

目 录

第一篇 一元函数微积分

第一章 极限与连续	3
§ 1 函数	3
函数概念	3
函数的图象	5
函数的性质	6
复合函数	8
反函数	9
初等函数	10
习题	13
§ 2 数列的极限	15
几个例子	15
无穷小量	17
无穷小量的运算	18
数列的极限	21
收敛数列的性质	22
单调有界数列	26
Cauchy 收敛准则	29
习题	30
§ 3 函数的极限	31
自变量趋于有限值时函数的极限	31
极限的性质	34

单侧极限	38
自变量趋于无限时函数的极限	38
曲线的渐近线	42
习题	44
§ 4 连续函数	45
函数在一点的连续性	46
函数的间断点	48
区间上的连续函数	49
闭区间上连续函数的性质	50
无穷小和无穷大的连续变量	52
习题	56
第二章 微分与导数	58
§ 1 微分与导数的概念	58
一个实例	58
微分的概念	60
导数的概念	62
导数的意义	63
微分的几何意义	67
习题	67
§ 2 求导运算	68
几个初等函数的导数	68
四则运算的求导法则	70
复合函数求导的链式法则	72
反函数的求导法则	75
基本初等函数的导数表	77
对数求导法	78
高阶导数	80
习题	83
§ 3 微分运算	84
基本初等函数的微分公式	85
微分运算法则	86

一阶微分的形式不变性	86
隐函数求导法	86
由参数方程确定的函数求导法	89
微分的应用:近似计算	91
微分的应用:误差估计	93
习题	94
§ 4 微分学中值定理	96
局部极值与 Fermat 定理	96
Rolle 定理	97
微分学中值定理	99
Cauchy 中值定理	101
习题	102
§ 5 L'Hospital 法则	103
$\frac{0}{0}$ 型的 L'Hospital 法则	104
$\frac{\infty}{\infty}$ 型的极限	105
其他不定型的极限	106
习题	109
§ 6 Taylor 公式	110
带 Peano 余项的 Taylor 公式	110
带 Lagrange 余项的 Taylor 公式	112
Maclaurin 公式	113
习题	116
§ 7 函数的单调性和凸性	117
函数的单调性	117
函数的极值	120
最大值和最小值	122
函数的凸性	126
曲线的拐点	129
函数图象的描绘	130
习题	133

§ 8	函数方程的近似求解	135
	计算实习题	138
第三章	一元函数积分学	140
§ 1	定积分的概念、性质和微积分基本定理	140
	面积问题	141
	路程问题	142
	定积分的定义	143
	定积分的性质	146
	原函数	148
	微积分基本定理	150
	习题	151
§ 2	不定积分的计算	153
	不定积分	153
	基本不定积分表	154
	不定积分的线性性质	154
	第一类换元积分法(凑微分法)	156
	第二类换元积分法	159
	分部积分法	163
	有理函数的积分	167
	某些无理函数的积分	171
	三角函数有理式的积分	173
	习题	176
§ 3	定积分的计算	179
	分部积分法	179
	换元积分法	180
	数值积分	185
	习题	189
§ 4	定积分的应用	190
	微元法	190
	面积问题(直角坐标下的区域)	192
	面积问题(极坐标下的区域)	193

已知平行截面面积求体积	194
旋转体的体积	196
曲线的弧长	196
旋转曲面的面积	198
由分布密度求分布总量	200
质量	201
引力	201
液体对垂直壁的压力	203
动态过程的累积效应:功	203
习题	206
§ 5 广义积分	208
无穷限的广义积分	208
比较判别法	211
无界函数的广义积分	212
Cauchy 主值积分	216
Γ 函数	218
B 函数	220
习题	222

第二篇 线性代数与空间解析几何

第四章 矩阵和线性方程组	226
§ 1 从多元一次方程组谈起	226
习题	229
§ 2 向量与矩阵	230
向量	230
矩阵	230
矩阵的运算	234
分块矩阵及运算	241
习题	244
§ 3 行列式	246
n 阶行列式的定义	246

行列式的性质	249
习题	256
§ 4 逆阵	258
逆阵的定义	258
用初等变换求逆阵	262
Cramer 法则	266
习题	267
§ 5 向量的线性关系	269
线性相关与线性无关	269
与线性关系有关的性质	272
习题	278
§ 6 秩	279
向量组的秩	279
矩阵的秩	282
习题	287
§ 7 线性方程组	288
齐次线性方程组	288
非齐次线性方程组	296
Gauss 消去法	305
Jacobi 迭代法	308
习题	311
第五章 线性空间和线性变换	313
§ 1 线性空间	313
线性空间	313
线性空间的基与坐标	318
习题	325
§ 2 线性变换及其矩阵表示	326
几个简单的几何变换	326
线性变换及其矩阵表示	329
习题	337
§ 3 特征值问题	338

特征值和特征向量	338
特征值和特征向量的性质	341
利用特征值和特征向量化简矩阵	346
习题	351
§ 4 内积和正交变换	351
Euclid 空间	351
正交基	354
正交矩阵和正交变换	357
酉空间	360
习题	361
§ 5 正交相似变换和酉相似变换	363
正交相似变换和酉相似变换	363
正交(酉)相似对角阵	365
习题	370
§ 6 二次型及其标准形式	370
一个例子	370
二次型与对称矩阵	374
化二次型为标准形的几种方法	377
习题	383
§ 7 正定二次型	384
惯性定理	384
正定二次型和正定矩阵	386
二次曲线的分类	392
用 Cholesky 分解解线性方程组	393
习题	395
第六章 空间解析几何	397
§ 1 向量的外积与混合积	397
习题	402
§ 2 平面和直线	402
平面方程的几种形式	402
直线方程的几种形式	405

点到平面、直线的距离	410
交角	412
习题	415
§ 3 曲面、曲线和二次曲面	417
曲面方程	417
空间曲线方程	421
二次曲面	423
习题	433

目 录

第三篇 多元函数微积分

第七章 多元函数微分学	2
§ 1 多元函数的极限与连续	2
\mathbf{R}^n 中的点集	2
多元函数	4
多元函数的极限	6
多元函数的连续性	8
有界闭区域上连续函数的性质	10
$\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ 的映射(向量值函数)	10
习题	13
§ 2 全微分与偏导数	14
全微分	14
偏导数	16
偏导数与全微分的计算	19
空间曲面的切平面(1)	20
高阶偏导数	22
可微映射	25
空间曲线的切线(1)	28
习题	29
§ 3 链式求导法则	31
多元函数求导的链式法则	31
全微分的形式不变性	36
复合映射的导数	37
坐标变换下的微分表达式	39

习题	43
§ 4 隐函数微分法及其应用	45
一元函数的隐函数存在定理	46
多元函数的隐函数存在定理	47
多元函数组的隐函数存在定理	49
空间曲面的切平面(2)	53
空间曲线的切线(2)	56
习题	59
§ 5 方向导数 梯度	60
方向导数	60
数量场的梯度	63
等值面的法向量	65
势场	66
习题	67
§ 6 Taylor 公式	68
二元函数的 Taylor 公式	68
n 元函数的 Taylor 公式	73
习题	74
§ 7 极值	75
多元函数的无条件极值	75
函数的最值	80
最小二乘法	82
条件极值	89
习题	95
计算实习题	96
第八章 多元函数积分学	98
§ 1 重积分的概念及其性质	98
重积分概念的背景	98
重积分的概念	100
重积分的性质	101
习题	103

§ 2	二重积分的计算	103
	直角坐标系下二重积分的计算	103
	二重积分的变量代换法	108
	极坐标系下二重积分的计算	112
	习题	114
§ 3	三重积分的计算及应用	116
	直角坐标系下三重积分的计算	116
	三重积分的变量代换	120
	柱坐标变换和球坐标变换	120
	重积分的应用:重心与转动惯量	124
	重积分的应用:引力	126
	习题	128
§ 4	两类曲线积分	130
	曲线的弧长	130
	第一类曲线积分的概念及性质	131
	第一类曲线积分的计算	132
	第二类曲线积分的概念及性质	137
	第二类曲线积分的计算	139
	两类曲线积分的关系	141
	习题	142
§ 5	第一类曲面积分	144
	曲面的面积	144
	第一类曲面积分的概念	148
	第一类曲面积分的计算	148
	习题	151
§ 6	第二类曲面积分	152
	曲面的侧与有向曲面	152
	第二类曲面积分的概念及性质	154
	第二类曲面积分的计算	157
	习题	162
§ 7	Green 公式和 Stokes 公式	163

Green 公式	163
Stokes 公式	169
习题	175
§ 8 旋度和无旋场	176
环量和旋度	176
无旋场、保守场和势场	180
原函数	185
习题	188
§ 9 Gauss 公式和散度	189
流场的流出量	189
Gauss 公式	193
散度	198
Hamilton 算符和 Laplace 算符	202
习题	204
第九章 级数	206
§ 1 数项级数	206
级数的概念	206
级数的基本性质	210
级数的 Cauchy 收敛准则	212
正项级数的比较判别法	214
正项级数的 Cauchy 判别法与 d'Alembert 判别法	218
正项级数的积分判别法	221
Leibniz 级数	223
任意项级数的 Abel 判别法与 Dirichlet 判别法 *	225
更序级数 *	226
级数的乘法	228
习题	231
§ 2 幂级数	233
函数项级数	233
幂级数	235
幂级数的收敛半径	235

幂级数的性质	238
Taylor 级数与余项公式	247
初等函数的 Taylor 展开	250
习题	259
§ 3 Fourier 级数	260
周期为 2π 的函数的 Fourier 展开	261
正弦级数和余弦级数	264
任意周期的函数的 Fourier 展开	268
Fourier 级数的收敛性	269
最佳平方逼近	274
习题	277
§ 4 Fourier 变换初步	279
Fourier 变换和 Fourier 逆变换	279
Fourier 变换的性质	282
离散 Fourier 变换	286
习题	289

第四篇 常微分方程

第十章 常微分方程	292
§ 1 常微分方程的概念	292
习题	295
§ 2 一阶常微分方程	295
变量可分离方程	296
数学建模	298
齐次方程	300
全微分方程	306
线性方程	309
Bernoulli 方程	314
习题	316
§ 3 二阶线性微分方程	319
二阶线性微分方程	319

线性微分方程的解的结构	321
二阶常系数齐次线性微分方程	325
二阶常系数非齐次线性微分方程	329
Euler 方程	338
习题	340
§ 4 可降阶的高阶微分方程	342
方程形式为 $F(x, y^{(n)}) = 0$	343
方程形式为 $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$	346
方程形式为 $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	349
习题	352
§ 5 微分方程的幂级数解法	353
习题	360
§ 6 常系数线性微分方程组简介	360
习题	365

第五篇 概率论与数理统计

第十一章 概率论	368
§ 1 概率	368
随机事件	368
概率的概念	371
古典概型的例	374
几何概率的例	377
习题	378
§ 2 条件概率 全概率公式 Bayes 公式	380
条件概率 乘法公式	380
全概率公式	382
Bayes 公式	384
事件的独立性	387
重复独立试验	389
习题	390
§ 3 一维随机变量	392