**速度前瞻的数学模型**

1. 相邻路径段进给速度的约束条件

设路径共有段，如图1所示，第段的初速度为，末速度为速度 ，第段的

末速度即为第段的初速度。



假设已给定第段的初速度，则第段末速度要满足的约束条件为：

* 1. 能够加速到，有



* 1. 能够减速到，有



* 1. 拐角速度限制，有



* 1. 是标量，为速率，即速度大小，



* 1. 初始条件



综上所示，要满足的约束条件为



为了提高加工效率，为满足方程组所有约束条件的最大值，即：



设定



简化式为



已知了拐角速度，则先设定，再根据具体情况进行修正。利用分别与、大小关系分以下四种情况进行讨论：

1. 





能否加速到，能否减速到，对进行修正

1. 





能否减速到，对进行修正

1. 





能否加速到，对进行修正

1. 





结论：无论是加速可达还是减速可达，都只对初速度和末速度中的较大值进行修正。

1. 正反双向扫描求转接速度全局最优解(满足约束条件下加工时间最短)

将式改写为同时满足正向扫描公式与反向扫描公式的转接速度全局最优解。





式的意义为在满足各个转接速度约束条件下，从路径的起始段开始扫描，以最大加速度进行加速，直到路径的终点，求得各个转接速度能够达到的最大值，即正向扫描得到各个转接速度最大值(求解顺序为)；式的意义为满足各个转接速度约束条件下，从路径的终点段开始反向扫描，以最大加速度进行加速，直到路径的起点，求得各个转接速度达到的最大值，即反向扫描得到各个转接速度最大值(求解顺序为)，最后得到各个转接速度最大值。

1. 转接速度近似最优解

式是一个递归不等式组，对于一个总共为段的路径，若想求出的最优解，在已知和情况下，关键是求出满足如下方程组的的最大值，



式只考虑段和段之后的共段路径能否减速可达的情况(路径的终点速度)利用，依次迭代求出满足式的的最大值，总共迭代次数为。由于穷举迭代法是无法实现的。因此设定最大预处理段数(前瞻段数)为，使得求取的最大迭代次数不会超过，并假定从当前段开始之后的段的末速度为0，当然这样得到的末速度并不是最优解，但是只要设定比较大，就是一种很合理的工程近似。后面会给出详细的分析证明。

如何选定？值选定的基本原则是保证整个条路径的总长度达到一定值，使得从第一段开始以最大速度就进行减速，一直降速到第段可达，速度降为0。假设平均每段长度为，有



设定则，越大，得到末速度越接近最优解，但消耗的存储空间越大，计算时间也越长，折衷考虑后选定，既能保证数控系统能够满足空间和时间开销，又能使满足所有约束条件得到的末速度基本是最优解，使加工效率达到最高。

**S型曲线前瞻和插补**

## 完整的七段S曲线加减速



S型曲线的最典型特征：对称性，即

1. 加加速阶段时间与减加速阶段时间相同，
2. 加减速阶段时间与减减速阶段时间相同，

## 快速速度规划算法公式

假定系统可以达到的最大进给速度为，利用对称性可以快速得到S曲线加减速阶段的运行时间、速度公式如下：











式中是系统的加加速度，为常量，为系统能够达到的最大加速度，为系统能够达到的最大减速度，为初速度，为末速度，表示各个阶段的运行时间，表示各个阶段运行结束时的速度值，利用对称性可以容易推导出不包含匀速阶段的位移公式如下：



若实际位移，则还存在匀速运行阶段，匀速运行时间公式如下：



## S曲线前瞻



采用与梯形加减速前瞻相同的反向扫描的方式，已知，求取。

若，有；

若，则求取降速能达的的最大值。降速能达的情况有两种，第一种情况为只经过阶段V和VII，第二种情况为经过阶段V、VI和VII。

假设为第一种情况，即只经过阶段V和VII，则：

，降速到实际走过的最短距离，

式中，最短距离

若，则为第一种情况， 设，

若，则；

否则，求解方程；

若，则两种情况都有可能，

若，为第一种情况，则求解方程；

否则，为第二种情况，则求解方程

改写为：



或者设定，有



设定

若，则；

否则，

## S曲线前瞻的流程图如下：



## S曲线插补

设进给速度为，假定系统最大速度可以达到给定的进给速度，即代入式~求得，代入式求出，若，则假定成立，系统最大速度能够达到给定的进给速度，并存在匀速运行阶段，匀速运行时间，S曲线为一个完整的七段加减速曲线；若，则假定成立，系统最大速度能够达到给定的进给速度，不存在匀速运行阶段，S曲线为一个不包含匀速运行的六段加减速曲线；若，则假定不成立，系统实际最大速度不能达到给定的进给速度，即，不存在匀速运行阶段。下面详细介绍如何求解实际最大速度。

总共存在四种情况，即是否存在匀加速阶段和匀减速阶段：

1. ；
2. ；
3. ；
4. 。

为了简化讨论，假定最大加速度和最大减速度相同，，不失一般性，首先讨论**情况1**：。

该情况下，比较式、有：，即匀加速阶段运行时间不会小于匀减速阶段运行时间。存在如下三种情况：

1. ；
2. ；
3. 。

假设不含匀减速阶段，可以刚好达到最大减速度，则最大速度令，代入式得：



若，则系统存在匀减速阶段，实际S型曲线总共有6段(I,II,III,V,VI,VII)，并且实际最大速度大于，而小于给定的最大速度， 即。

令，可以得到关于的一元二次方程：



求解得到实际最大速度



若，则系统不存在匀减速阶段，实际的最大速度不大于，此时假设不含匀加速阶段，并且可以达到最大加速度，则最大速度，

若，则系统存在匀加速阶段，S型曲线包含5个运行阶段(I,II,III,V,VII)，，此时各个阶段运行时间：



将式代入式，得到关于的方程



的取值范围，

若，令，代入式有：



若，则系统不存在匀加速阶段，此时各个阶段对应的时间如下：



将式代入式有：



的取值范围

若 ，则系统存在匀加速阶段，此情况与式相同。

**情况2**：。

分析与**情况1**类似。









**总结各种情况下求解各个阶段运行时间：**

1.  包含完整的七个阶段



1.  包含六个阶段(不含匀速阶段)



1.  包含五个阶段(不含匀速和匀减速阶段)

求解方程式，采用二分法解得，



1. 包含五个阶段(不含匀速和匀减速阶段)



求解方程式，采用二分法解得，



1. 包含四个阶段(不含匀速、匀减速和匀加速阶段)

求解方程式，采用二分法解得，的取值范围



## S曲线插补的流程图如下：





## 进给倍率变化后实时重新规划S曲线策略：

为了保证插补随进给倍率的调整实时变化，进给倍率的调整放在实时插补模块进行，而不是放在前瞻模块进行，因为前瞻模块是预处理模块，它并不与实时插补模块同步，预处理线段的速度不会小于实时插补模块插补线段的速度，比如插补完成一条比较长线段时，已经完成了几十条线段的预处理。

* 前瞻模块预规划速度时采用100%进给倍率，有。但当进给倍率下降时，若实际设定的进给速度，在这种情况下，**采用“S曲线”还是简化为“T曲线”呢？**
* ****



* ****



* ****



* 若，**什么情况下需要重新规划S曲线？**
* 插补模块中进给倍率改变；
* 存在匀速运行阶段，并且匀速段剩余时间大于，暂定？？

为什么只在存在匀速段的线段中才考虑重新规划S曲线？

* 防止在小线段中因为进给倍率改变而频繁的重新规划S曲线，反而影响效率和加工质量；不存在匀速段的小线段插补时间会很短，一般情况下不会超过400ms；

设定，则：

，

，





* 在长线段中，要根据进给倍率改变及时的重新规划S曲线；

## 微调参数保证各个运行阶段时间是插补周期整数倍

## 有限加加速度约束下拐角多插补周期过渡