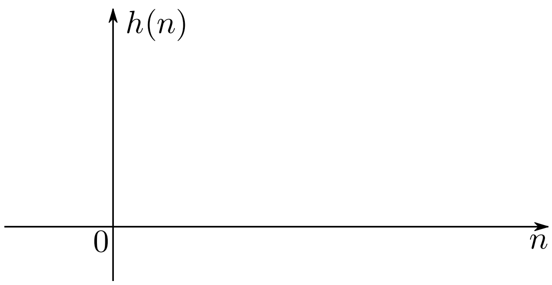
A卷　　　　　　　　**清华大学本科生考试试题专用纸**

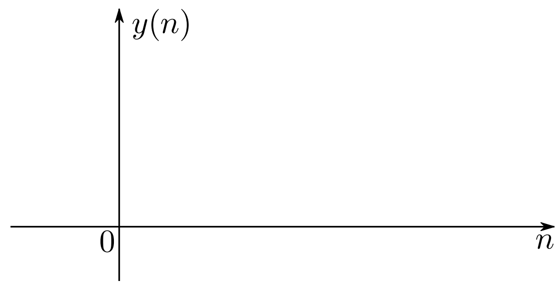
姓名:__________ 学号:__________ 班号:______ 《信号与系统》2014年6月22日

一、(8小题共计48分)填空题：请将答案写在本试卷上。

1. (4分) 若$f(t) = 3\cos(10\pi t) + 2\sin(15\pi t)$，则其自相关函数$R(\tau) =$________________。

2. (8分) 某通信系统发送信号为$x(n) = \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-4)$，接收端使用匹配滤波器，单位样值响应为$h(n)$，输出为$y(n)$。若希望在$n = 5$时判决，请分别绘出$h(n)$和$y(n)$的图形并标注关键值。





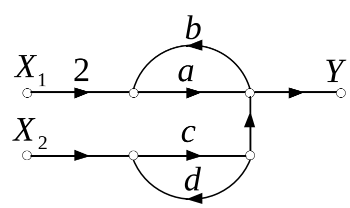
3. (4分) 已知$x(n) = (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) u(n)$，又知$y(n) = \left(\sum_{m=0}^{n} x(m)\right) u(n)$，
则$y(n) =$________________________。

4. (8分) 若$x(n) = 2^{-n}u(n) + u(-n-1)$且其双边$z$变换$X(z) = \dfrac{az}{bz^2 + cz + d}$，则$a =$_______，$b =$_______，$c =$_______，$d =$_______；$X(z)$的收敛域为__________________。

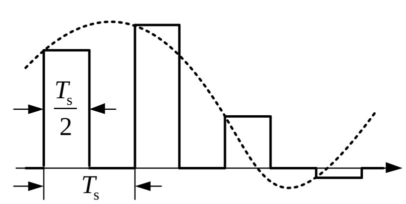
5. (8分) 若某系统的输出$y(n)$和输入$x(n)$满足$y(n) + 0.1y(n-1) - 0.72y(n-2) = x(n-1)$，
则此系统的零点为______________；极点为______________；
此系统表现为______________（填低通、高通、带通、带阻）滤波器。

6. (4分) 离散时间全通系统的零点和极点需满足__________________________________。

7. (6分) 若右图所示信号流图可简化为$Y = AX_1 + BX_2$，
则$A =$_____________，$B =$_____________。



8. (6分) 定义一种新的抽样保持方式如右图所示。为无失真恢复原带限信号，需采用具有补偿特性的低通滤波器。则该滤波器的截止频率$\omega_c =$______________，通带内的补偿函数$H(j\omega) =$____________________。



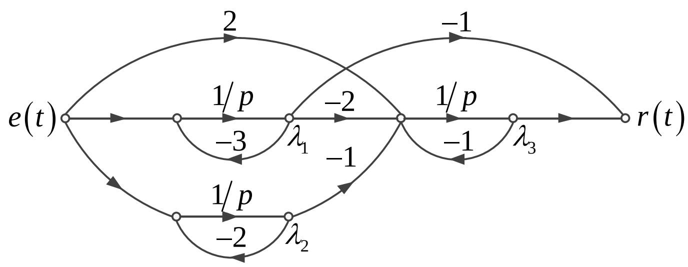
二、 (8分)已知某系统的单位样值响应$h(n) = 2^{-n}u(n)$，在零状态条件下用$x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1) + \delta(n-2)$激励该系统。求响应$y(n)$，绘制波形并标注关键值。

三、 (4小题共计16分)某离散时间系统可用如下差分方程表示（其中a为实的常数）。

$$y(n)+0.2y(n-1)+ay(n-2)=x(n)-x(n-1).$$

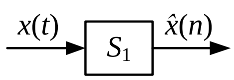
1. (4分)求系统函数$H(z)$；
2. (4分)讨论实的常数a与系统稳定性的关系；
3. (4分)若$a=-0.48$，写出系统函数$H(z)$，绘制其零极点图并标注收敛域，计算该系统的单位样值响应$h(n)$；
4. (4分)在第3问的条件下，当激励$x(n)$为单位阶跃序列时，求零状态响应$y(n)$。

四、(3小题共计16分)某连续时间系统可用如下信号流图表示。

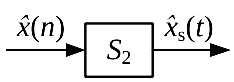


1. (7分)利用状态变量$\lambda(t)=[\lambda_1(t),\lambda_2(t),\lambda_3(t)]^{\mathrm{T}}$，写出状态方程和输出方程；
2. (6分)判别系统的可观性和可控性；
3. (3分)判别系统的稳定性。

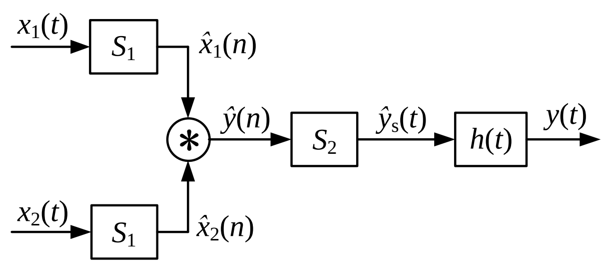
五、 (3小题共计12分) 已知连续时间信号$x(t),x_{\mathrm{s}}(t)$和离散时间序列$\hat{x}(n)$，三者的傅里叶变换分别记为$\mathscr{F}\{x(t)\}=X(\Omega),\mathscr{F}\{\hat{x}_{\mathrm{s}}(t)\}=\hat{X}_{\mathrm{s}}(\Omega),\mathrm{DTFT}\{\hat{x}(n)\}=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\hat{x}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\omega}=\hat{X}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$。



图(1)



图(2)



图(3)

1. (4分)参考图(1)，若用系统S_1表示对$x(t)$以间隔T_{s}抽样得到$\hat{x}(n)$，即$\hat{x}(n)=x(nT_{\mathrm{s}})$，则有$\hat{X}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=a\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}X(b\omega+cn)$，求常数$a$、$b$和$c$的值。

   （提示：$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\omega}=2\pi\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi n)$。）
2. (4分)参考图(2)，若用系统S_2表示用$\hat{x}(n)$调制周期为T_{s}的冲激串得到$\hat{x}_{\mathrm{s}}(t)$，即$\hat{x}_{\mathrm{s}}(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\hat{x}(n)\delta(t-nT_{\mathrm{s}})$，则有$\hat{X}_{\mathrm{s}}(\Omega)=d\hat{X}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}g\Omega})$。求常数$d$和$g$的值。

   （提示：本问和第1问独立，可分别求解。）
3. (4分)参考图(3)，用系统S_1、S_2、序列卷积器$\circledast$和低通滤波器$h(t)=k\mathrm{Sa}(\Omega_{\mathrm{c}}t)$实现带限连续时间信号的卷积。若带限连续时间实信号$x_1(t)$和$x_2(t)$的最高频率分别为$\Omega_1$和$\Omega_2$，为保证$y(t)=x_1(t)*x_2(t)$，求$\Omega_1$、$\Omega_2$、$T_{\mathrm{s}}$、$k$和$\Omega_{\mathrm{c}}$应满足的关系。

   （提示：$\hat{y}(n)=\hat{x}_1(n)*\hat{x}_2(n),\mathrm{DTFT}\{\hat{y}(n)\}=\mathrm{DTFT}\{\hat{x}_1(n)\}\cdot\mathrm{DTFT}\{\hat{x}_2(n)\}$。）