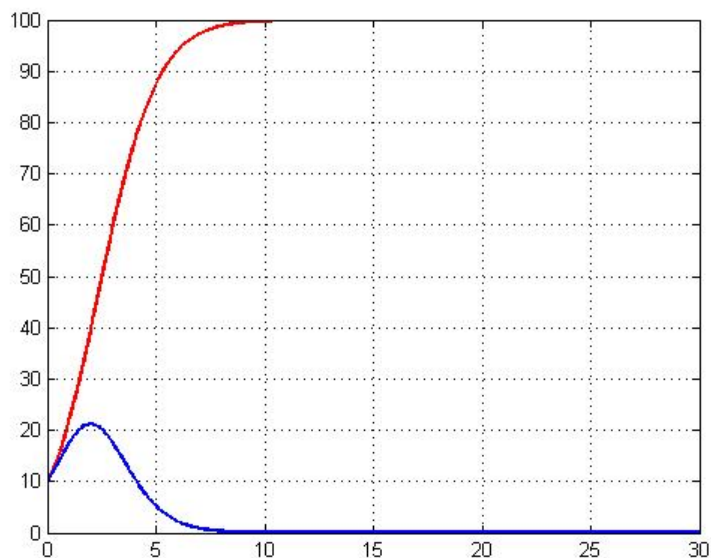
```
[t,x]=ode45(@fun,ts,x0,opt);%使用5级4阶龙格—库塔公式计算
```

```
plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'b','LineWidth',2),grid;
```

```
pause;
```

```
plot(x(:,1),x(:,2),'LineWidth',2),grid %作相轨线
```

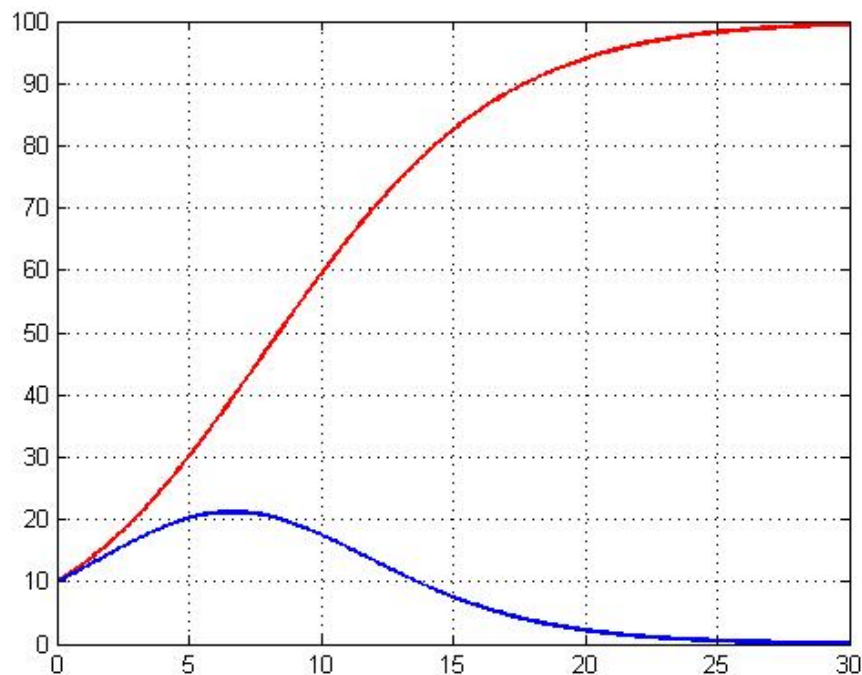
结果分析



最后数值稳定在 $x=100, y=0$ 上，即物种甲达到最大值，物种乙灭绝。

结果分析

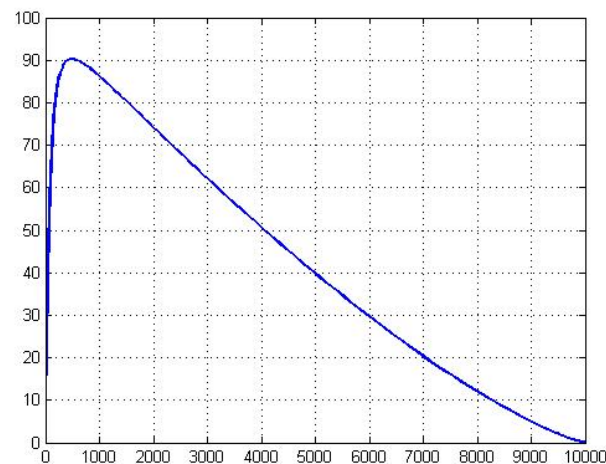
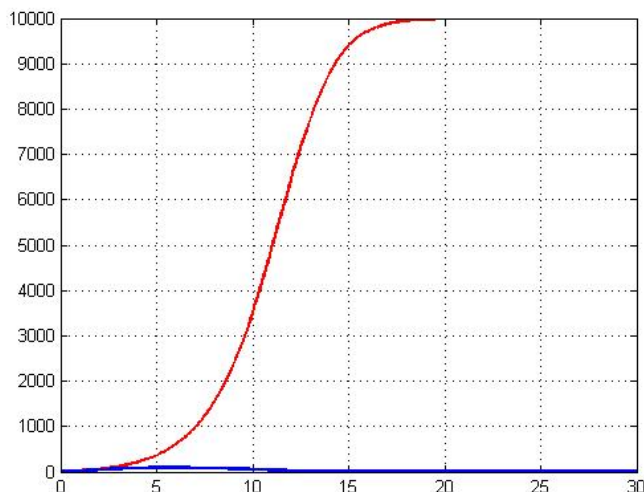
改变 r_1, r_2 :
 $r_1=r_2=0.3$



我们可以看到甲乙两物种最终结果仍然是甲达到数量极限而乙灭绝，但与原先不同的是变化速度减缓了，这是由于自然增长率 r_1, r_2 变小的缘故（相当于变化率减小）。

结果分析

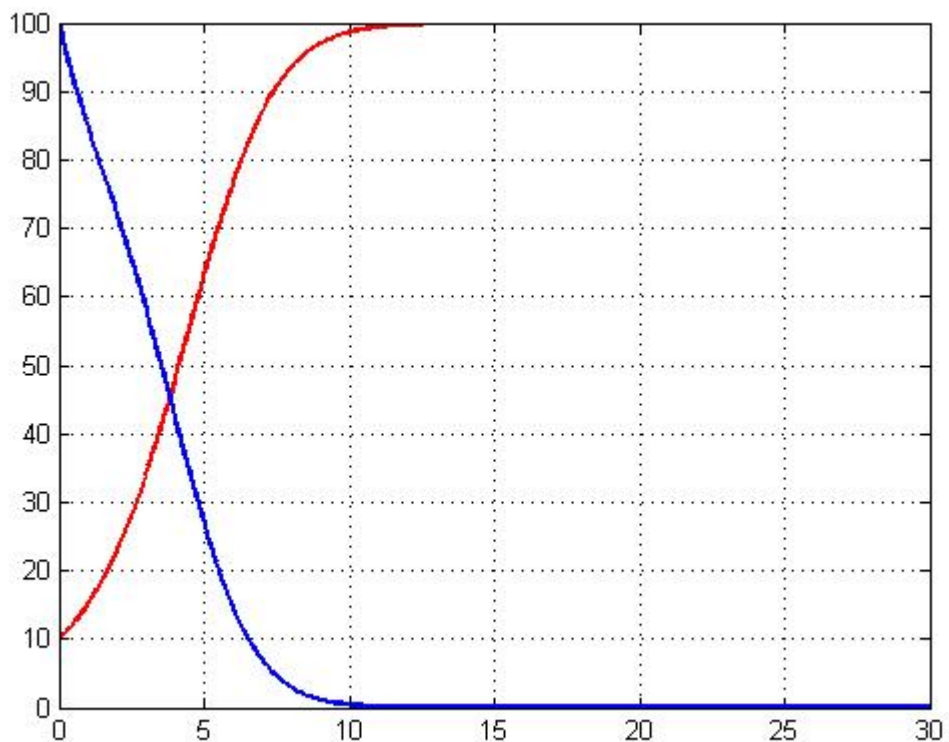
改变 $n1, n2$:
 $n1=10000$,
 $n2=100$



由于一开始甲物种的数量相对较少，所以乙物种得以快速增长，数量一度达到90以上，但最终仍然灭绝。物种容量的改变并不能影响最终谁会灭绝

结果分析

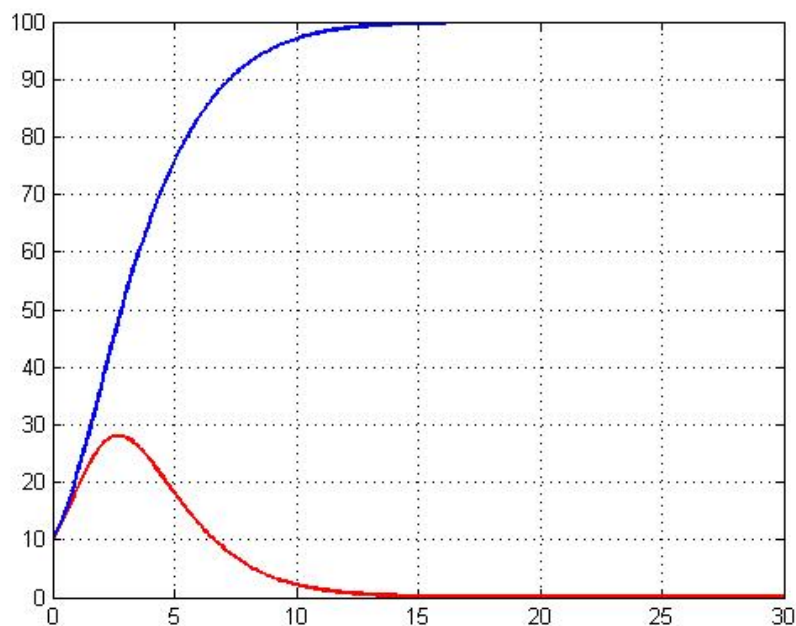
改变 x_{10}, x_{20} :
 $x_{10}=10, x_{20}=100$:



乙物种的初始数量大使其灭绝时间稍稍延后，但它灭绝的趋势不变。综上，无论怎样改变 $r_1, r_2, n_1, n_2, x_0, y_0$ ，都改变不了最后甲物种存活并达到数量最大且乙物种灭绝的结果。

结果分析

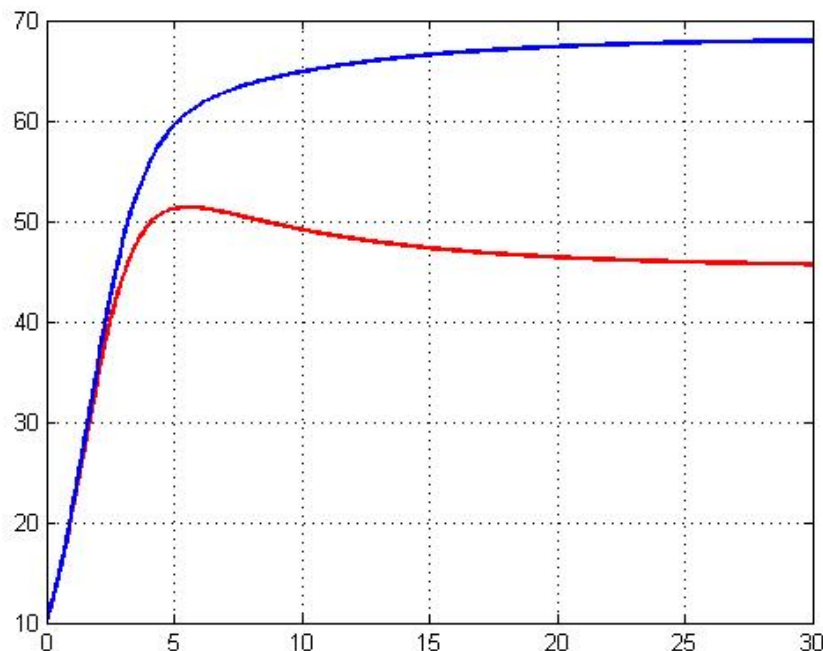
$$s_1 > 1, s_2 < 1$$
$$s_1 = 1.5, s_2 = 0.7$$



最后甲物种灭绝，乙物种存活并达到数量极限。

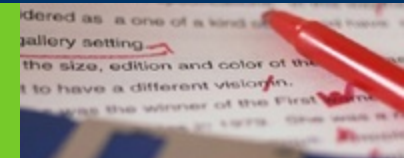
结果分析

$s_1 < 1, s_2 < 1$
 $s_1 = 0.8, s_2 = 0.7$



最后稳定在 $x = 45.4546$ $y = 68.1818$ 上。两物种共存。

应用举例



不同企业推出的类似产品可应用种群
竞争模型



Thank You !