

# 气垫导轨实验预习报告

## 1 实验目的及要求

1. 观察简谐振动现象，测定简谐振动的周期。
2. 求弹簧的倔强系数  $k$  和有效质量  $m_0$ 。
3. 观察简谐振动的运动学特征。
4. 验证机械能守恒定律。
5. 用极限法测定瞬时速度。
6. 深入了解平均速度和瞬时速度的关系。

## 2 实验仪器

气垫导轨、滑块、附加砝码、弹簧、U 型挡光片、平板挡光片、数字毫秒计、天平等

## 3 实验原理

### 3.1. 弹簧振子的简谐运动

在水平的气垫导轨上，两个相同的弹簧中间系一个滑块，滑块做往返振动，若不考虑滑块运动的阻力，可以认为滑块的振动是理想的简谐振动。

设质量为  $m_1$  的滑块初始时处于平衡位置，此时每个弹簧的初始伸长量为  $x_0$ ，当滑块偏离平衡点  $x$  时，受弹性力  $-k_1(x + x_0)$  与  $-k_1(x - x_0)$  的作用，其中  $k_1$  是弹簧的倔强系数。根据牛顿第二定律，列出其运动方程： $-kx = m\ddot{x}$  (式中  $k = 2k_1$ )

式中的  $m$  与弹簧质量  $m_1$  并不相同。因为事实上弹簧也是有一定质量的，这导致了实际的运动并非严格的简谐振动，而是需要考虑弹簧内部形成的驻波，详细推导需要采用分离变量法解微分方程，这里直接给出结果：若在近似的仍欲采用简谐振动的结论，则可考虑只取一级近似，引入“弹簧有效质量”  $m_0$

由一级近似可计算得  $m = m_1 + m_0$ ， $m_0$  为弹簧质量的  $\frac{1}{3}$ ，这样对应该方程的解为：

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

其中周期与固有频率的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_0}{k}} \quad (2)$$

将上式两边平方可以得到

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (m_1 + m_0)}{k} \quad (3)$$

在实验中，我们改变  $m_1$ ，测出相应的  $T$ ，采用作图法获得  $T - m_1$  的曲线，理论上该曲线应为一 条直线，直线的斜率为  $\frac{4\pi^2}{k}$ ，采用最小二乘法可以计算出该直线的斜率，进而算出劲度系数  $k$  的值。同时，可以从该条直线的截距获取  $m_0$  的值。也可采用逐差法求解  $k$  和  $m_0$  的值。

### 3.2. 简谐运动的运动学特征

运动方程两边同时对时间求导，即可得到

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4)$$

由此可见，速度  $v$  与时间有关，且随时间的变化关系也为简谐振动，角频率为  $\omega_0$ ，振幅为  $A\omega_0$ ，而且度  $v$  的相位比位移  $x$  超前  $\frac{\pi}{2}$

联立  $x$ - $t$  方程与  $v$ - $t$  方程，消去时间  $t$ ，即可得到

$$v^2 = \omega_0^2 (A^2 - x^2) \quad (5)$$

当  $x=A$  时， $v=0$ ；当  $x=0$  时， $v = \pm A\omega_0$ ，此时  $v$  取最大值

本实验可以通过观察  $x$  和  $v$  随时间的变化规律，以及  $x$  和  $v$  之间的相位关系。利用线性拟合的方法算出角频率

### 3.3. 简谐振动的机械能

在实验中，任何时刻系统的振动动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (6)$$

由于此前在第一个实验项目中，已经测得弹簧的劲度系数为  $k$ ，因此可以直接算得系统的弹性势能为（以  $m_1$  位于平衡位置时系统的势能为零）

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (7)$$

所以系统的机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (8)$$

上式中的  $k$  和  $A$  均不随时间变化

通过测量滑块  $m_1$  在不同位置  $x$  的速度  $v$ ，从而计算弹性势能和振动势能，并验证他们之间的相互转换关系和机械能守恒定律是否吻合。

### 3.4. 瞬时速度的测量

设变速运动的物体在  $\Delta t$  时间中经过的路程为  $\Delta s$ ，则其平均速度为  $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

当  $\Delta t$  与  $\Delta s$  均趋于 0 时，平均速度的极限就为物体的瞬时速度。

在实验中，在倾斜的气轨上，于 A 点处放置一光电门，在滑块上先后安装上挡光距离不同的 U 形挡光片，使各挡光片的第一挡光边距 A 点为  $l$ 。滑块每次自 P 点由静止开始下滑，分别测出相应的挡光时间  $\Delta t$  及挡光距离  $\Delta s$ 。（设滑块由静止下滑距离  $l$  后的瞬时速度为  $v_0$  即第一挡光时滑块的瞬时速度），则有：

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v_0 + \frac{1}{2}a \cdot \Delta t \quad (9)$$

其中  $a$  为物体在 A 附近的加速度本实验可以通过改变挡光距离  $\Delta s$  观察平均速度和瞬时速度的关系，分别画出  $v$ - $t$  图和  $v$ - $x$  图，利用外推法求出瞬时速度。