

12. 若二次函数 $y = x^2 - (2p+1)x - 3p$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 的范围内至少有一个 x 的值使 $y \geq 0$ 成立, 则 p 的取值范围是 (A). D
 $y = (x-k_1)(x-k_2), -1 \leq k_1 \leq 1$
 A. $p > 2$ X B. $p > 0$ X C. $p \leq 2$ D. $0 < p \leq 2$

13. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$. 若存在实数 m, n 使得当自变量 x 的取值范围是 $m \leq x \leq n$ 时, 函数值 y 的取值范围恰好是 $3m \leq y \leq 3n$, 则 $m = -4, n = 0$.

14. 把抛物线 $y = 2x^2 - 4x - 5$ 绕原点旋转 180° 得到抛物线 C_1 , 再绕抛物线 C_1 的顶点旋转 180° , 则所得新的抛物线解析式为 $2x^2 + 4x + 9$.

15. (1) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 满足条件: (1) $4a - b = 0$; (2) $a - b + c > 0$; (3) 与 x 轴有两个交点, 且两交点间的距离小于 2. 以下有四个结论: ① $a < 0$; ② $c > 0$; ③ $a + b + c < 0$; ④ $\frac{c}{4} < a < \frac{c}{3}$. 其中所有正确结论的序号是 (2)(4).
 ① $4a = b$, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -2$

- (2) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴交于 $(1, 0)$ 和 $(x_1, 0)$, 其中 $-2 < x_1 < -1$, 与 y 轴交于正半轴上一点. 下列结论: ① $b > 0$; ② $ac < \frac{1}{4}$; ③ $a > b$; ④ $-a < c < -2a$. 其中所有正确结论的序号是 (2)(4).
 $4ac - b^2 > 0$ $a + b + c = 0$ $-\frac{1}{2} < x_1 < 0$

16. 如图 22-1-4 所示, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$ 的图像过正方形 $ABOC$ 的三个顶点 A, B, C , 则 ac 的值是 -2 .

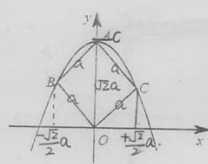
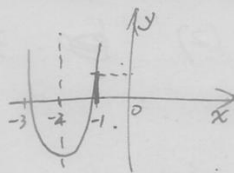


图 22-1-4



$$a - b + c > 0$$

$$\downarrow$$

$$x = -1 \text{ 时 } y > 0$$

18. 已知二次函数 $y = x^2 + 2(m+1)x - m + 1$.

- (1) 随着 m 的变化, 该二次函数图像的顶点 P 是否都在某条抛物线上? 如果是, 请求出该抛物线的表达式; 如果不是, 请说明理由.

- (2) 如果直线 $y = x + 1$ 经过二次函数 $y = x^2 + 2(m+1)x - m + 1$ 图像的顶点 P , 求此时 m 的值.

(1) 解: 顶点 $P(-\frac{2(m+1)}{2}, \frac{4(m+1)^2 - 4(m+1)^2}{4})$.

也可代入计算 即 $P(-(m+1), -m^2 - 3m)$.

Δ 令 $x = -m - 1$, ~~设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$~~

$m = -x - 1$.

代入 $-m^2 - 3m$:

$-(-x-1)^2 - 3(-x-1)$

$= -x^2 - 1 - 2x + 3x + 3$

~~$= x^2 + 5x + 2$~~

$= -x^2 - 2x - 1 + 3x + 3$

$= -x^2 + x + 2$

$-m^2 - 3m = a(m+1)^2 + b(m+1) + c$

$-m^2 - 3m = am^2 + am + 2am - bm - b + c$

Δ $x = -(m+1) = -m - 1$.

~~Δ Δ $:-(-m-1)^2$~~

$-m^2 - 3m = -(m+1) + 1$

$-m^2 - 3m = -m - 1 + 1$

$-m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m = 0, -2$

19. 已知抛物线 $y = kx^2 + (k-2)x - 2$ (其中 $k > 0$).
- (1) 求该抛物线与 x 轴的交点坐标及顶点坐标 (可以用含 k 的代数式表示). $(-1, 0)$ 和 $(\frac{2}{k}, 0)$. $(\frac{2-k}{2k}, \frac{-(k-2)^2}{4k})$
- (2) 若记该抛物线的顶点坐标为 $P(m, n)$, 直接写出 $|n|$ 的最小值. 0.
- (3) 将该抛物线先向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度, 再向上平移 $\frac{1}{k}$ 个单位长度, 随着 k 的变化, 平移后的抛物线的顶点都在某个新函数的图像上, 求这个新函数的解析式 (不求自变量的取值范围).

(1) 顶点 $P: x = \frac{-b}{2a} = \frac{2-k}{2k} = \frac{1}{k} - \frac{1}{2}$

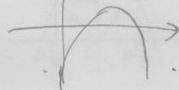
$y = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4k(-2) - (k-2)^2}{4k} = -2 - \frac{(k-2)^2}{4k} = -2 - \frac{k^2 - 4k + 4}{4k}$

$= -2 - \frac{1}{4}k + \frac{1}{k} + 1$

$= -\frac{1}{4}k + \frac{1}{k} - 1$

$\therefore P(\frac{1}{k} - \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}k + \frac{1}{k} - 3)$

(2) 0.



$= -\frac{1}{4}k^2 - 1 - k$

$= -k^2 - 4k - 1$

中考链接

20. (2015·四川乐山) 二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$ ($a \neq 0$) 的图像的顶点在第一象限, 且过点 $(-1, 0)$. 设 $t = a + b + 1$, 则 t 值的变化范围是 (B).
- A. $0 < t < 1$ B. $0 < t < 2$ C. $1 < t < 2$ D. $-1 < t < 1$
21. (2015·浙江杭州) 如图 22-1-6 所示, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx$ 与 $y = 2x$ 交于点 $O(0, 0)$, $A(a, 12)$. 点 B 是抛物线上 OA 之间的一个动点, 过点 B 分别作 x 轴、 y 轴的平行线与直线 AO 交于点 C, E .
- (1) 求抛物线的函数解析式.
- (2) 若点 C 为 OA 的中点, 求 BC 的长.
- (3) 以 BC, BE 为边构造矩形 $BCDE$, 设点 D 的坐标为 (m, n) , 求出 m, n 之间的关系式.

(1) 代入 $A(6, 12)$ 到 $y = 2x$: $x = 6$

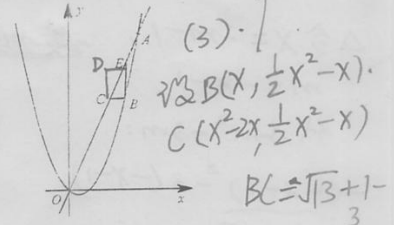
$y = 12$

$\therefore A(6, 12)$

代入 $A(6, 12)$ 到 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx$.

$12 = 18 + b \cdot 6 \quad b = -1$

$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - x$



(2) $C(3, 6) \leftarrow$ 中点 \therefore 代入 $y = 6$ 到 $y = \frac{1}{2}x^2 - x$:

$6 = \frac{1}{2}x^2 - x \quad x_1 = \sqrt{13} + 1$

$x_2 = -\sqrt{13} + 1 < 0$ (舍)

图 22-1-6