

T1 对联

模拟，尽量将前面的数字对应成小的数字。即假设当前数字没有对应的数字，那么就从小到大寻找第一个未出现过的数字，对应到当前数字上。（可以用一个 $2e6$ 大小的 bool 数组来表示每一个数字是否出现过，大于 $2e6$ 的数字无需记录是否出现过，因为不可能成为对应的数字）

T2 燃料分配

推一下公式。

考虑贪心，我们应该让尽可能多地机器进行工作，如果把燃料全部投入到少数几个机器上，那么很容易到达上限。而燃料越分散，则越不容易达到上限。

```
1  #include <cstdio>
2  #include <algorithm>
3  #define ll long long
4  using namespace std;
5
6  ll n, m, k, q, t, f1, n1, f2, n2, ans;
7  int main() {
8      scanf("%lld%lld%lld%lld%lld", &n, &m, &k, &q, &t);
9
10     if (m < k) {
11         printf("0");
12         return 0;
13     }
14
15     if (n * k > m) n = m / k; //如果有不能启动的，那么只启动可以启动的
16     m -= n * k; //减去启动消耗
17     if (m % n) { //如果不能平分剩下的
18         f2 = k + m / n + 1; //f2分多1个
19         n2 = m % n; //人数
20     }
21     f1 = k + m / n;
22     n1 = n - n2;
23
24     ans += min(f1 * t, q) * n1;
25     ans += min(f2 * t, q) * n2;
26
27     printf("%lld", ans);
28     return 0;
29 }
```

T3 学习绝对值

区间最大值和最小值的绝对值相等，有以下两种情况：

- 第一种情况：区间中只有一个数字
- 第二种情况：最大值和最小值互为相反数

第二种情况具体来说，就是最大值1，最小值-1，和最大值2，最小值-2。

考虑如何求解第二种情况。

考虑固定左端点时，如何找合法的右端点：

1. 对于最大值为1最小值-1的情况：右端点需要保证：区间中有1和-1，区间中没有2和-2。这可以通过维护左端点向后的1/-1/2/-2的初始位置找到。右端点的起始位置为max(下一个1的位置，下一个-1的位置)，结束位置为min(下一个2的位置，下一个-2的位置)
2. 对于最大值为2最小值-2的情况：右端点需要保证：区间中有2和-2。维护方法类似上面。

至此本题做完，复杂度为 $O(n)$ 。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  #define ll long long
4  const int maxn = 5e5 + 10;
```

```

5  const int inf = 0x3f3f3f3f;
6  ll n, ans, num[maxn];
7  int nxt[maxn][5];
8  int startpos, endpos;
9  // -2 --> 0 // -1 --> 1
10 // 1 --> 3 // 2 --> 4
11 int main() {
12     ios::sync_with_stdio(false);
13     cin.tie(0); cout.tie(0);
14     cin >> n;
15     memset(nxt, 0x3f, sizeof nxt);
16     for(int i = 1; i <= n; ++i) {
17         cin >> num[i];
18     }
19     ll ret = 1, lst = num[1];
20     for(int i = 2; i <= n; ++i) {
21         if(num[i] == lst) ++ret;
22         else {
23             ans += ret * (ret + 1) / 2;
24             ret = 1; lst = num[i];
25         }
26     }
27     ans += ret * (ret + 1) / 2;
28     for(int i = n; i >= 1; --i) {
29         for(int j = 0; j <= 4; ++j) nxt[i][j] = nxt[i + 1][j];
30         nxt[i][num[i] + 2] = i;
31         int maxpos1 = nxt[i][1 + 2], maxpos2 = nxt[i][2 + 2];
32         int minpos1 = nxt[i][-1 + 2], minpos2 = nxt[i][-2 + 2];
33         startpos = max(maxpos2, minpos2); endpos = n + 1;
34         if(startpos != inf && startpos < endpos) ans += endpos - startpos;
35         startpos = max(maxpos1, minpos1); endpos = min(min(maxpos2, minpos2), (int)
36         if(startpos != inf && startpos < endpos) ans += endpos - startpos;
37     }
38     cout << ans << '\n';
39     return 0;
40 }

```

T4 方差

考虑换根 dp

首先考虑方差的计算式，假设选择点 u 为根，各点距离为 d_u ，则此时有

说明我们需要维护各距离的平方和，以及各距离的和。假设 1 为整棵树的根，考虑怎么向上计算出结果。

令 $sum1[u]$ 表示以 u 为根的子树上各点到 u 的距离和， $sum2[u]$ 表示以 u 为根的子树上各点到 u 的距离平方和。假设已有儿子 v 的答案，考虑如何转移到父亲 u 上：显然，儿子上所有点到父亲的距离会在原来的基础上加一。因此发现需要维护子树上的点数量，记为 $sz[u]$

此时可以写出转移式：

这样我们就可以算出以 1 为根时整棵树的方差，这也是第一次 dfs 做的事。

接下来考虑如果换成其它点作为根，答案会有怎么样的变化。

某一个节点为根时，方差的答案有两个来源：一个是该结点所在的子树的贡献（这里的子树指的是假设 1 为根时的子树），还有一个来源是当前点上方的祖先结点的贡献。（祖先也是指 1 为根时这个点的祖先）

前者我们已经在第一次 dfs 中求得。我们来考虑第二个问题如何计算。

首先，将子树的影响从父节点中去掉：

v 这个点的子树对父亲结点的贡献为：

- i. 对 sz 的贡献： $sz[v]$
- ii. 对 $sum1$ 的贡献： $sum1[v] + sz[v]$
- iii. 对 $sum2$ 的贡献： $sum2[v] + 2 * sum1[v] + sz[v]$

不妨将它们记为 szu,ret1,ret2

从根向下传时, $s1 = ret + szu$ $s2 = ret2 + 2 * ret1 + szu$

然后从根出发进行 dfs, 向下的过程中记录维护 s1 s2 的变化, 来获得之后的点作为根时整棵树的方差。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  #define ll unsigned long long
4  const int maxn = 1e5 + 10;
5  ll sum2[maxn], sum1[maxn], sz[maxn], n, res;
6  vector<int> G[maxn];
7
8  void dfs1(int u, int f) {
9      for(auto v : G[u]) {
10         if(v == f) continue;
11         dfs1(v, u);
12         sz[u] += sz[v];
13         sum1[u] += sum1[v];
14         sum2[u] += sum2[v];
15     }
16     sum2[u] += sz[u] + 2 * sum1[u];
17     sum1[u] += sz[u];
18     sz[u] += 1;
19     return;
20 }
21
22 void dfs2(int u, int f, ll s1, ll s2) {
23     res = min(res, n * (s2 + sum2[u]) - (sum1[u] + s1) * (sum1[u] + s1));
24     for(auto v : G[u]) {
25         if(v == f) continue;
26         ll ret1 = sum1[u] - (sum1[v] + sz[v]) + s1;
27         ll ret2 = sum2[u] - (sum2[v] + 2 * sum1[v] + sz[v]) + s2;
28         ll szu = n - sz[v];
29         dfs2(v, u, ret1 + szu, ret2 + 2 * ret1 + szu);
30     }
```