开课学院、实验室： 实验时间 ： 2023 年 3 月 5 日

课程名称	数学实验	实验项目名　称	MATLAB 作图、方程求解	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成　绩						

题目 1

在同一个坐标下作出 $y_1=e^x$, $y_2=1+x$, $y_3=1+x+(1/2)x^2$, $y_4= 1+x+(1/2)x^2+(1/6)x^3$ 这四条曲线的图形，要求在图上加各种标注，同时用 subplot 作出这四条曲线，为每幅图形加上标题。

程序

```
x1= -5 : 0.1 : 5;
x2= -10 : 1 : 10;
x3= -50 : 1 : 50;
x4= -20 : 1 : 20;
y1=exp(x1);
y2=x2+1;
y3=1+x3+0.5*power(x3,2);
y4= 1+x4+0.5*x4.^2+(1/6)*x4.^3;
```

程序1：

```
plot (x, yl, '-', x, y2,'. ', x, y3, ':' ,x, y4,'-.')
legend( 'y1=e^x','y2=1+x:','y3=1+x+(1/2)x^2',‘y4=1+x+(1/2)x^2+(1/6)x^3')

xlabel( 'x轴')

ylabel( 'y轴')

title('四条曲线在同一坐标下的图形')text(4.19192,5.19192,'y2的一个点')
```

程序2：

```
subplot(2,2,1);
plot(x1, y1);
```

```
text(3,exp(3),'\uparrow x=3 y= e^3');
title('y=e^x')
subplot(2,2,2);
plot(x2,y2);
text(0,1,'\leftarrow x=0 y=1');
title('y=1+x')
subplot(2,2,3);
plot(x3, y3);
text(0,1,'\leftarrow x=0 y=1');
title('y=1+x+(1/2)x^2')
subplot(2,2,4);
plot(x4, y4);
text(0,1,'\uparrow x=0 y=1');
title('y= 1+x+(1/2)x^2+(1/6)x^3')

suptitle('subplot作图练习');
```

结果

图1：

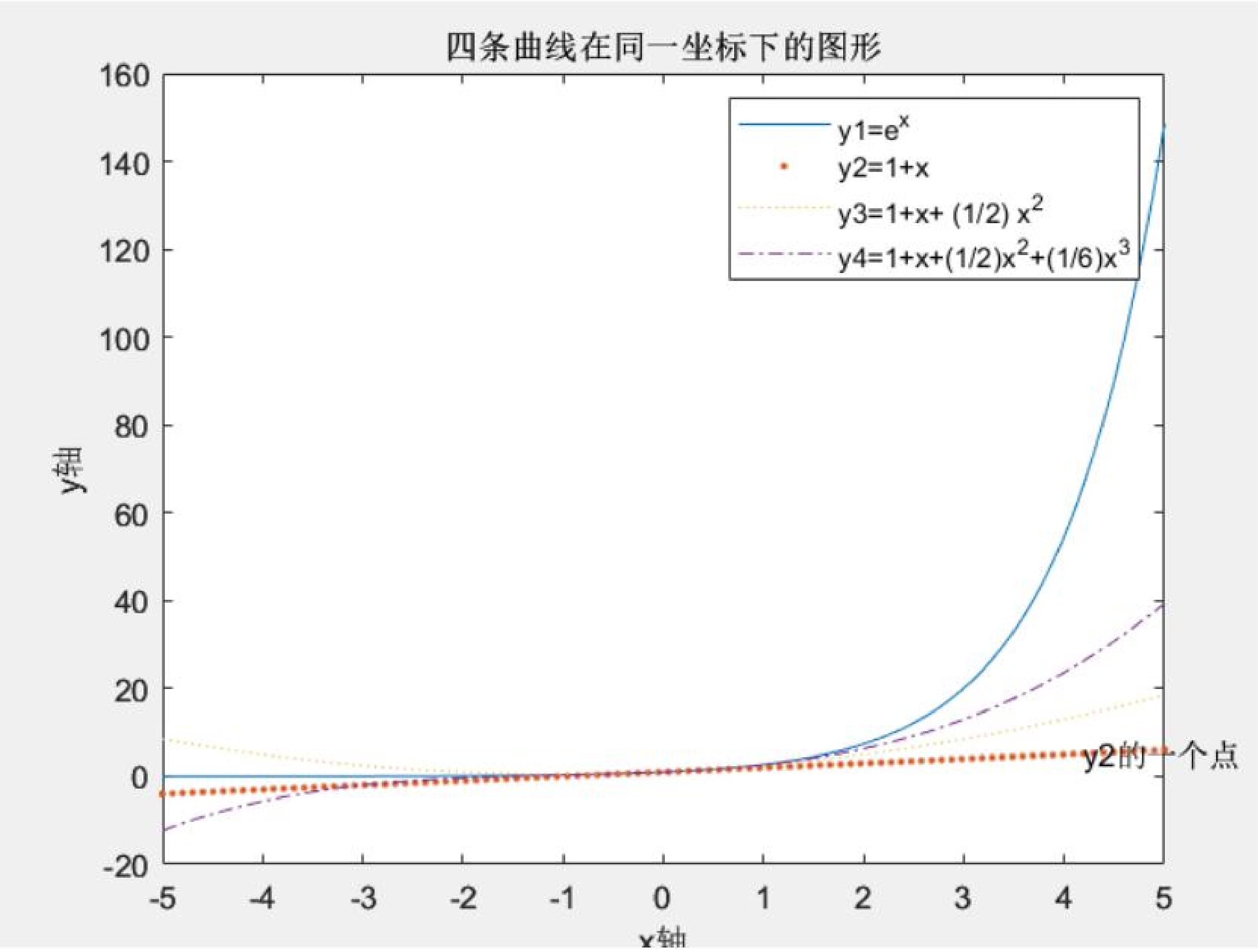
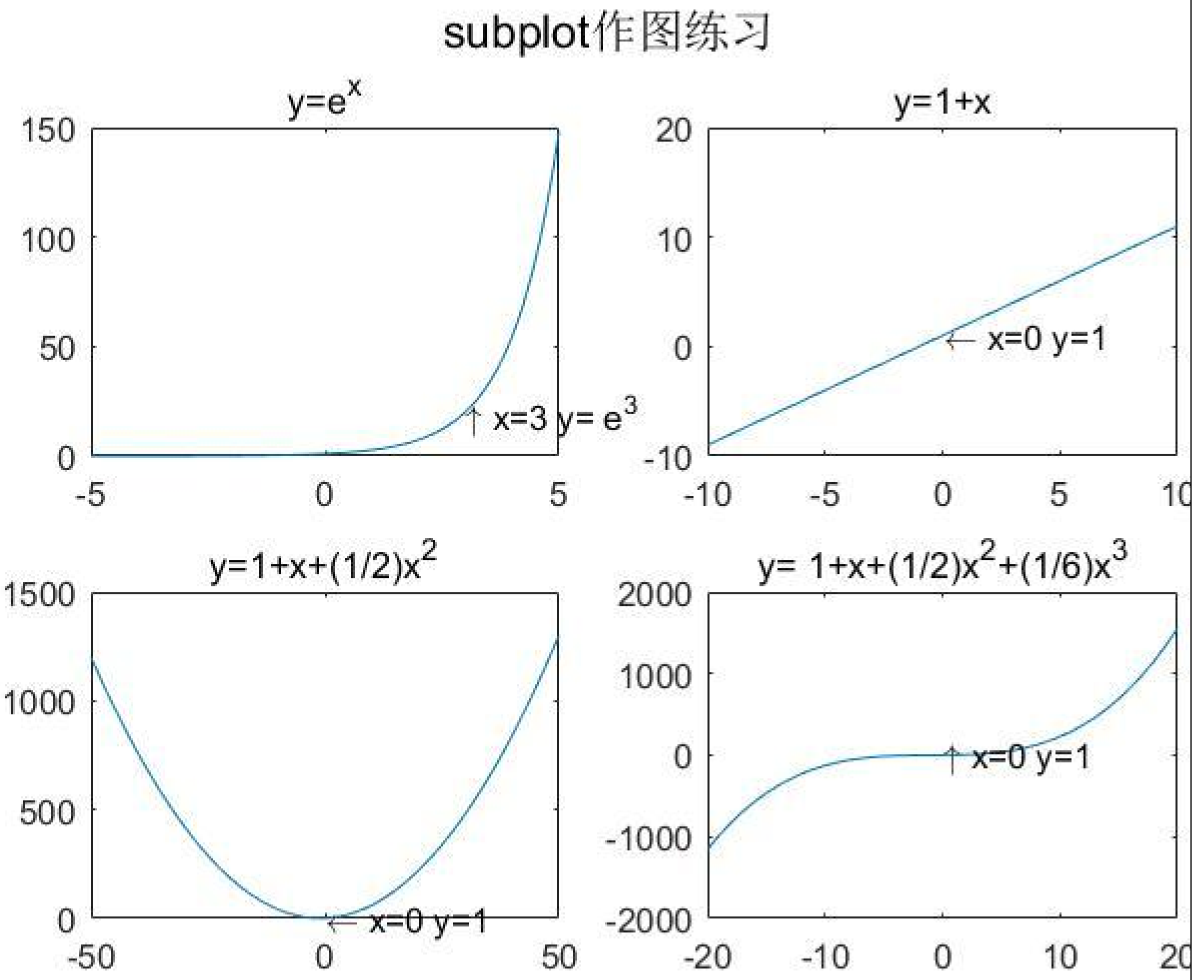


图2：



分析

首先对各数值的范围进行了规定，然后用到 plot 函数作出第一个图：用 plot 将四个函数表示在一起。为更好区分不同函数的图像，用实线(‘-’)、点(‘•’)、点线(‘:’)，点划线(‘-.’)做图，最后用 title,text 函数来进行标注。接着用到 subplot 作出有子图的一张图，并用一中的方法进行标注但是由于自变量的取值问题，部分点无法看清。

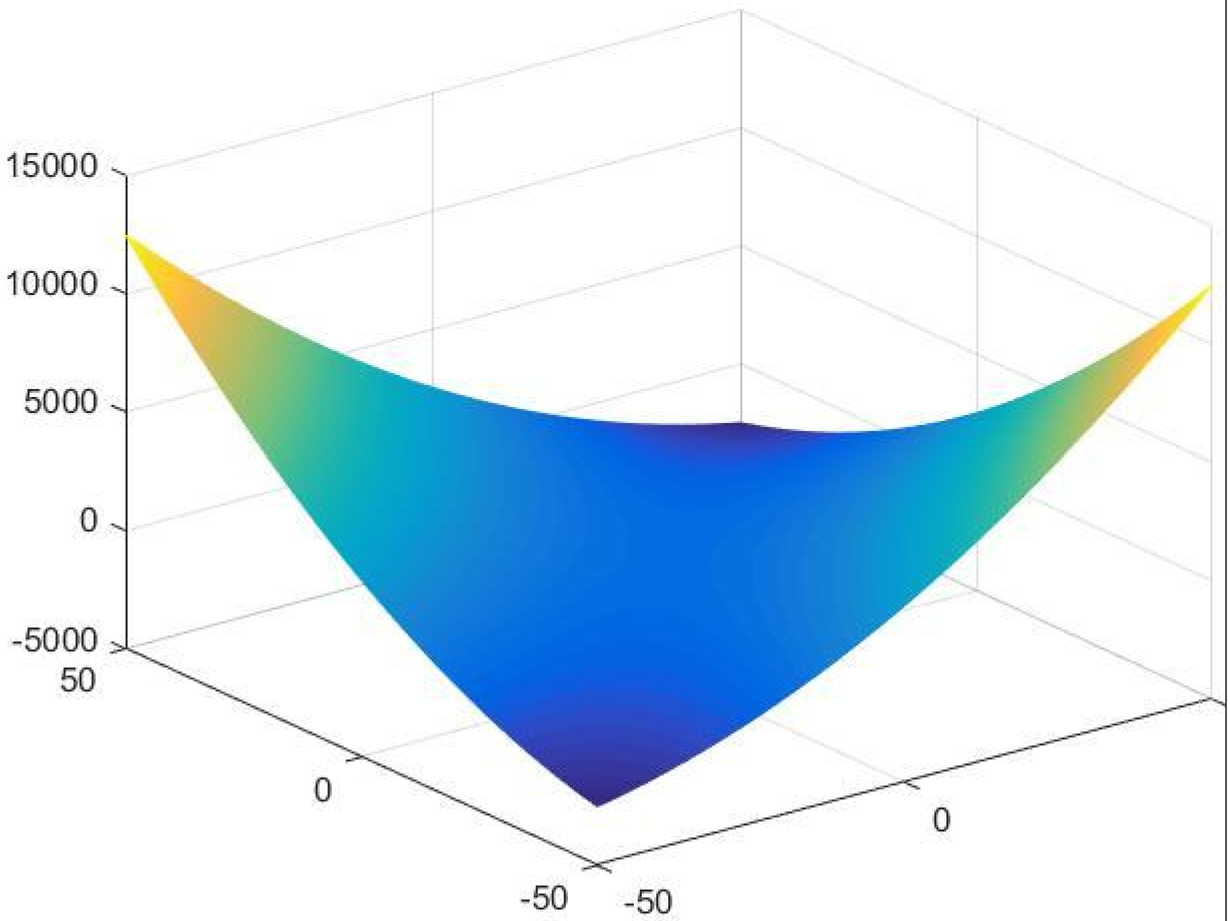
题目 2

绘制如下函数 $z = y^2 - 3xy + x^2$曲面图。

程序

```
x=-50:0.1:50;
y=-50:0.1:50;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z= power(Y,2) - 3*X.*Y + power(X,2);
mesh(X,Y,Z)
```

结果



分析

利用mesh函数完成了3D图的绘制，但是注意到X,Y分别取的矩阵，在计算时不能直接乘，

要么点乘要么用power等函数

题目 3

编写函数 M-文件 sq.m：用迭代法求 $x = \sqrt{a}$ 的值。求平方根的迭代公式为

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$$

迭代的终止条件为前后两次求出的 x 的差的绝对值小于 10^{-5}

程序

```
function [ output ] = sq(x)
x1 = 1;
delta = 1;
```

```
    while delta>0.00001
        x2 = (x1 + x/x1)*0.5;
        delta = x2 - x1;
        if delta<0
            delta= -delta;
        end
        x1 = x2;
    end
output = x1;
end
```

结果

输入a=5，得到结果为2.2361

```
>> sq2(5)
ans =
    2.2361
```

分析

利用M文件创建函数sq：
用while保证精确度，通过不断迭代去计算结果
之后在命令框里进行调用得到结果

题目 4

将方程 $x^5+5x^3-2x+1=0$ 改写成各种等价的形式进行迭代，观察迭代是否收敛，

并给出解释。

程序

未加速

```
x = -0.77;
y = -0.77;
z = -0.77;
X=[];
Y=[];
Z=[];
for i = 1:30
    x = (x^5+5*x^3+1)/2
    y = (-0.2*y^3+2/(5*y)-1/(5*y^2))
    z = (-5/z+2/z^3-1/z^4)
    X=[X,x];
    Y=[Y,y];
    Z=[Z,z];
end
i = 1:30;
```

```
subplot(2,2,1);
plot(i,X);
title('X');
subplot(2,2,2);
plot(i,Y);
title('Y');
subplot(2,2,3);
plot(i,Z);
title('Z');
```
加速
```
x = -0.77;
y = -0.77;
z = -0.77;
X=[];
Y=[];
Z=[];
for i = 1:30
   x = (-4*x^5-10*x^3+1)/(2-5*x^4-15*x^2);
    y = (2*y^6+4*y^2-3*y)/(5*y^3+3*y^5+2*y-2);
    z = (-10*z^4+8*z^2-5*z)/(z^5-5*z^3+6*z-4);
    X=[X,x];
    Y=[Y,y];
    Z=[Z,z];
end
i = 1:30;
subplot(2,2,1);
plot(i,X);
title('X');
subplot(2,2,2);
plot(i,Y);
title('Y');
subplot(2,2,3);
plot(i,Z);
title('Z');
```

结果

未加速

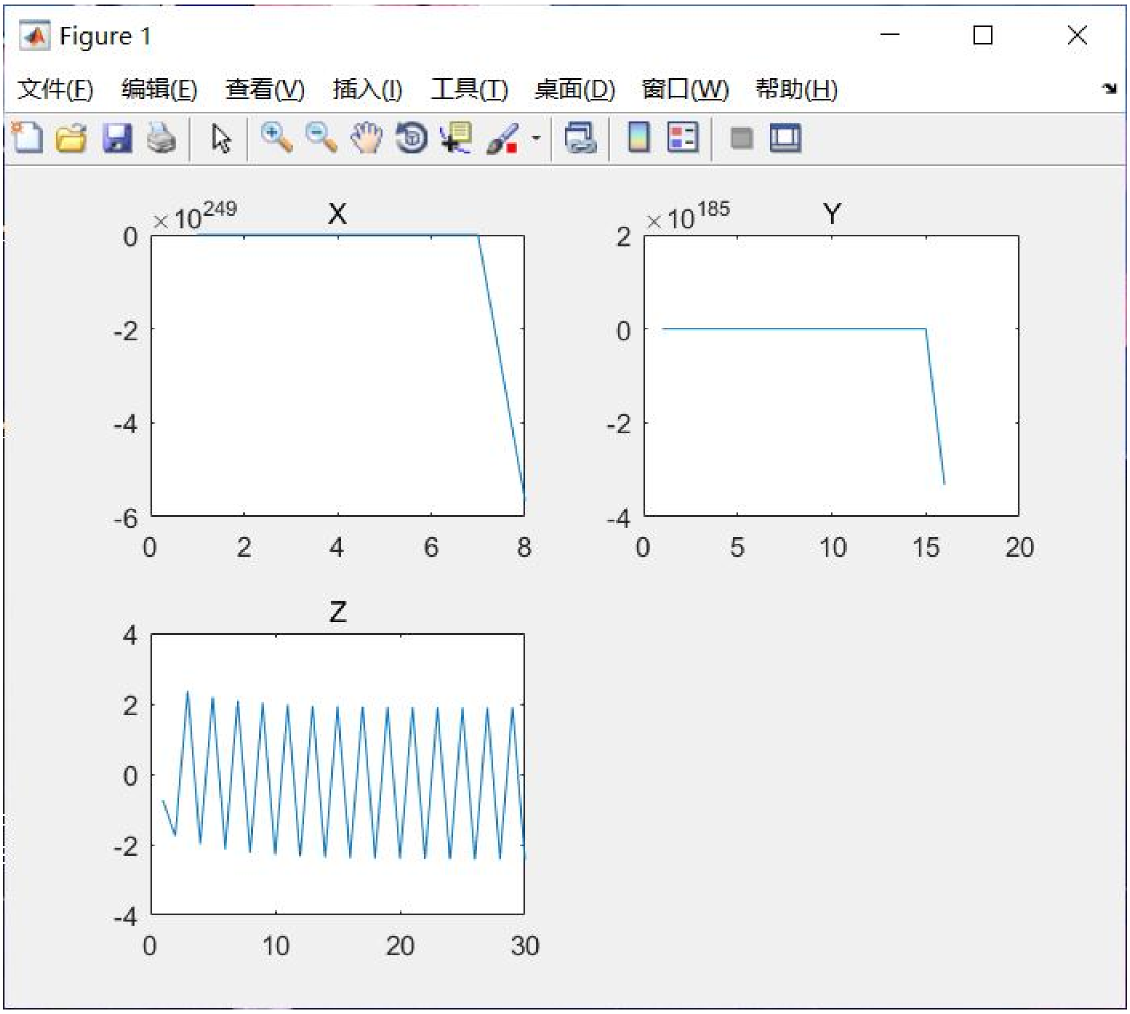
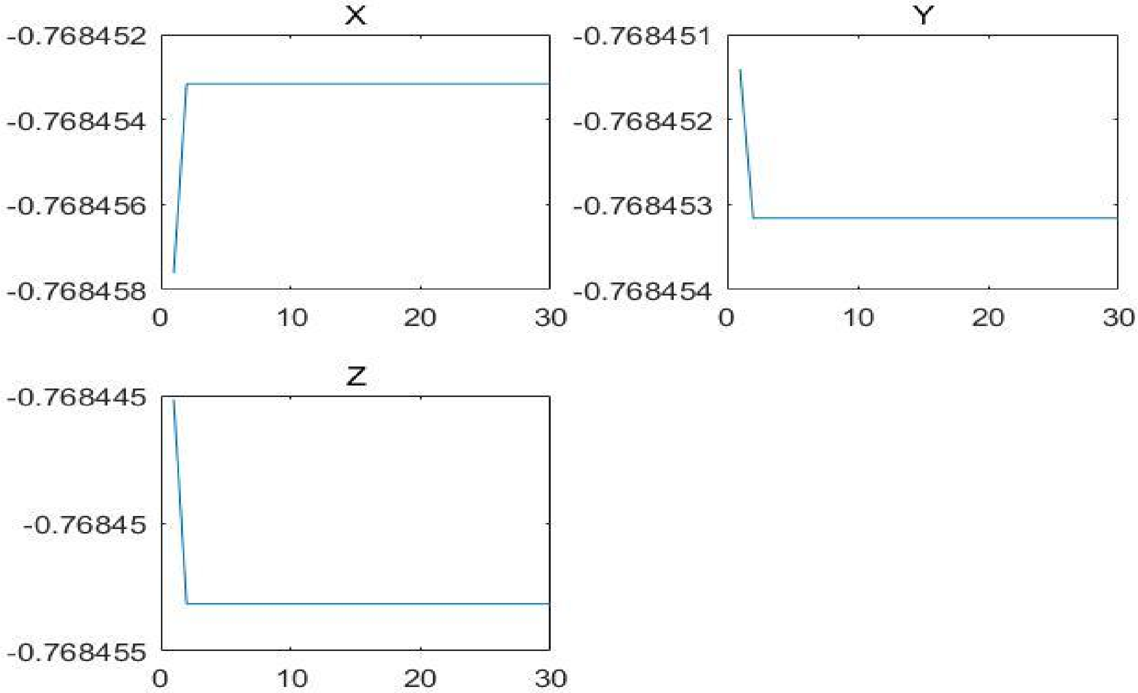


Figure 1
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
X
$\times 10^{249}$
0
-2
-4
-6
0
2
4
6
8
Y
$\times 10^{185}$
2
0
-2
-4
0
5
10
15
20
Z
4
2
0
-2
-4
0
10
20
30

加速



分析

先观察图像确定 x 的初值范围，为-0.78~-0.76，利用-0.77 为初始迭代值进行迭代，但是最初的三个迭代公式不收敛，利用加速迭代公式 x=(f(x)-x*f(x)’)/(1-f(x)’)带人 matlab 计算，再画出变形后的函数图，并发现变形后的都收敛。

数 统 学 院 制

开课学院、实验室：　数统学院 DS1407　实验时间：　2023 年　3 月　19 日

课程名称	数学实验	实验项目名　称	微分方程数值解与拟合	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成　绩				√		

题目 1

（五号宋体）

用向前欧拉公式和改进的欧拉公式求方程 $y' = y - 2x / y$，$y(0) = 1$，$0 \le x \le 1$，$h = 0.1$ 的数值解，要求编写程序，并比较两种方法的计算结果，说明了什么问题？

程序 1

（五号宋体）

（1）求解析解 ： dsolve('Dy=y-2*x/y','y(0)=1','x')

（2）用向前欧拉公式和改进的欧拉公式求方程的数值解并与解析解作图比较

程序：

```
x1(1)=0;
y1(1)=1;
y2(1)=1;
h=0.1;
for k=1:10
 x1(k+1)=x1(k)+h;
 y1(k+1)=y1(k)+h*(y1(k)-2*x1(k)/y1(k));
 k1=y2(k)-2*x1(k)/y2(k);
 k2=y2(k)+h*k1-2*x1(k+1)/(y2(k)+h*k1);
 y2(k+1)=y2(k)+h*(k1+k2)/2;
end
x1,y1,y2
x=0:0.1:1;
y=(2*x+1).^(1/2);
plot(x,y,x,y1,'o',x,y2,'+')
```

结果 1

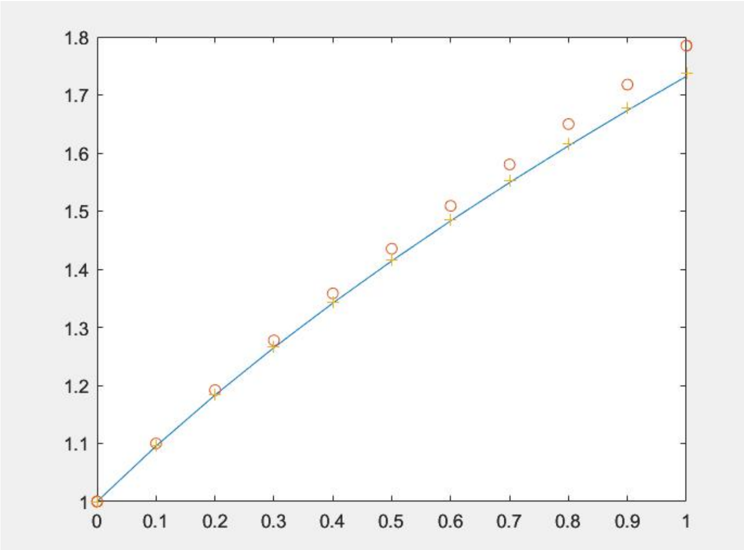
（五号宋体）

（1）　解析解输出： ans =(2*x+1)^(1/2)

（2）　x1 =0 0.1000 0.2000 0.3000 0.4000 0.5000 0.6000 0.7000 0.8000 0.9000 1.0000

　　　y1 =1.0000 1.1000 1.1918 1.2774 1.3582 1.4351 1.5090 1.5803 1.6498 1.7178 1.7848

　　　y2 =1.0000 1.0959 1.1841 1.2662 1.3434 1.4164 1.4860 1.5525 1.6165 1.6782 1.7379



分析 1

（五号宋体）

由图可得：改进后的欧拉公式求得的数值解更贴合解析解。

题目 2

（五号宋体）

$$\begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases}$$

Rossler 微分方程组：

当固定参数 b=2，c=4 时，试讨论随参数 a 由小到大变化（如 $a\in(0,0.65)$）而方程解的变化情况，并且画出相图，观察相图是否形成混沌状？

程序 2

（五号宋体）

a=0.1 时：

rossler.m:

```
function xdot=rossler(t,x)
xdot=[0,-1,-1;1,0.1,0;x(3),0,-4]*x+[0,0,2]';
```

a=0.25 时：

rossler.m:

```
function xdot=rossler(t,x)
xdot=[0,-1,-1;1,0.25,0;x(3),0,-4]*x+[0,0,2]';
```

a=0.5 时：

rossler.m:

```
function xdot=rossler(t,x)
```

```
xdot=[0,-1,-1;1,0.5,0;x(3),0,-4]*x+[0,0,2]';
```

a=0.6 时：

rossler.m:

```
function xdot=rossler(t,x)
xdot=[0,-1,-1;1,0.6,0;x(3),0,-4]*x+[0,0,2]';
```

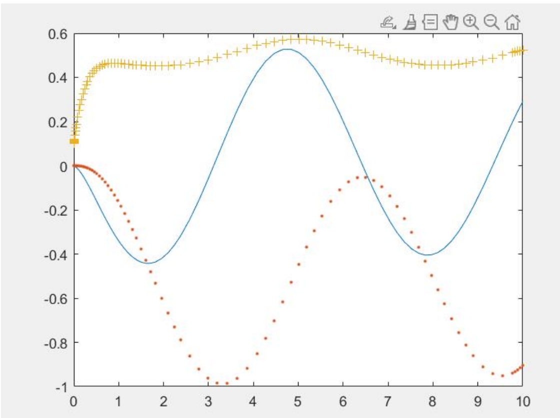
fangchengjie.m:

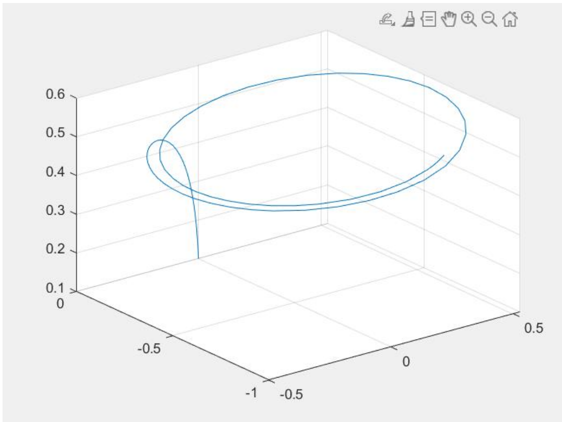
```
x0=[0 0 0.1];
[t,x]=ode45('rossler',[0,10],x0);
plot(t,x(:,1),'-',t,x(:,2),'.',t,x(:,3),'+')
pause
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3))
grid on
```

结果 2

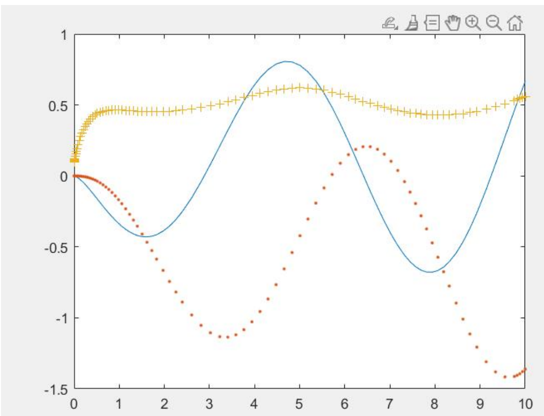
（五号宋体）

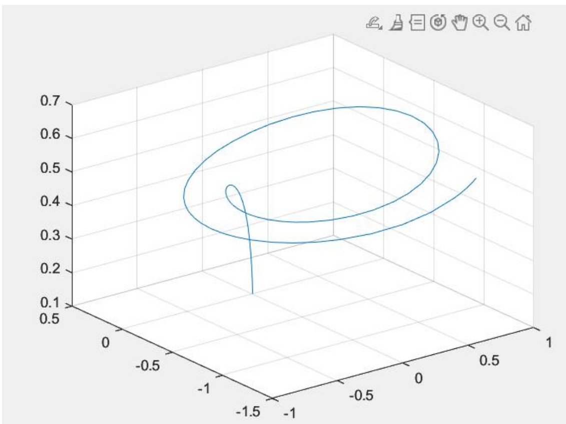
a=0.1 时：



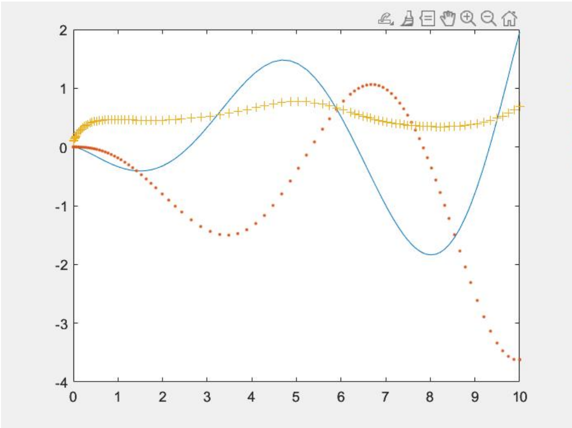


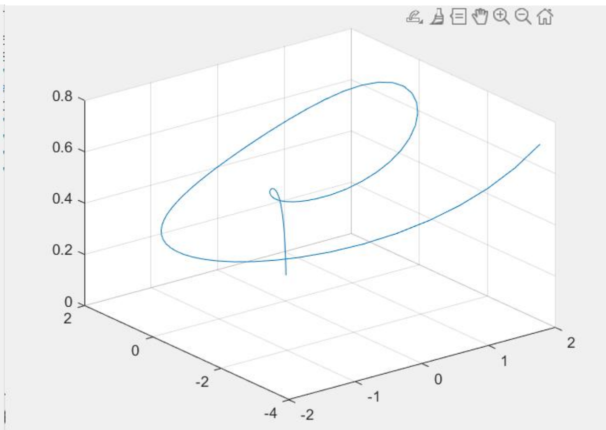
a=0.25 时：



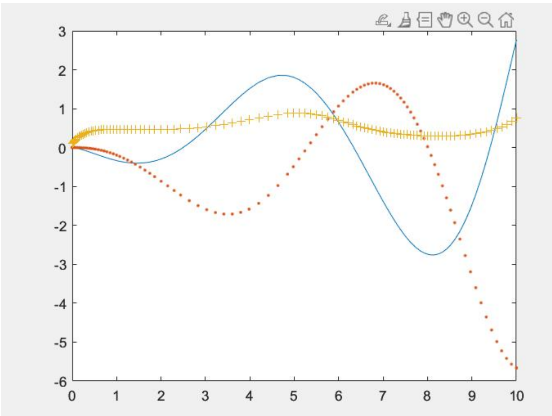


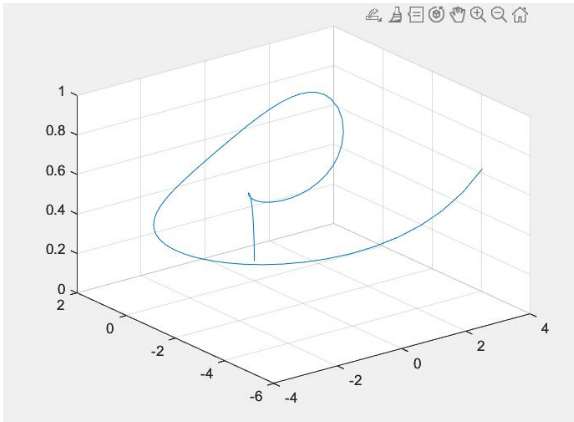
a=0.5 时：





a=0.6 时：





上述图形表示了 a 由小到大变化时方程解的变化，观察可得：相图成混沌状。

分析 2

（五号宋体）

Rossler 方程组是非线性动力学中非常著名的方程。由于非线性动力学与线性有非常大的区别，我们也不能通过分析的方法求得它的解析解，因此只能采取数值模拟的方法近似求解。通过这个方程组，我们可以窥见混沌的一角。通过此题，我进一步熟悉了 Matlab 的工作环境，学会了用 MatLab 解方程的方法，掌握了 MatLab 数组的操作，强化了用 Matlab 作图的能力。

题目 3

（五号宋体）

增加生产、发展经济所依靠的主要因素有增加投资、增加劳动力以及技术革新等，在研究国民经济产值与这些因素的数量关系时，由于技术水平不像资金、劳动力那样容易定量化，作为初步的模型，可认为技术水平不变，只讨论产值和资金、劳动力之间的关系。在科学技术发展不快时，如资本主义经济发展的前期，这种模型是有意义的。

用 Q，K，L 分别表示产值、资金、劳动力，要寻求的数量关系 $Q(K,L)$。经过简化假设与分析，在经济学中，推导出一个著名的 Cobb-Douglas 生产函数：

$$Q(K,L) = aK^{\alpha}L^{\beta}, \quad 0<\alpha, \beta<1 \qquad (*)$$

式中 α，β，a 要由经济统计数据确定。现有美国马萨诸塞州 1900—1926 年上述三个经济指数的统计数据，

如下表，试用数据拟合的方法，求出式（*）中的参数α，β，*a*。

表 1

t	Q	K	L	t	Q	K	L
1900	1.05	1.04	1.05	1914	2.01	3.24	1.65
1901	1.18	1.06	1.08	1915	2.00	3.24	1.62
1902	1.29	1.16	1.18	1916	2.09	3.61	1.86
1903	1.30	1.22	1.22	1917	1.96	4.10	1.93
1904	1.30	1.27	1.17	1918	2.20	4.36	1.96
1905	1.42	1.37	1.30	1919	2.12	4.77	1.95
1906	1.50	1.44	1.39	1920	2.16	4.75	1.90
1907	1.52	1.53	1.47	1921	2.08	4.54	1.58
1908	1.46	1.57	1.31	1922	2.24	4.54	1.67
1909	1.60	2.05	1.43	1923	2.56	4.58	1.82
1910	1.69	2.51	1.58	1924	2.34	4.58	1.60
1911	1.81	2.63	1.59	1925	2.45	4.58	1.61
1912	1.93	2.74	1.66	1926	2.58	4.54	1.64
1913	1.95	2.82	1.68				

模型 3

（五号宋体）

由于线性函数拟合求解较为方便准确，因此考虑线性函数拟合。

由题设可知：$Q(K,L) = aK^{\alpha}L^{\beta}$，0<α，β<1

对等式两边进行取对数运算，得： Ln(Q)=Ln(a)+α*Ln(K)+β*Ln(L)，0<α，β<1

可以令 b0=Ln（a），b1=α，b2=β，x1= Ln(K)，x2=Ln(L)，y= Ln(Q)，那么原函数就变成了：

y=b0+b1*x1+b2*x2, 0<b1,b2<1

程序 3

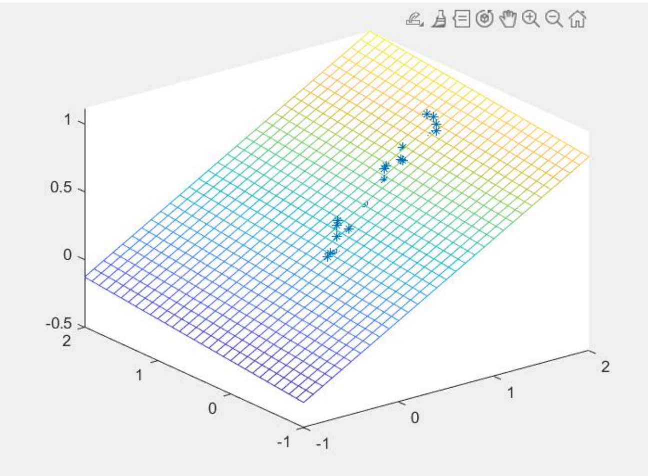
（五号宋体）

```
z=[1.05;1.18;1.29;1.30;1.30;1.42;1.50;1.52;1.46;1.60;1.69;1.81;1.93;1.95;2.01;2.00;2.09;1.96;2.20;2.12;2.16;2.08;2.24;2.56;2.34;2.45;2.58];
x0=ones(27,1);
%每年的资金
x1=[1.04 1.06 1.16 1.22 1.27 1.37 1.44 1.53 1.57 2.05 2.51 2.63 2.74 2.82 3.24 3.24 3.61 4.10 4.36 4.77 4.75 4.54 4.54 4.58 4.58 4.58 4.54]';
%每年的劳动力
x2=[1.05 1.08 1.18 1.22 1.17 1.30 1.39 1.47 1.31 1.43 1.58 1.59 1.66 1.68 1.65 1.62 1.86 1.93 1.96 1.95 1.90 1.58 1.67 1.82 1.60 1.61 1.64]';
%进行线性处理
x3=log(x1);
x4=log(x2);
```

```
x=[x0 x3 x4];
y=log(z);
%数据拟合
[B,BINT]=regress(y,x)
%作图
grid on;
plot3(x3,x4,y,'*');
hold on;
t1=-1:0.1:2;
t2=t1;
[X,Y]=meshgrid(t1,t2);
Z=B(1)+B(2).*X+B(3).*Y;
mesh(X,Y,Z);
```

结果 3

（五号宋体）



分析 3

（五号宋体）

由程序运算结果可知：

a=exp（b0）=exp（B(1)）=1.1766

α=B(2)=0.4153

β=B(3)=0.0619

其中α、β的值符合题目的要求；从图像的拟合效果来看，最终拟合结果还是满意的。

题目 4

（五号宋体）

收集重庆市的人口数据，采用数据拟合预测 2030 年重庆市的人口数。

模型 4

（五号宋体）

使用 Logistic 模型（阻滞增长模型）:

(1) 建立增长率 r 的关系式:

假设 r (x) = r - s x (r , s > 0)；当 x 很小时，r 仍为固有增长率，s 为待求系数。则：

$$r(x_m)=0-->s=\frac{r}{x_m}-->r(x)=r(1-\frac{x}{x_m})$$

其中，xm 是当前环境可以容纳的最大人口容量。
（2） 建立模型:
我们用 x(t)表示 t 时刻的人口，则：dt/dx =rx,
故：

$$\frac{dx}{dt}=r(x)x=rx(1-\frac{x}{x_m})$$

因而得到：

$$x(t)=\frac{x_m}{(1+(\frac{x_m}{x0}-1)e^{-rt})}$$

以下是重庆市 2004-2022 年人口数据（单位：万人）

2022	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013
3213.2	3212.4	3208.9	3187.8	3163.1	3143.5	3110	3070	3043.5	3011
2012	**2011**	**2010**	**2009**	**2008**	**2007**	**2006**	**2005**	**2004**	
2974.9	2944.4	2884.6	2859	2839	2816	2808	2798	2793.3	

程序 4

（五号宋体）

主函数文件（脚本文件）：

```
t=[2004:1:2022];%年份
p = [2793.3 2798 2808 2816 2839 2859 2884.6 2944.4 2974.9 3011 3043.5 3070 3110 3143.5 3163.1
3187.8 3208.9 3212.4 3213.2];
t=t-2004;
x0 = [4000,0.15]; %待定参数 x 的初值
x = lsqcurvefit('population',x0,t,p)
plot(t+2004,p,'o')%画出实际人口图
hold on;
t=0:1:30;
p1 = population(x,t);
plot(t+2004,p1,'-r*')%画出拟合预测图形
title('Logistic 模型拟合图')
xlabel('年');
ylabel('人口数/万人');
```

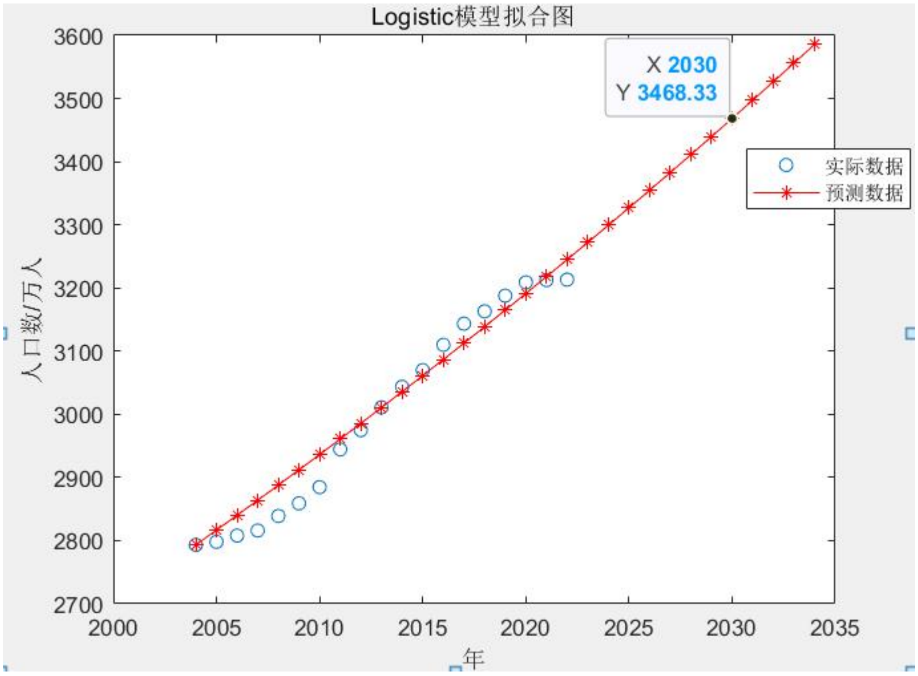
```
legend('实际数据','预测数据')
```

population.m 函数文件：

```
function g = population(x,t)
g = x(1)./(1+(x(1)/2793.3-1)*exp(-x(2)*t));
end
```

结果 4

（五号宋体）



由图可知：预测 2030 年重庆市的人口数为 3468.33 万人。

分析 4

（五号宋体）

本题我们先在网上进行了数据收集，然后使用 Logistic 模型进行拟合。通过此题，增强了我们的数据搜寻整理能力，也加强了对 Logistic 模型的理解。需要注意的是，Logistic 为宏观模型，考虑的方面比较少，且不考虑年龄分布。未来预测结果存在一定的不确定性，因此该结果仅具有一定的参考作用。

数 统 学 院 制

开课学院、实验室：数统学院 DS1407 实验时间 ： 2023 年 3 月 26 日

课程名称	数学实验	实验项目名　　称	数学规划模型	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他

指导教师	肖剑	成　绩				√		

题目 1

$$\min f(x_1,x_2) = -20e^{-0.2\sqrt{0.5(x_1^2+x_2^2)}} - e^{0.5(\cos(2\pi x_1)+\cos(2\pi x_2))} + 22.713$$
$$s.t. \qquad -5 \le x_i \le 5, i=1,2$$

求解无约束优化1) 画出该曲面图形,直观地判断该函数的最优解;

2) 使用 fminunc 命令求解,能否求到全局最优解?

程序 1

(1) 图形程序:

```
>>x=-5:0.01:5;
>>y=-5:0.01:5;
>>[X,Y]=meshgrid(x,y);
>>Z=-20.*exp(-0.2.*(0.5.*(X.^2+Y.^2).^0.5))-exp(0.5.*(cos(2.*pi.*X)+cos(2.*pi.*Y)))+22.713;
>>mesh(X,Y,Z);
```

(2) 使用 fminunc 命令，建立 m 文件:

```
function f = fun1(x)
f=-20.*exp(-0.2.*(0.5.*(x(1).^2+x(2).^2).^0.5))-exp(0.5.*(cos(2.*pi.*x(1))+cos(2.*pi.*x(2))))+22.713;
```

(3) 命令行输入:

```
[x,fval]=fminunc('fun1',[0,0],1)
```

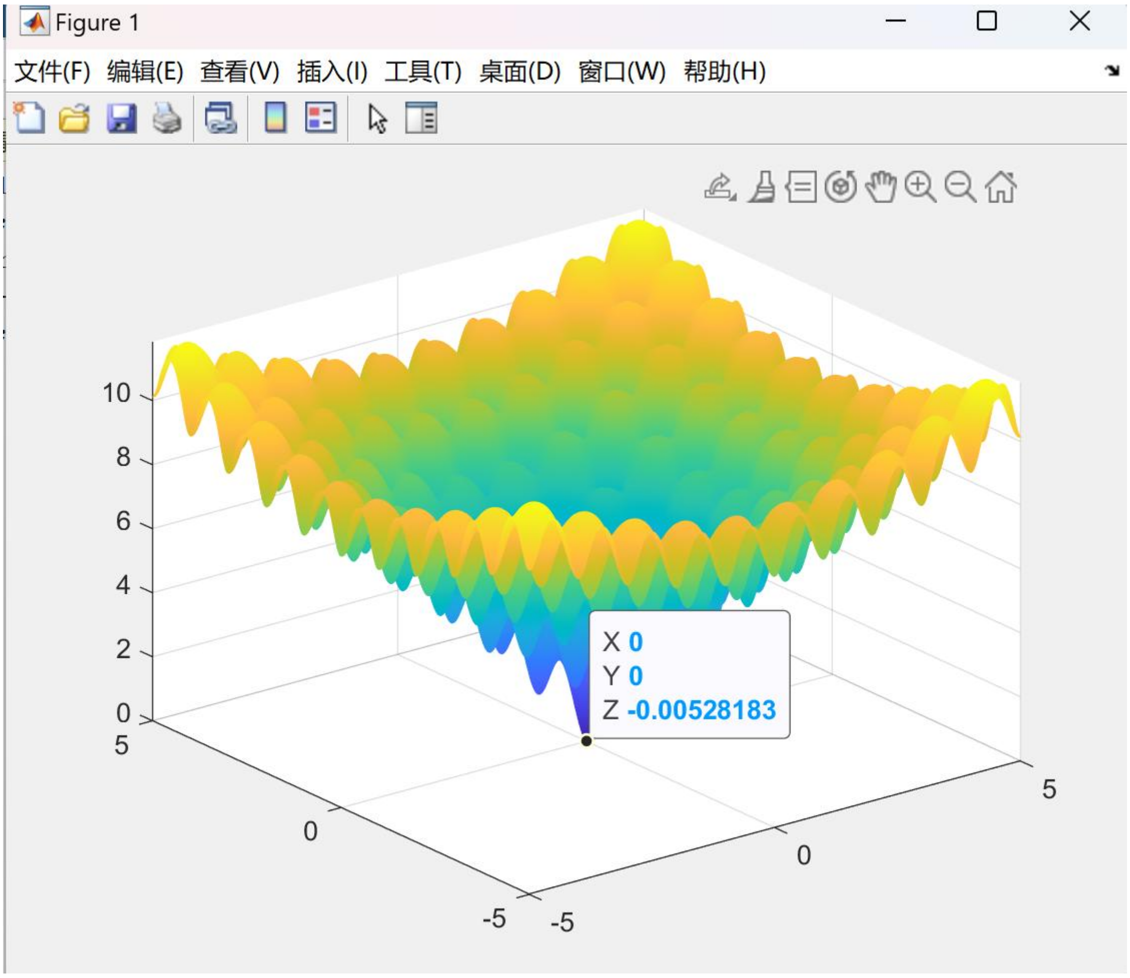
结果 1

(1)

```
x  =

     0    0

fval  =

  -0.0053
```

（本题结果在转换成 pdf 时格式会变，故用图片）

(2) 画图所得结果:



第一题图

分析 1

由图形，我们可观察到函数最优解在（0，0）处；而我们用 fminunc 命令求解，也可以得到全局最优解。

题目 2

请自行查询某商业银行的整存整取年利率，填入下表：

一年期	二年期	三年期	五年期

现有 1 笔本金，准备 30 年后使用，若此期间利率不变，问应该采用怎样的存款方案？

采用招商银行利率：

一年期	二年期	三年期	五年期
1.75%	2. 25%	2.75%	2.75%

程序 2

使用 lingo 软件解决，代码如下：

```
max=1.0175^x1*(1+2*0.0225)^x2*(1+3*0.0275)^x3*(1+5*0.0275)^x4;
x1+2*x2+3*x3+5*x4=30;
@gin(x1);
@gin(x2);
@gin(x3);
@gin(x4);
```

结果 2

```
Local optimal solution found.
Objective value:                              2.209424
Objective bound:                              2.209424
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                            25

Model Class:                                     PINLP

Total variables:                      4
Nonlinear variables:                  4
Integer variables:                    4

Total constraints:                    2
Nonlinear constraints:                1

Total nonzeros:                       8
Nonlinear nonzeros:                   4

                                Variable           Value
                                      X1        0.000000
                                      X2        0.000000
                                      X3        10.00000
                                      X4        0.000000

                      Row    Slack or Surplus      Dual Price
                        1           2.209424        1.000000
                        2           0.000000        0.000000
```

分析 2

我们可以直观地看到，通过使用 lingo，我们将此复杂问题简单化，直接求解得到此题最优解。我们可以看见最优解变量取值为——10 个 3 年获得的收益最大；且最大的收益是 2.209424。

题目 3

A 公司面临破产，只余下 100 种物品，表 1 中给出了每种物品的数量，现有 1000 名公司债权人，表格中给出了债权人对不同物品的偏好（数值越大越喜欢），要求你们对这些资产进行处置，应该如何安排呢？（如果讨论有困难的同学，可以把问题的规模适当缩小，如只选取前 10 种物品，前 10 名债权人来讨论）

程序 3

```
MODEL:
sets:
items/1..100/:total_num;
creditor/1..1000/;
link(creditor,items):prefer,x;
endsets
data:
prefer=@ole('C:\Users\30981\Desktop\数学实验（21计算机）第5周作业安排\表1.xls');
total_num=@ole('C:\Users\30981\Desktop\数学实验（21计算机）第5周作业安排
\1.xls',total_num);
@ole('C:\Users\30981\Desktop\偏好.xls',prefer)=x;
enddata
max=@sum(link:prefer*x);
@for(items(i):
  @sum(creditor(j):x(j,i))<=total_num(i););
  @for(link:@gin(x));
END
```

结果 3

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              30070.00
Objective bound:                              30070.00
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                             0
Elapsed runtime seconds:                          0.51


Export Summary Report
---------------------
Transfer Method:        OLE BASED
Workbook:               C:\Users\30981\Desktop\数学实验（21计算机）第5周作业安排\偏?
Ranges Specified:              1
    prefer
Ranges Found:                  1
Range Size Mismatches:         0
Values Transferred:       100000

Model Class:                                      PILP

Total variables:                  100000
Nonlinear variables:                   0
Integer variables:                100000

Total constraints:                   101
Nonlinear constraints:                 0

Total nonzeros:                   109373
Nonlinear nonzeros:                    0
```

```
          Variable           Value        Reduced Cost
     TOTAL_NUM( 1)        10.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 2)        40.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 3)        15.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 4)        20.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 5)        20.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 6)        12.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 7)        30.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 8)        33.00000            0.000000
     TOTAL_NUM( 9)        35.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 10)        25.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 11)        29.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 12)        31.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 13)        28.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 14)        61.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 15)        2.000000            0.000000
    TOTAL_NUM( 16)        28.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 17)        28.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 18)        26.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 19)        31.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 20)        38.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 21)        34.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 22)        29.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 23)        35.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 24)        22.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 25)        29.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 26)        81.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 27)        1.000000            0.000000
    TOTAL_NUM( 28)        19.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 29)        25.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 30)        41.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 31)        29.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 32)        35.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 33)        1.000000            0.000000
    TOTAL_NUM( 34)        40.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 35)        39.00000            0.000000
    TOTAL_NUM( 36)        5.000000            0.000000
```

```
 PREFER( 1, 1)      6.000000        0.000000
 PREFER( 1, 2)      0.000000        0.000000
 PREFER( 1, 3)      0.000000        0.000000
 PREFER( 1, 4)      0.000000        0.000000
 PREFER( 1, 5)      0.000000        0.000000
 PREFER( 1, 6)      0.000000        0.000000
 PREFER( 1, 7)      8.000000        0.000000
 PREFER( 1, 8)      1.000000        0.000000
 PREFER( 1, 9)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 10)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 11)      4.000000        0.000000
PREFER( 1, 12)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 13)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 14)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 15)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 16)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 17)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 18)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 19)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 20)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 21)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 22)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 23)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 24)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 25)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 26)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 27)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 28)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 29)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 30)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 31)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 32)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 33)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 34)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 35)      0.000000        0.000000
PREFER( 1, 36)      0.000000        0.000000
```

```
 X( 1, 1)      0.000000       -6.000000
 X( 1, 2)      0.000000        0.000000
 X( 1, 3)      0.000000        0.000000
 X( 1, 4)      0.000000        0.000000
 X( 1, 5)      0.000000        0.000000
 X( 1, 6)      0.000000        0.000000
 X( 1, 7)      0.000000       -8.000000
 X( 1, 8)      0.000000       -1.000000
 X( 1, 9)      0.000000        0.000000
X( 1, 10)      0.000000        0.000000
X( 1, 11)      0.000000       -4.000000
X( 1, 12)      0.000000        0.000000
X( 1, 13)      0.000000        0.000000
X( 1, 14)      0.000000        0.000000
X( 1, 15)      0.000000        0.000000
X( 1, 16)      0.000000        0.000000
X( 1, 17)      0.000000        0.000000
X( 1, 18)      0.000000        0.000000
X( 1, 19)      0.000000        0.000000
X( 1, 20)      0.000000        0.000000
X( 1, 21)      0.000000        0.000000
X( 1, 22)      0.000000        0.000000
X( 1, 23)      0.000000        0.000000
X( 1, 24)      0.000000        0.000000
X( 1, 25)      0.000000        0.000000
X( 1, 26)      0.000000        0.000000
X( 1, 27)      0.000000        0.000000
X( 1, 28)      0.000000        0.000000
X( 1, 29)      0.000000        0.000000
X( 1, 30)      0.000000        0.000000
X( 1, 31)      0.000000        0.000000
X( 1, 32)      0.000000        0.000000
X( 1, 33)      0.000000        0.000000
X( 1, 34)      0.000000        0.000000
X( 1, 35)      0.000000        0.000000
X( 1, 36)      0.000000        0.000000
```

第三题图（部分结果展示）

分析 3

```
Error Text:
   The model's dimensions exceed the capacity of this version:
```

本题与pp 解版时就发生了 这种错误。本题主要是学习例题中几个约束函数的写法，以及 **lingo** 对于文件的读取以及最终的写入保存。在此题的解决过程中遇到了以下几个问题：（1）对 **excel** 表格中单元格要及时更名，否则会无法 **locate range name**；（2）语法要注意，“：”“;”要写清；（3）**lingo** 不同版本容量限制不同要注意。

开课学院、实验室：数统学院 DS1407 实验时间 ： 2023 年 4 月 2 日

<table>
<tr><td rowspan="2">课程名称</td><td rowspan="2">数学实验</td><td rowspan="2">实验项目名　称</td><td rowspan="2">插值</td><td colspan="5">实验项目类型</td></tr>
<tr><td>验证</td><td>演示</td><td>综合</td><td>设计</td><td>其他</td></tr>
<tr><td>指导教师</td><td>肖剑</td><td>成　绩</td><td></td><td></td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
</table>

题目 1

1．火车行驶的路程、速度数据如表 1，计算从静止开始 20 分钟内走过的路程。

表 1

t(分)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v(km/h)	10	18	25	29	32	20	11	5	2	0

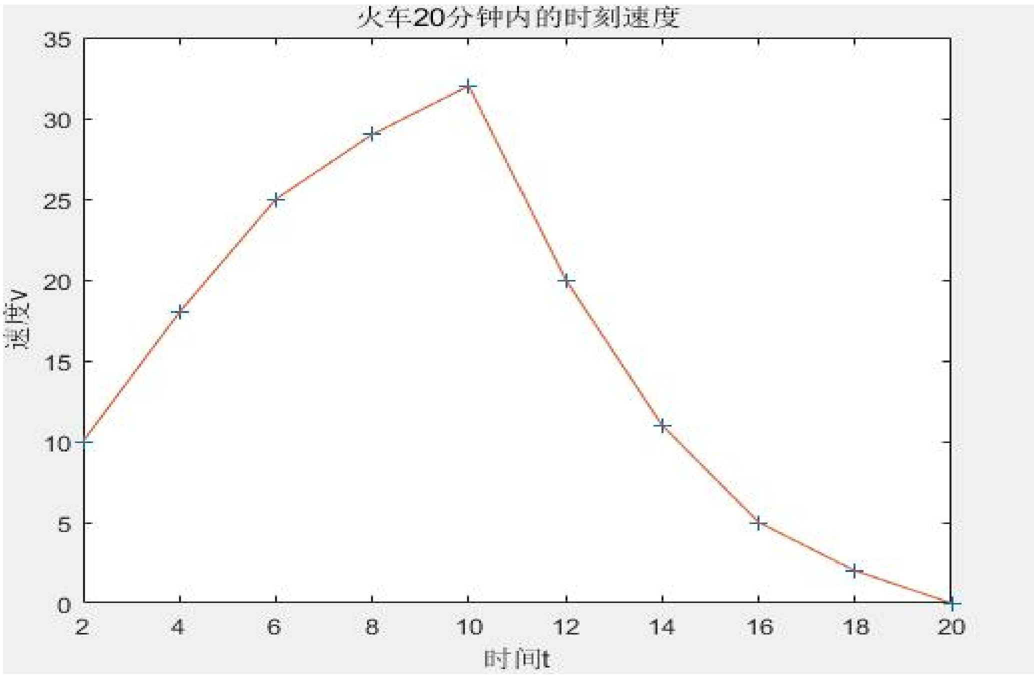
模型 1

使用差值模型中的分段线性插入

程序 1

```
time=2:2:20;
sudu=[10 18 25 29 32 20 11 5 2 0];
t=2:.2:20;
v=interp1(time,sudu,t)
plot(time,sudu,'+',t,v)
title('火车 20 分钟内的时刻速度'),xlabel('时间 t'),ylabel('速度 v')
z=trapz(t,v)
Z’=z/60
```

结果 1



z =

294

z ‘=

4.15

分析 1

考虑到本题要求行驶距离，则可以先得出时间速度关系图接着求面积即可得到距离。而发现时间速度可以用插入模型中的线性插入模型来作图，于是利用该模型作出图像然后用 trapz 函数即可得到结果，即火车运行过的距离是 249

题目 2

2．确定地球与金星之间的距离

天文学家在 1914 年 8 月份的 7 次观测中，测得地球与金星之间距离（单位：米），并取其常用对数值，与日期的一组历史数据如表 2。

表 2

日　期（号）	18	20	22	24	26	28	30
距离对数	9.9617724	9.9543645	9.9468069	9.9390950	9.9312245	9.9231915	9.9149925

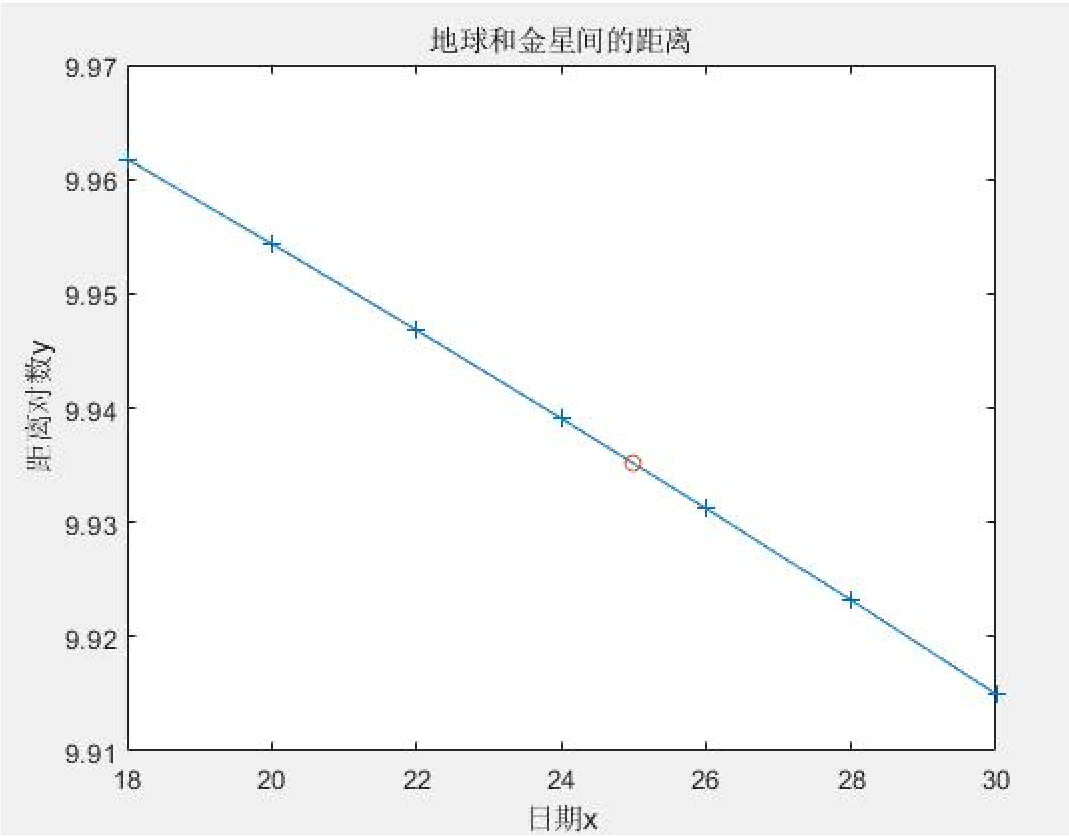
模型 2

使用差值模型中的分段线性插入

程序 2

```
clear
x=[18,20,22,24,26,28,30];
y=[9.9617724,9.9543645,9.9468069,9.9390950,9.9312245,9.9231915,9.9149925];
y1=9.9351799;
z=interp1(y,x,y1,'linear');
plot(x,y,'-+',z,y1,'o')
title('地球和金星间的距离'),xlabel('日期 x'),ylabel('距离对数 y')
```

结果 2



地球和金星间的距离
9.97
9.96
9.95
9.94
9.93
9.92
9.91
距离对数y
18
20
22
24
26
28
30
日期x

z =

24.9949

分析 2

本题和题 1 一样，给的数据比较少且符合线性，所以用到的模型还是线性插入，调用相关语句画出图像即可。需要注意的就是在得到的函数图像里标注出满足条件的点，并求出满足此时条件的点的数值。可见满足条件的时期大致是 25 号。

题目 3

山区地貌图　在某山区（平面区域（0，2800）×（0，2400）内，单位：米）测得一些地点的高程（单位：米）如表 3，试作出该山区的地貌图和等高线图。

表 3

2400	1430	1450	1470	1320	1280	1200	1080	940
2000	1450	1480	1500	1550	1510	1430	1300	1200
1600	1460	1500	1550	1600	1550	1600	1600	1600
1200	1370	1500	1200	1100	1550	1600	1550	1380
800	1270	1500	1200	1100	1350	1450	1200	1150
400	1230	1390	1500	1500	1400	900	1100	1060
0	1180	1320	1450	1420	1400	1300	700	900
Y/X	0	400	800	1200	1600	2000	2400	2800

模型 3

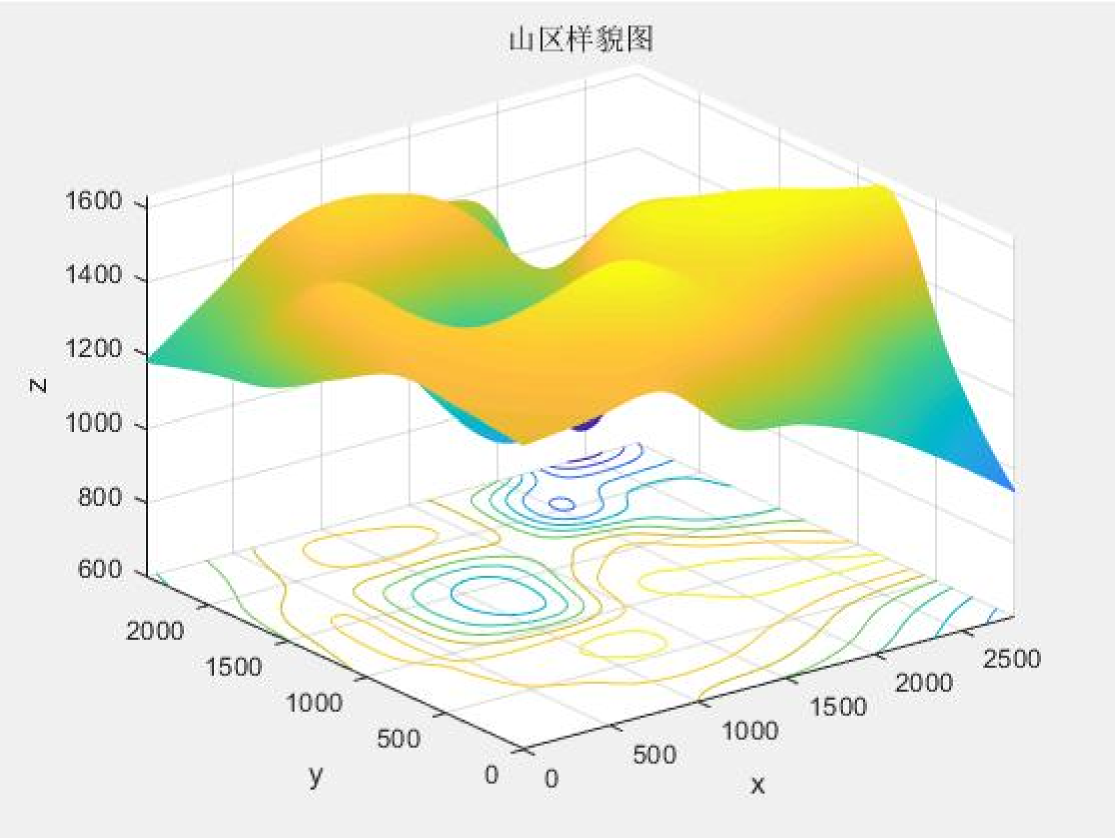
使用二维插值模型的双三次插值

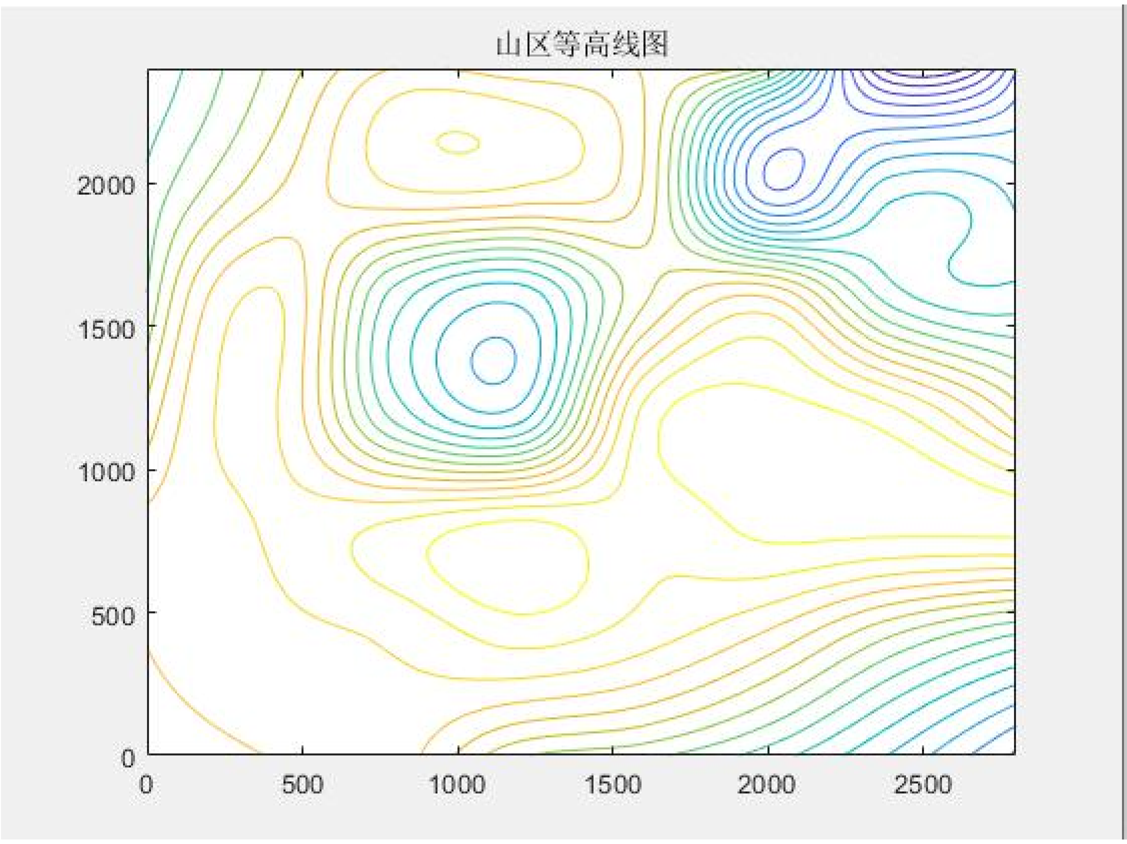
程序 3

```
Y=0:400:2400;
X=0:400:2800;
Z=[1430 1450 1470 1320 1280 1200 1080 940;
 1450 1480 1500 1550 1510 1430 1300 1200;
 1460 1500 1550 1600 1550 1600 1600 1600;
 1370 1500 1200 1100 1550 1600 1550 1380;
 1270 1500 1200 1100 1350 1450 1200 1150;
```

```
 1230 1390 1500 1500 1400 900 1100 1060;
 1180 1320 1450 1420 1400 1300 700 900;]
xi=0:5:2800;xi=xi';
yi=0:5:2400;
zi=interp2(X,Y,Z,xi,yi,'cubic');
meshc(xi,yi,zi);
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z');
title(‘山区样貌图’)
figure(2)
contour(xi,yi,zi,20);
title(‘山区等高线图’)
```

结果 3





分析 3：

根据题目需求，本题需要用到二维插值，为了更加精确的得出结果，所以使用到了双三次插值，再调用相关函数，就能在一次程序中画出两张所需要的函数图。

开课学院、实验室：数统学院 DS1407 实验时间 ： 2023 年 4 月 2 日								
课程名称	数学实验	实验项目名 称	回归模型	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成 绩				√		

题目 1

汽车销售商认为汽车销售量与汽油价格、贷款利率有关，两种类型汽车（普通型和豪华型）18 个月的调查资料如下表，其中 y_1 是普通型汽车销售量（千辆），y_2 是豪华型汽车销售量（千辆），x_1 是汽油价格（美元/加仑），x_2 是贷款利率（%）

序号	y_1	y_2	x_1	x_2
1	22.1	7.2	1.89	6.1
2	15.4	5.4	1.94	6.2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	44.3	15.6	1.68	2.3

（1）对普通型和豪华型汽车分别建立如下模型：

$$y_1=\beta_0^{(1)}+\beta_1^{(1)}x_1+\beta_2^{(1)}x_2,\quad y_2=\beta_0^{(2)}+\beta_1^{(2)}x_1+\beta_2^{(2)}x_2$$

给出 β 的估计值和置信区间，决定系数 R^2，F 值及剩余方差等.

完整数据如下表：

序号	y_1	y_2	x_1	x_2
1	22.1	7.2	1.89	6.1
2	15.4	5.4	1.94	6.2
3	11.7	7.6	1.95	6.3
4	10.3	2.5	1.82	8.2
5	11.4	2.4	1.85	9.8
6	7.5	1.7	1.78	10.3
7	13	4.3	1.76	10.5
8	12.8	3.7	1.76	8.7
9	14.6	3.9	1.75	7.4
10	18.9	7	1.74	6.9
11	19.3	6.8	1.7	5.2
12	30.1	10.1	1.7	4.9
13	28.2	9.4	1.68	4.3
14	25.6	7.9	1.6	3.7
15	37.5	14.1	1.61	3.6
16	36.1	14.5	1.64	3.1
17	39.8	14.9	1.67	1.8
18	44.3	15.6	1.68	2.3

1

程序 1

普通型汽车:

```
y1=[22.1 15.4 11.7 10.3 11.4 7.5 13.0 12.8 14.6 18.9 19.3 30.1 28.2 25.6 37.5 36.1 39.8 44.3];
x1=[1.89 1.94 1.95 1.82 1.85 1.78 1.76 1.76 1.75 1.74 1.70 1.70 1.68 1.60 1.61 1.64 1.67 1.68];
```

```
x2=[6.1 6.2 6.3 8.2 9.8 10.3 10.5 8.7 7.4 6.9 5.2 4.9 4.3 3.7 3.6 3.1 1.8 2.3];
n=18;
X=[ones(n, 1), x1',x2'];
[b,bint,r,rint,s]=regress(y1', X);
b,bint,s
```

豪华型汽车:

```
y2=[7.2 5.4 7.6 2.5 2.4 1.7 4.3 3.7 3.9 7.0 6.8 10.1 9.4 7.9 14.1 14.5 14.9 15.6];
x1=[1.89 1.94 1.95 1.82 1.85 1.78 1.76 1.76 1.75 1.74 1.70 1.70 1.68 1.60 1.61 1.64 1.67 1.68];
x2=[6.1 6.2 6.3 8.2 9.8 10.3 10.5 8.7 7.4 6.9 5.2 4.9 4.3 3.7 3.6 3.1 1.8 2.3];
n=18;
X=[ones(n, 1), x1',x2'];
[b,bint,r,rint,s]=regress(y2', X);
b,bint,s
```

结果 1

普通型汽车：

```
b =

   90.1814
  -27.6588
   -3.2283

bint =

   46.1971  134.1656
  -54.5542   -0.7634
   -4.2747   -2.1819

s =

    0.8593   45.7992    0.0000   20.7910
```

结果如下表所示：

回归系数	回归系数估计值	回归系数置信区间
β0	90.1814	[46.1971,134.1656]
β1	-27.6588	[-54.5542,-0.7634]
β2	-3.2283	[-4.2747,-2.1819]

R^2=0.8593, F=45.7992, p<0.0000, s2=20.7910

豪华型汽车:

```
b =

   24.5471
   -4.6285
   -1.4360
```

```
bint =

    5.9201   43.1740
  -16.0184    6.7615
   -1.8792   -0.9929

s =

    0.8402   39.4474    0.0000    3.7288
```

结果如下表所示：

回归系数	回归系数估计值	回归系数置信区间
β0	24.5471	[5.9201, 43.1740]
β1	-4.6285	[-16.0184, 6.7615]
β2	-1.4360	[-1.8792, -0.9929]

R^2=0.8402, F=39.4474, p<0.0000, s2=3.7288

分析 1

y1 得到的回归模型为：$y1 = 90.1814 - 27.6588x1 - 3.2283x2$。由于β1 和 2 的置信区间不包含零点，且 p <α，且计算可得，$F_{(1,n-2),1-\alpha} = 4.4940 < F$，所以该模型有效。

y2 得到的回归模型为：$y = 24.5471 - 4.6285x1 - 1.4360x2$。由于β1 的置信区间包含了零点，所以该模型无效。

题目 2

（2）用 $x_3=0,1$ 表示汽车类型，建立统一模型：$y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_3x_3$，给出 β 的估计值和置信区间，决定系数 R^2，F 值及剩余方差等．以 $x_3=0,1$ 代入统一模型，将结果与（1）的两个模型的结果比较，解释二者的区别．

程序 2

$x3$ = 0 表示普通型，x 3 = 1 表示豪华型

程序如下：

```
y1=[22.1 15.4 11.7 10.3 11.4 7.5 13.0 12.8 14.6 18.9 19.3 30.1 28.2 25.6 37.5 36.1 39.8 44.3];
y2=[7.2 5.4 7.6 2.5 2.4 1.7 4.3 3.7 3.9 7.0 6.8 10.1 9.4 7.9 14.1 14.5 14.9 15.6];
x1=[1.89 1.94 1.95 1.82 1.85 1.78 1.76 1.76 1.75 1.74 1.70 1.70 1.68 1.60 1.61 1.64 1.67 1.68];
x2=[6.1 6.2 6.3 8.2 9.8 10.3 10.5 8.7 7.4 6.9 5.2 4.9 4.3 3.7 3.6 3.1 1.8 2.3];
x3=[zeros(1, 18), ones(1, 18)];
y=[y1, y2];
x11=[x1,x1];
x22=[x2,x2];
n=36;
X=[ones(n, 1), x11',x22',x3'];
[b,bint,r,rint,s]=regress(y', X);
b,bint,s
```

结果 2

```
b =

   64.5753
  -16.1436
   -2.3322
  -14.4222

bint =

   33.5007   95.6499
  -35.1193    2.8320
   -3.0705   -1.5939
  -17.6546  -11.1898

s =

    0.8366   54.6111    0.0000   22.6642
```

结果如下表所示：

回归系数	回归系数估计值	回归系数置信区间
β0	64.5753	[33.5007,95.6499]
β1	-16.1436	[-35.1193,2.8320]
β2	-2.3322	[-3.0705,-1.5939]
β3	-14.4222	[-17.6546,-11.1898]

R^2=0.8366, F=54.6111, p<0.0000, s2=22.6642

由它得到的统一回归模型为：$y = 64.5753 - 16.1436x1 - 2.3322x2 - 14.4222x3$。β1 的置信区间包含了零点，所以该模型无效。

分析 2

首先将$x3 = 0$代入统一模型，得到回归模型为 $y1' = 64.5753 - 16.1436x1 - 2.3322x2$， 然后将$x3 = 1$代入统一模型，得到回归模型为$y2' = 50.1531 - 16.1436x1 - 2.3322x2$。与第一问的结果相比相差较大，说明该模型并不合适。

题目 3

（3）对统一模型就每种类型汽车分别作 x_1 和 x_2 与残差的散点图，有什么现象，说明模型有何缺陷？

程序 3

在命令行窗口分别输入以下两个代码：

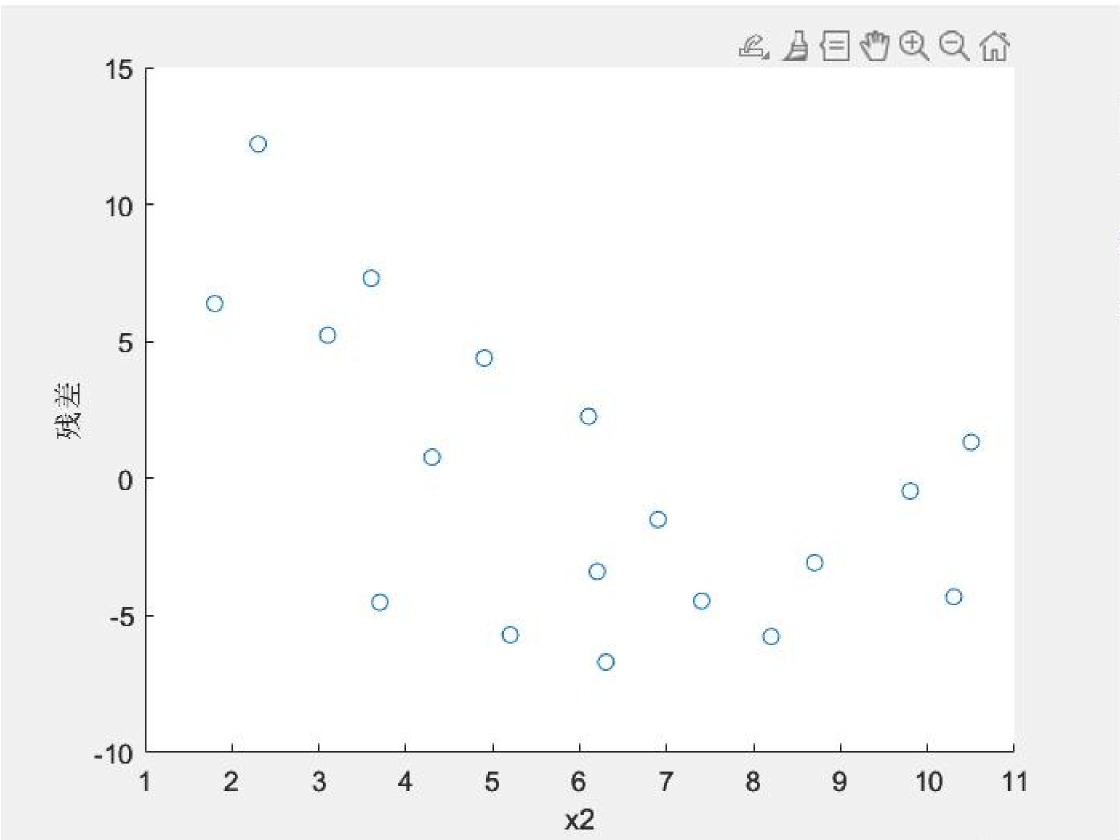
代码 1：

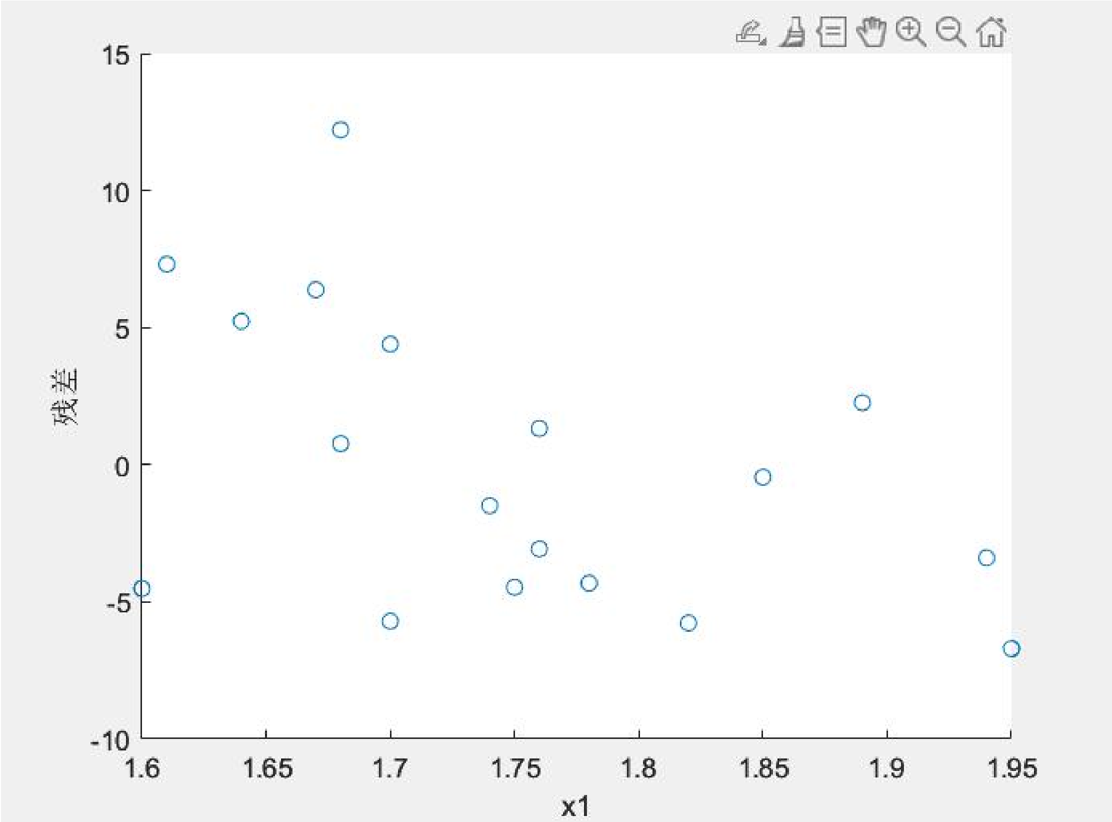
```
scatter(x1, r(1:18));
xlabel('x1');
ylabel('残差');
```

代码 2：

```
scatter(x2, r(1:18));
xlabel('x2');
ylabel('残差');
```

结果 3





分析 3

两种类型的汽车残差分布不同，这说明$x3$（即 汽车类型）与$x1$、$x2$ 有交互作用，模型中应添加交互项。

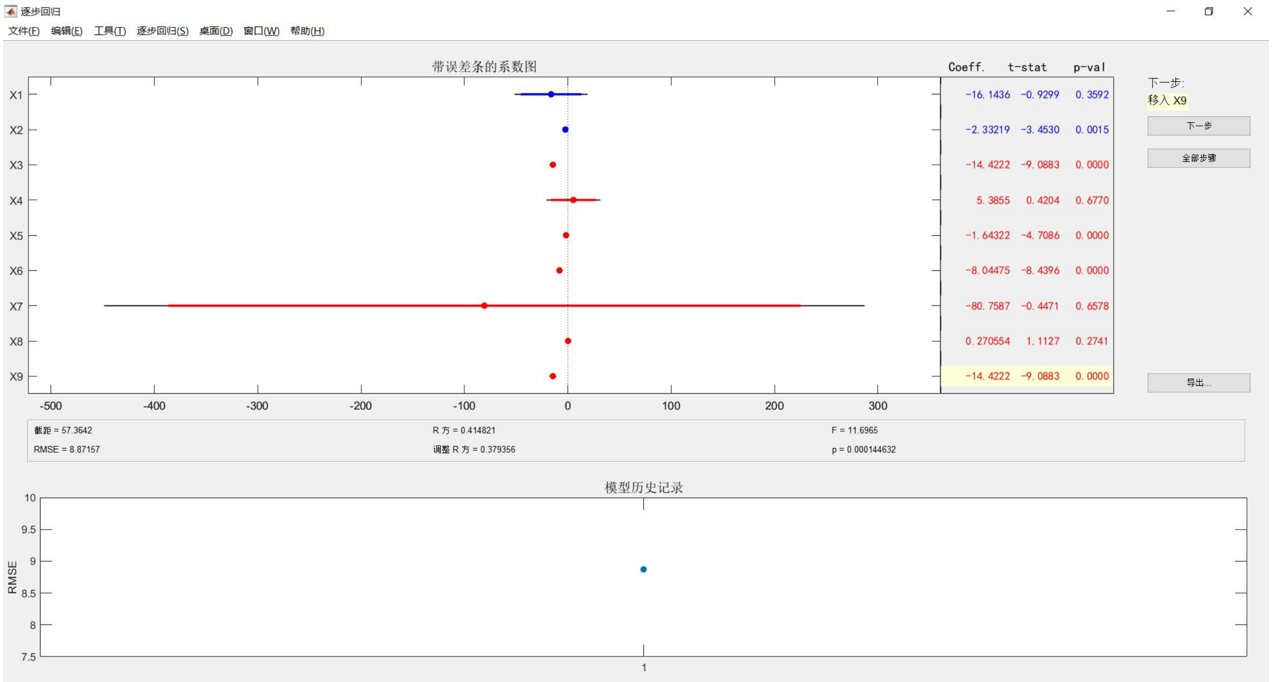
题目 4

（4）对统一模型增加二次项和交互项，考察结果有什么改进.

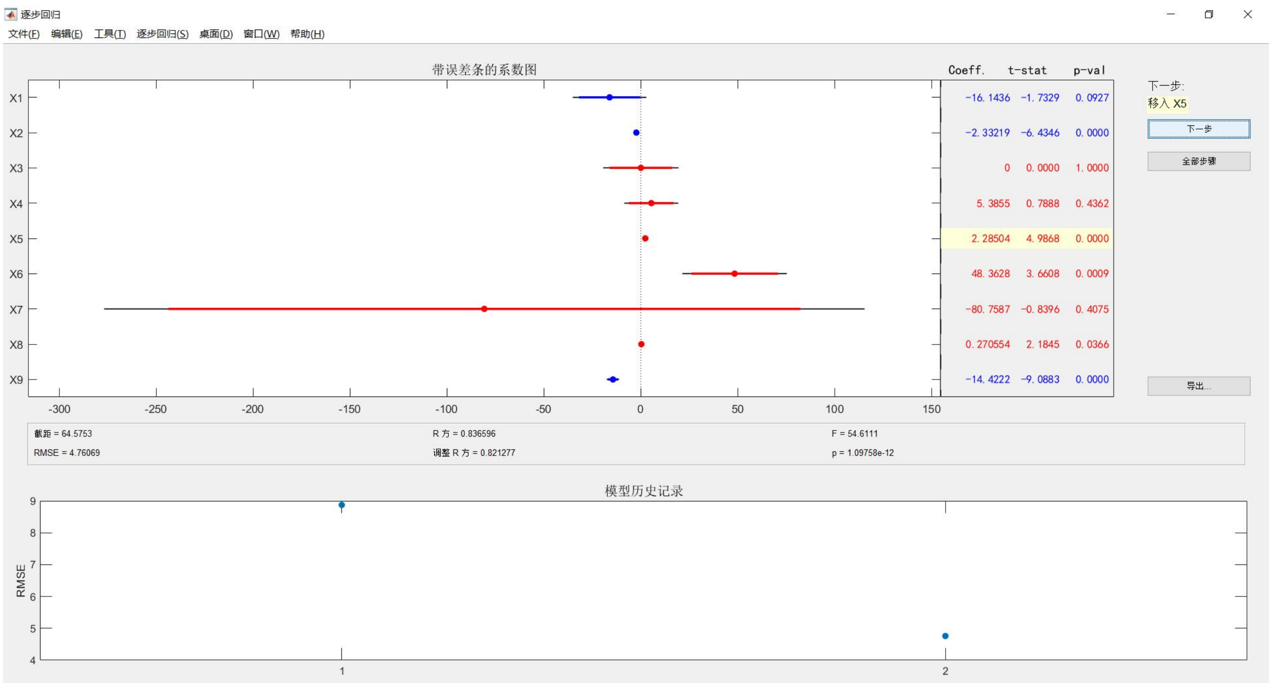
程序 4

```
y1=[22.1 15.4 11.7 10.3 11.4 7.5 13.0 12.8 14.6 18.9 19.3 30.1 28.2 25.6 37.5 36.1 39.8 44.3];
y2=[7.2 5.4 7.6 2.5 2.4 1.7 4.3 3.7 3.9 7.0 6.8 10.1 9.4 7.9 14.1 14.5 14.9 15.6];
x1=[1.89 1.94 1.95 1.82 1.85 1.78 1.76 1.76 1.75 1.74 1.70 1.70 1.68 1.60 1.61 1.64 1.67 1.68];
x2=[6.1 6.2 6.3 8.2 9.8 10.3 10.5 8.7 7.4 6.9 5.2 4.9 4.3 3.7 3.6 3.1 1.8 2.3];
x3=[zeros(1, 18), ones(1, 18)];
y=[y1, y2];
x11=[x1,x1];
x22=[x2,x2];
x4=x11.*x22;
x5=x3.*x22;
x6=x3.*x11;
x7=x11.^2;
x8=x22.^2;
x9=x3.^2;
X=[x11',x22',x3',x4',x5',x6',x7',x8',x9'];
stepwise(X,y,[1,2])
```

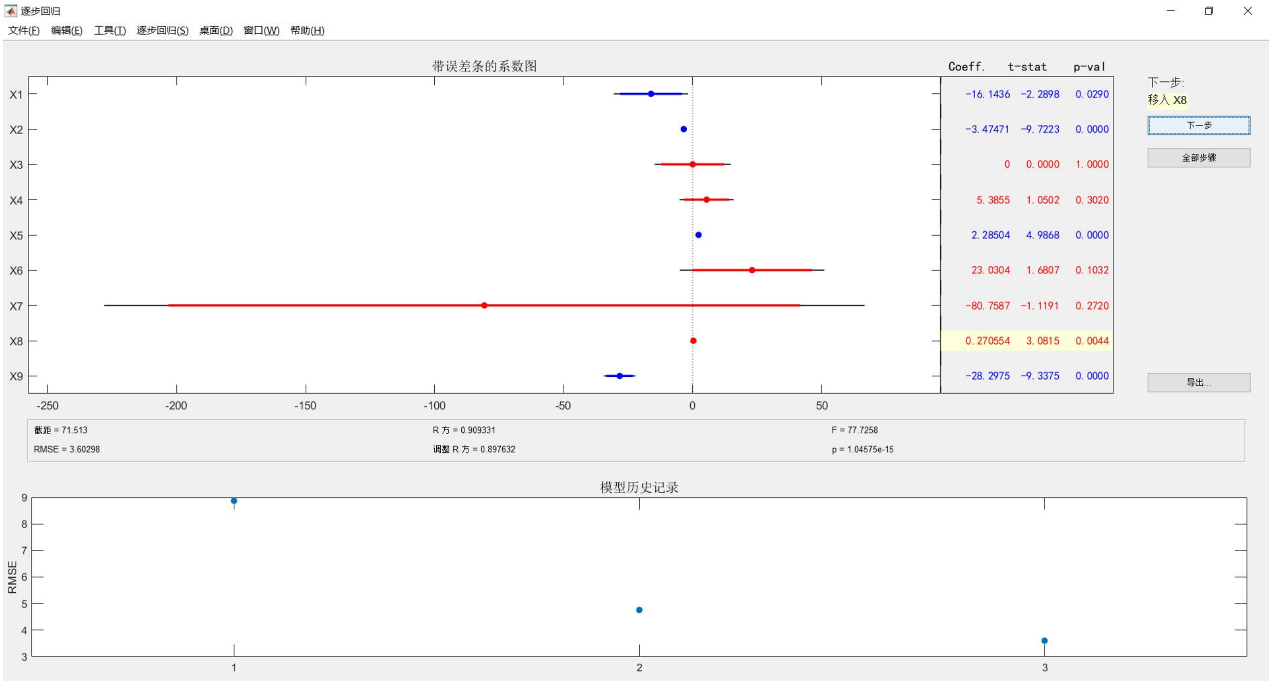
结果 4



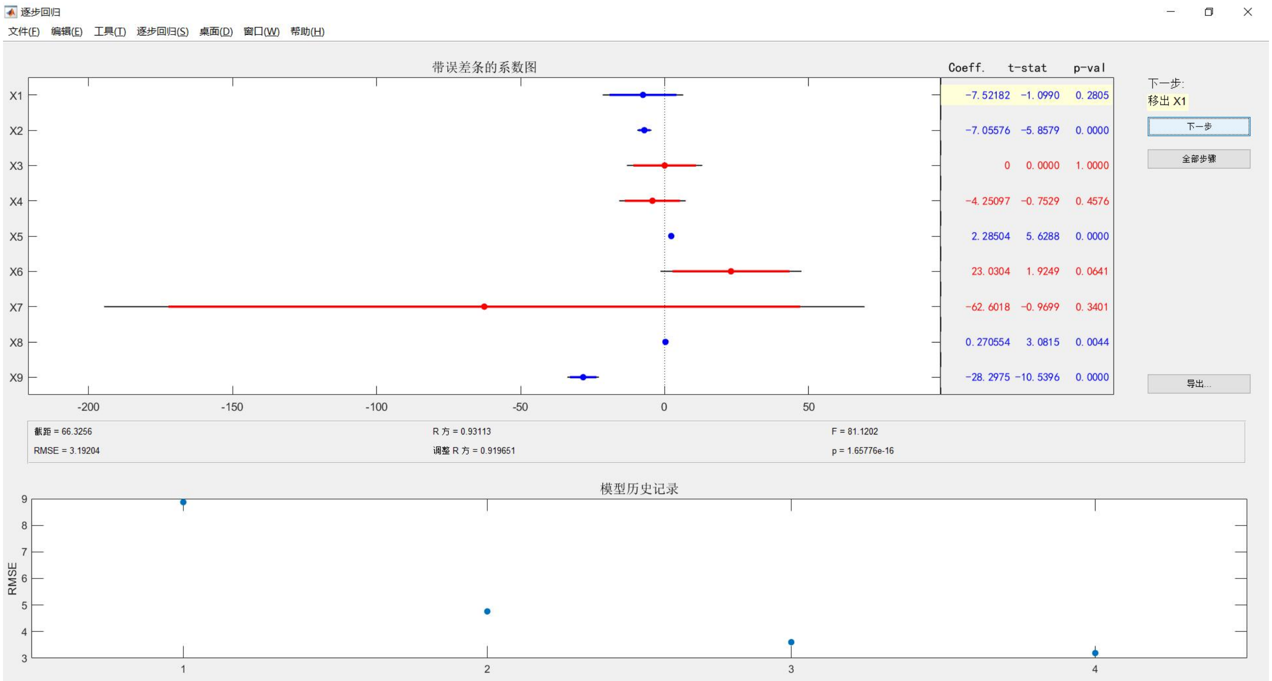
点击下一步，移入 x9



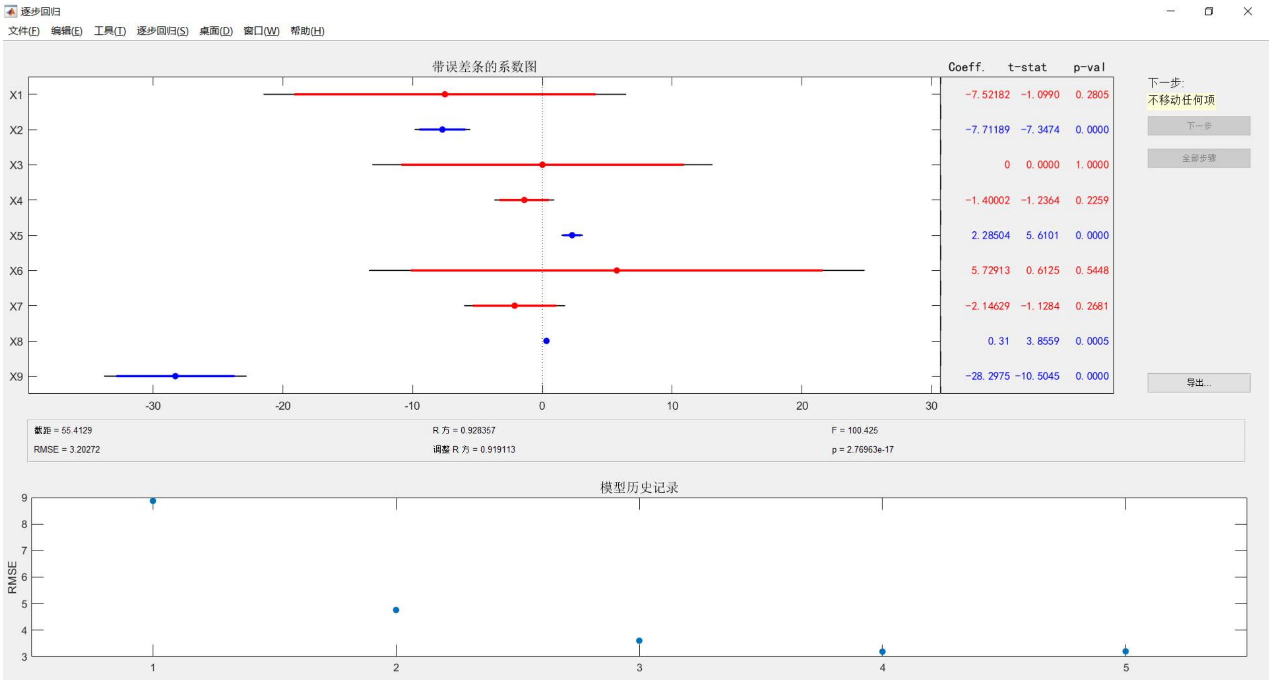
点击下一步，移入 x5



点击下一步，移入 x8



点击下一步，移出 x1



此时，已不能再移动任何项。

分析 4

于是，由它得到的模型为 $y = 55.4129 - 7.71189x_2 + 2.28504x_2x_3 + 0.31x_2^2 - 28.2975x_3^2$

另外： $R2 = 0.928357$，$F = 100.425$，$p < 2.76963e-17$，$s = 3.20272$

与上面的模型相比，逐步回归可以逐步加入和删除变量，在自变量中进行变量选择，从而更好地控制模型的复杂度。

备注：

1、**一门课程有多个实验项目的，应每一个实验项目一份，课程结束时将该课程所有实验项目内页与封面合并成一个电子文档上交。**