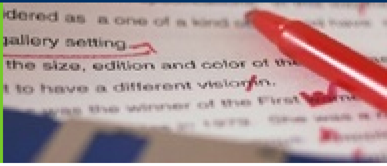
多属性决策模型

主讲人：泰山教育　　小石老师

多属性决策简介

多属性决策是现代决策科学的一个重要组成部分，它的理论和方法在工程设计、经济、管理和军事等诸多领域中有着广泛的应用，如：投资决策、项目评估、维修服务、武器系统性能评定、工厂选址、投标招标、产业部门发展排序和经济效益综合评价等．多属性决策的实质是利用已有的决策信息通过一定的方式对一组(有限个)备选方案进行排序或择优．它主要由两部分组成：(1) 获取决策信息．决策信息一般包括两个方面的内容：属性权重和属性值(属性值主要有三种形式：实数、区间数和语言)．其中，属性权重的确定是多属性决策中的一个重要研究内容；(2) 通过一定的方式对决策信息进行集结并对方案进行排序和择优．

加权算术平均算子



信息集结方法有很多，如：加权算术平均(WAA)算子、加权几何平均(WGA)算子：有序加权平均(OWA)算子，这一节主要介绍WAA

设函数$WAA: R^n \to R$，$(a_1, a_2, \cdots, a_n)$是一组给定的数据，若

$$WAA_w(a_1, a_2, \cdots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j a_j$$

其中 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^T$ 是数据组 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 的权重

向量，$w_j \in [0,1]$ $1 \le j \le n$ $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ R为实数集.则称

函数WAA为加权算术平均算子（weighted arithmetic averaging（WAA） operator）。

加权算术平均算子实例

例 我校教学水平评估，在4项指标：办学指导思想，学风，教学效果，特色项目．得分为数据组$(91,82,83,93)$ 4项指标的权重向量为$w=(0.4,0.1,0.2,0.3)^T$，则加权平均综合得分为

$$
\begin{aligned}
&WAA_w(91,82,83,93)\\
&=91\times0.4+82\times0.1+83\times0.2+93\times0.3\\
&=89.1
\end{aligned}
$$

属性值的归一化处理

属性类型一般有效益型、成本型、固定型、偏离型、区间型、偏离区间型等，其中效益型属性是指属性值越大越好的属性，成本型属性是指属性值越小越好的属性，固定型属性是指属性值越接近某个固定值α_i越好的属性，偏离型属性是指属性值越偏离某个固定值β_j越好的属性。区间型属性是指属性值越接近某个固定区间$[q_1^j, q_2^j]$(包括落入该区间)越好的属性，偏离区间型属性是指属性值越偏离某个固定区间$[q_1^j, q_2^j]$越好的属性。为了消除不同物理量纲对决策结果的影响，决策时可按下列公式对数据进行规范化处理：

属性值的归一化处理

若属性值为效益型，则令

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max_{i} a_{ij}}$$

或

$$r_{ij} = \frac{a_{ij} - \min_{i} a_{ij}}{\max_{i} a_{ij} - \min_{i} a_{ij}}$$

属性值的归一化处理

若属性值为成本型，则令

$$r_{ij} = \frac{\min\limits_{i} a_{ij}}{a_{ij}}$$

或

$$r_{ij} = \frac{\max\limits_{i} a_{ij} - a_{ij}}{\max\limits_{i} a_{ij} - \min\limits_{i} a_{ij}}$$

属性值的归一化处理

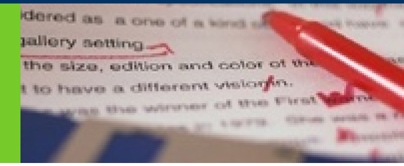
若属性值为固定型，则令

$$r_{ij} = 1 - \frac{a_{ij} - \alpha_j}{\max\limits_i |a_{ij} - \alpha_j|}$$

若属性值为偏离型，则令

$$r_{ij} = |a_{ij} - \beta_j| - \frac{\min\limits_i |a_{ij} - \beta_j|}{\max\limits_i |a_{ij} - \beta_j| - \min\limits_i |a_{ij} - \beta_j|}$$

属性值的归一化处理



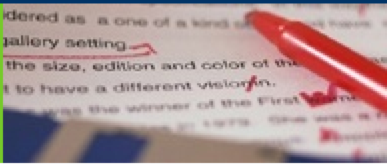
若属性值为区间型，则令

$$r_{ij}=\begin{cases}1-\dfrac{\max(q_1^j-a_{ij},a_{ij}-q_2^j)}{\max(q_1^j-\min\limits_i a_{ij},\max\limits_i a_{ij}-q_2^j)} & a_{ij}\notin[q_1^j,q_2^j]\\ 1 & a_{ij}\in[q_1^j,q_2^j]\end{cases}$$

若属性值为偏离区间型，则令

$$r_{ij}=\begin{cases}\dfrac{\max(q_1^j-a_{ij},a_{ij}-q_2^j)}{\max(q_1^j-\min\limits_i a_{ij},\max\limits_i a_{ij}-q_2^j)} & a_{ij}\notin[q_1^j,q_2^j]\\ 0 & a_{ij}\in[q_1^j,q_2^j]\end{cases}$$

多属性决策模型实例



例　　投资银行拟对某市4家企业(方案）进行投资，抽取下列5项指标(属性)进行评估：

—产值(万元)；

—投资成本(万元)；

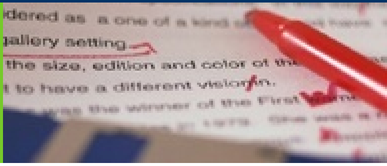
—销售额(万元)；

—国家收益比重；

—环境圬染程度。

投资银行考察了上年度4家企业的上述指际情况(其中污染程度系有环保部门历时检 测并量化)，所得评估结果如表1.2 所示。在各项指行中，投资成本、环境污染程度为成本型，其他为效益型．属性权重信息完全未知，试确定最佳投资方案．

实例中的属性值归一化处理



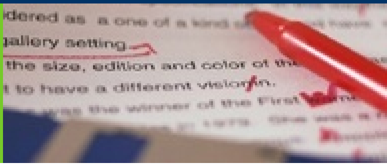
归一化处理前的决策矩阵

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
x_1	8350	5300	6135	0.82	0.17
x_2	7455	4952	6527	0.65	0.13
x_3	11000	8001	9008	0.59	0.15
x_4	9624	5000	8892	0.74	0.28

归一化处理后的决策矩阵

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
x_1	0.7455	0.9343	0.6811	1.0000	0.7647
x_2	0.6777	1.0000	0.7246	0.7926	1.0000
x_3	1.0000	0.6189	1.0000	0.7195	0.8667
x_4	0.8749	0.9904	0.9871	0.9024	0.4643

计算属性权重



对5个属性构建成对比较阵，计算属性权重

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 3 & 3 & 3\\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & 1 & 1\\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & 1 & 1\\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & 1 & 1\\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

u_1到u_5的权重分别为：$[0.4286, 0.1429, 0.1429, 0.1429, 0.1429]$

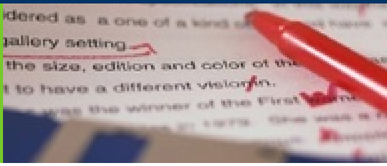
由属性权重和属性值计算总得分

u_1到u_5的权重分别为：[0. 4286, 0. 1429, 0. 1429, 0. 1429, 0. 1429]

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
x_1	0.7455	0.9343	0.6811	1.0000	0.7647
x_2	0.6777	1.0000	0.7246	0.7926	1.0000
x_3	1.0000	0.6189	1.0000	0.7195	0.8667
x_4	0.8749	0.9904	0.9871	0.9024	0.4643

$$WAA_1(a_1, a_2, \mathbf{n}, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j a_j = 0.7455\times 0.4286 + 0.9343\times 0.1429 + 0.6811\times 0.1429 + 1\times 0.1429 + 0.7647\times 0.1420$$

做出最后决策



企业1-4的得分分别为：

0.80 0.79 0.89 0.85

所以应该投资企业3

Thank You !