

# 基于传感器采集数据的交通网络行驶时间估计

□刘磊 朱桂业 陈维 胡建成

**【内容摘要】**本文研究了一种基于传感器的交通网络行程时间的估计方法。现有的交通网络行程时间估计方法大都是基于某个路段或者路径的,很少有研究涉及全路网行程时间估计的方法,本文利用 Wardrop 用户平衡原理给出路段行驶时间所满足的线性方程组,结合线性方程组解的性质计算出没有传感器路段上的行程时间,从而得到整个网络中每一条路段行程时间的估计值,还给出估计整个路网络行程时间所需要的最少传感器个数,同时给出了传感器的安置方法。

**【关键词】**传感器;用户平衡原理;线性方程组;摆放方法

**【作者单位】**刘磊、朱桂业、陈维、胡建成 中国矿业大学数学学院

## 一、问题背景

基于交通传感器对道路路段行程时间的估计,对整个交通网络研究,以及改善交通流量平衡性有着很大的作用。在车辆日益增多的今天,对交通网络平衡性的研究也是国内外的一大热点话题。同样,市场上也存在很多的交通记录仪器,如果可以在此类仪器中存储合理的交通路线,可以给驾驶人员指出正确的行驶路线,便可以很大程度上缓解交通压力,做到交通流畅。因此,路段行程时间的实时估算对道路运行系统有重要意义。

城市交通作为城市生活的命脉,城市交通的畅通与否是衡量一个城市文明进步的重要指标,对城市内各条道路的行驶时间进行估计具有重要的意义。城市交通网络结构有方格网式、环形放射式、自由式和混合式等,其中方格网络是城市交通网络的典型结构之一。因此对城市内网格结构的道路进行行驶时间估计具有重要意义。

## 二、国内外研究现状

吴俏等提出的时间序列模型,充分考虑了车流量在时间序列上的依存性与连续性,是很好的动态的规划与预测方法,并且运用了多元线性回归的算法,具有实时的有效性。但是此方法正是因为研究的动态路网,所以其相应动态的数据获取比较困难,以及后续的数据处理比较复杂<sup>[1]</sup>。

高学英等提出的最优估计方法进行系统的状态向量估计,此方法通过建立相应的指标函数,当指标函数到达相应极值的时候,来给出路段的承载能力以及估算路段的行驶时间。基本的估计准则主要包括最小二乘估计(LSE)、最小均方误差估计(MSE)、极大后验估计(MAP)、Bayes估计和极大似然估计(ML)等。这种方法给出了路段的极限承载数量,但是对路段具体的流量没有给出适合的处理方法<sup>[2]</sup>。

武小平等人给出了路阻路段研究,这个方法在网格路段中给出了很好的行驶费用以及能量消耗的估计。但是其假设条件较强,只采用了低阶函数来预测数据,结果不具有很好的代表性<sup>[3]</sup>。

同样,在国外很多城市,已经实施拥挤道路使用费政策来迫使用户选择其它路径出行而达到改善交通状况的目的,要使这种管理方式普及还需要很长的时间,毕竟很多国家还处于发展建设的阶段。方格网络是城市交通网络的典型代

表,很多城市的路网都具有方格网络的特征,因此,研究方格网络上的流量分配是很有现实意义的。

综合分析国内外的研究,可以看出现有的对交通网络中的行驶时间进行估计时都需要先进的检测设备,复杂的数据处理算法。而本文所建立的模型仅仅需要道路上安装传感器,通过列出相应的线性方程组即可进行估计,节约了大量的成本,实用性较强。

## 三、基本假设

为了方便起见,本文在如下假设基础之上给出相关的模型。

假设 1: 城市内的交通网络图均是矩形网络。

假设 2: 网络内的所有道路均被用户使用。

假设 3: 每一位用户都能及时获得各条道路的实时交通状况信息。

假设 4: 交通用户的出发点均在矩形网络的左上角,目的地均在矩形网络的右下角。

假设 5: 交通用户行驶时总是朝着远离出发地,靠近目的地的方式行驶(即只能向右或者向下行驶)。

## 四、模型建立

(一) 引理一。在道路的利用者都确切知道网络的交通状态并试图选择最短径路时,网络将会达到平衡状态。在考虑拥挤对行驶时间影响的网络中,当网络达到平衡状态时,各条被使用的径路具有相等而且最小的行驶时间;而没有被使用的径路的行驶时间大于或等于最小行驶时间(Wardrop 用户平衡原理)。

(二) 引理二。设有齐次线性方程组  $Ax = 0$ , 其中  $A = (a_{ij})$  是  $m \times n$  矩阵。若  $r(A) = r < n$  则上述方程组有非零解,它的解构成  $n$  维列向量空间的一个  $n - r$  维子空间。也就是说,存在  $n - r$  个向量构成的基础解系  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r}\}$ , 使方程组的任一组解均可表示为  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r}\}$  的线性组合<sup>[5]</sup>。

(三) 具体建模过程。如图 1 所示,假设在交通网络中共有  $n$  条边,第  $i$  条边定义为  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。从起点  $O$  点到终点  $D$  至少需要经过  $a$  条向右的边,  $b$  条是向下的边。

由假设 5 可知,从起点  $O$  到终点  $D$  点共有  $m = C_{a+b}^b$  路径可供选择,其中第  $i$  条路径设为  $Y_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

引理一可知,走任意两条路径所需的时间相等,所以有

$Y_i = Y_j (i \neq j)$  共有  $C_m^2$  个等式。这  $C_m^2$  个等式构成一个线性方程组, 设此方程组的系数矩阵为  $A$ , 显然此方程组为线性齐次方程组, 系数矩阵的秩为  $r = r(A)$ 。

由引理二可知, 线性方程组的基础解系中含有  $n - r$  个未知数, 所以只需至少要有  $n - r$  个传感器才能将交通网络中所有路段的行驶时间估计出来。

综上, 最少传感器数  $K = n - r$ 。

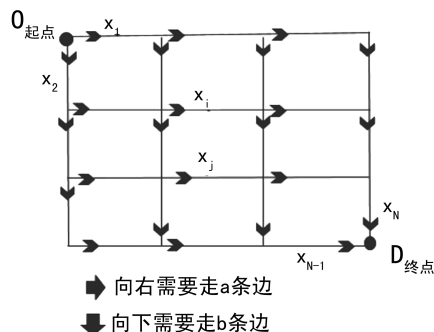


图1 网络结构示意图

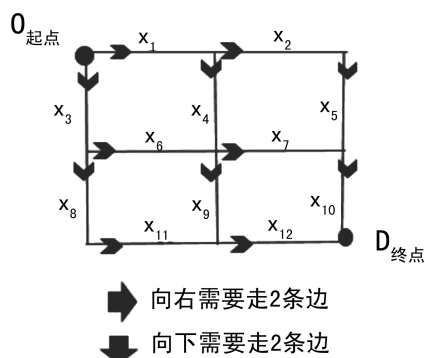


图2 10条路径的网络示意图

(四) 实例。例如在如图2所示的交通网络中共有10条道路。

从起点  $O$  到终点  $D$  最少需要走四条路段, 其中需要向右走两条路段, 向下走两条路段, 所以从起点  $O$  到终点  $D$  共有  $C_4^2 = 6$  条不同的路径可以选择。分别为:

路径  $Y_1: O \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_5 \rightarrow x_{10} \rightarrow D$

路径  $Y_2: O \rightarrow x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_7 \rightarrow x_{10} \rightarrow D$

路径  $Y_3: O \rightarrow x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_9 \rightarrow x_{11} \rightarrow D$

路径  $Y_4: O \rightarrow x_3 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7 \rightarrow x_{10} \rightarrow D$

路径  $Y_5: O \rightarrow x_3 \rightarrow x_6 \rightarrow x_9 \rightarrow x_{12} \rightarrow D$

路径  $Y_6: O \rightarrow x_3 \rightarrow x_8 \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{12} \rightarrow D$

由道路网平衡状态和用户均衡原理可知: 任意两条路径的行驶时间应该相同, 因此可列出  $C_6^2 = 12$  个等式, 即下面的线性方程组:

$$A = \begin{cases} x_1 + x_2 + x_5 + x_{10} = x_1 + x_4 + x_7 + x_{10} \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_{10} = x_1 + x_4 + x_9 + x_{11} \\ \vdots \\ x_3 + x_6 + x_9 + x_{12} = x_3 + x_8 + x_{11} + x_{12} \end{cases}$$

化简求解可得该线性方程组的秩  $r = r(A) = 4$ , 所以对于此网格状的交通网络只需要传感器  $K = n - r(A) = 12 - 4 = 8$  个即可估计出全部道路的车辆行驶时间。

#### 五、传感器的摆放规则

利用模型所求解的传感器数目是理论上估算交通网络

行驶时间所需要的最少传感器数目, 因此传感器的摆放位置必须满足一定的规则才能准确估算出每条道路上的行驶时间。为此给出了一种满行(列)的摆放方法。

顾名思义, 这种方法在给定的网格图中, 把所有的行或者列都放置传感器, 再在剩下的路径中选择一定的路径放置, 这样便可以达到要求。以下通过举例来说明此方法的可行性。

假设一个  $m \times n$  的网路图形, 为了说明问题方便, 如图3取  $m = 6, n = 5$ 。

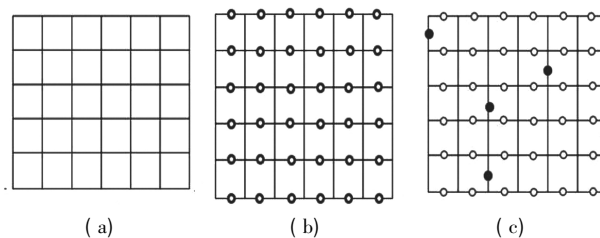


图3

以满行法来说明此问题。

首先把行中的所有路径都放置传感器, 如图3(b)。

然后再在列当中放置传感器, 使得列中的传感器满足以下的条件: 相邻两行的列路径当中, 必须要有一个列路径放置传感器。按照以上的规则, 放置出如图3(c) (在列当中随意选取了五个路径)。

满足这样的条件, 便可以从始发方格出发, 然后通过计算出来的第四条路径的数据, 来计算相邻的放方格, 从而计算出每一条路径的时间。

同理, 满列法只要在所有的列路径上放满传感器即可, 然后再在相邻列的行路径中放置传感器即可。

这种摆放方法简明易懂, 容易达到要求, 但同时此方法对列路径上面的传感器要求很高, 如果列路径上的传感器损坏, 则会出现较大的误差, 甚至无法计算。因此针对这种放置方法的缺陷可以在列路径上放置两个传感器, 甚至更多, 这样便可以排除意外事故带来的影响。

#### 六、模型优缺点及其展望

利用用户均衡原理列出线性方程组进行求解所需的最少传感器, 原理简单易懂, 不需要先进的检测设备以及复杂的算法支持, 并且交通传感器价格相对较便宜, 市场占有率高。不足之处就是进行行驶时间估计时没有考虑各条路径的路阻、交通流量等因素。进一步的研究时可以把相应的路阻、交通流考虑进去, 进行更精确的行驶时间估计。

#### 【参考文献】

- [1] 吴俏. 基于城市路网的行程时间估计及预测方法研究[D]. 浙江大学, 2015
- [2] 武小平, 徐寅峰, 苏兵. 方格网络上用户均衡行为效率损失研究[J]. 运筹与管理, 2009, 4: 25 ~ 30
- [3] 高学英. 城市道路路段行程时间估计及融合方法研究[D]. 吉林大学, 2009
- [4] Some theoretical aspects of road traffic research. Wardrop J G. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1952
- [5] 姚慕生, 吴泉水, 谢启鸿. 高等代数学(第三版)[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2014