

《基础物理实验》实验报告

实验名称 气轨上弹簧振子简谐振动及瞬时速度的测定 指导教师 纪爱玲
姓名 张钰堃 学号 2022k8009926020 分班分组及座号 2-08-11号 (例:1-04-5号)
实验日期 2023 年 10 月 17 日 实验地点 教学楼 716 调课/补课 否 成绩评定

1 实验目的及要求

1. 观察简谐振动现象，测定简谐振动的周期。
2. 求弹簧的倔强系数 k 和有效质量 m_0 。
3. 观察简谐振动的运动学特征。
4. 验证机械能守恒定律。
5. 用极限法测定瞬时速度。
6. 深入了解平均速度和瞬时速度的关系。

2 实验仪器

气垫导轨、滑块、附加砝码、弹簧、U 型挡光片、平板挡光片、数字毫秒计、天平等。

3 实验原理

3.1. 弹簧振子的简谐运动

在水平的气垫导轨上，两个相同的弹簧中间系一个滑块，滑块做往返振动，若不考虑滑块运动的阻力，可以认为滑块的振动是理想的简谐振动。

设质量为 m_1 的滑块初始时处于平衡位置，此时每个弹簧的初始伸长量为 x_0 ，当滑块偏离平衡点 x 时，受弹性力 $-k_1(x + x_0)$ 与 $-k_1(x - x_0)$ 的作用，其中 k_1 是弹簧的倔强系数。根据牛顿第二定律，列出其运动方程： $-kx = m\ddot{x}$ (式中 $k = 2k_1$)

式中的 m 与弹簧质量 m_1 并不相同。因为事实上弹簧也是有一定质量的，这导致了实际的运动并非严格的简谐振动，而是需要考虑弹簧内部形成的驻波，详细推导需要采用分离变量法解微分方程，这里直接给出结果：若在近似的仍欲采用简谐振动的结论，则可考虑只取一级近似，引入“弹簧有效质量” m_0

由一级近似可计算得 $m = m_1 + m_0$ ， m_0 为弹簧质量的 $\frac{1}{3}$ ，这样对应该方程的解为：

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

其中周期与固有频率的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_0}{k}} \quad (2)$$

将上式两边平方可以得到

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (m_1 + m_0)}{k} \quad (3)$$

在实验中，我们改变 m_1 ，测出相应的 T ，采用作图法获得 $T - m_1$ 的曲线，理论上该曲线应为一 条直线，直线的斜率为 $\frac{4\pi^2}{k}$ ，采用最小二乘法可以计算出该直线的斜率，进而算出劲度系数 k 的值。同时，可以从该条直线的截距获取 m_0 的值。也可采用逐差法求解 k 和 m_0 的值。

3.2. 简谐运动的运动学特征

运动方程两边同时对时间求导，即可得到

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4)$$

由此可见，速度 v 与时间有关，且随时间的变化关系也为简谐振动，角频率为 ω_0 ，振幅为 $A\omega_0$ ，而且度 v 的相位比位移 x 超前 $\frac{\pi}{2}$

联立 x - t 方程与 v - t 方程，消去时间 t ，即可得到

$$v^2 = \omega_0^2 (A^2 - x^2) \quad (5)$$

当 $x=A$ 时， $v=0$ ；当 $x=0$ 时， $v = \pm A\omega_0$ ，此时 v 取最大值

本实验可以通过观察 x 和 v 随时间的变化规律，以及 x 和 v 之间的相位关系。利用线性拟合的方法算出角频率

3.3. 简谐振动的机械能

在实验中，任何时刻系统的振动动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (6)$$

由于此前在第一个实验项目中，已经测得弹簧的劲度系数为 k ，因此可以直接算得系统的弹性势能为（以 m_1 位于平衡位置时系统的势能为零）

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (7)$$

所以系统的机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (8)$$

上式中的 k 和 A 均不随时间变化

通过测量滑块 m_1 在不同位置 x 的速度 v ，从而计算弹性势能和振动势能，并验证他们之间的相互转换关系和机械能守恒定律是否吻合。

3.4. 瞬时速度的测量

设变速运动的物体在 Δt 时间中经过的路程为 Δs ，则其平均速度为 $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

当 Δt 与 Δs 均趋于 0 时，平均速度的极限就为物体的瞬时速度。

在实验中，在倾斜的气轨上，于 A 点处放置一光电门，在滑块上先后安装上挡光距离不同的 U 形挡光片，使各挡光片的第一挡光边距 A 点为 l 。滑块每次自 P 点由静止开始下滑，分别测出相应的挡光时间 Δt 及挡光距离 Δs 。（设滑块由静止下滑距离 l 后的瞬时速度为 v_0 即第一挡光时滑块的瞬时速度），则有：

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v_0 + \frac{1}{2}a \cdot \Delta t \quad (9)$$

其中 a 为物体在 A 附近的加速度本实验可以通过改变挡光距离 Δs 观察平均速度和瞬时速度的关系，分别画出 v - t 图和 v - x 图，利用外推法求出瞬时速度。

4 实验内容

1. 学会光电门测速和测周期的使用方法。
2. 调节气垫导轨至水平状态，通过测量任意两点的速度变化，验证气垫导轨是否处于水平状态。
3. 测量弹簧振子的振动周期并考察振动周期和振幅的关系。滑块的振幅 A 分别取 10.0、20.0、30.0、40.0 cm 时，测量其相应振动周期。分析和讨论实验结果可得出什么结论？
4. 研究振动周期和振子质量之间的关系。在滑块上加骑码（铁片）。对一个确定的振幅（如取 $A=40.0$ cm）每增加一个骑码测量一组。（骑码不能加太多，以阻尼不明显为限。）作 $T^2 - m$ 的图，如果 T 与 m 的关系式如公式（6）所示，则 $T^2 - m$ 的图应为一 条直线，其斜率为 $4\pi^2/k$ ，截距为 $4\pi^2 m_0/k$ 。用最小二乘法做直线拟合，求出 k 和 m_0 。
5. 研究速度和位移的关系。在滑块上装上 U 型挡光片，可测量速度。作 $v^2 - x^2$ 的图，看该图是否为一 条直线，并进行直线拟合，看斜率是否为 $-\omega_0^2$ ，截距是否为 $A^2\omega_0^2$ ，其中 $\omega_0 = 2\pi/T$ ，可测出。
6. 研究振动系统的机械能是否守恒。固定振幅（如取 $A=40.0$ cm），测出不同 x 处的滑块速度，由此算出振动过程中经过每一个 x 处的动能和势能，并对各 x 处的机械能进行比较，得出结论。
7. 研究平均速度与瞬时速度的关系，利用外推法求出瞬时速度。在气轨下面只有一个螺丝的一端，小心将气轨抬起来，把垫块放到这个螺丝的下面。测量具有不同 Δs 的挡光片在距离 A 点为 50cm 处从静止开始自由下滑，从 A 点开始在 Δs 所用的时间 Δt ，求出平均速度 \bar{v} ，作 $\bar{v} - \Delta t$ 图和 $\bar{v} - \Delta s$ 图，将图线性外推求出瞬时速度 v_0 。
8. 通过改变气轨的倾斜角度 θ （增加垫块数量），重复上述实验。
9. 通过改变 A 点到 P 点的距离（设置 60cm 处），重复上述实验。

5 实验数据及数据处理

5.1. 实验仪器调试

$v_1(\text{cm/s})$	$v_2(\text{cm/s})$	误差 (%)
5.71	5.69	0.35
6.05	6.03	0.33
4.78	4.76	0.47

通过调试使三次误差均低于 0.5%，说明导轨已经十分接近水平状态。

5.2. 测量弹簧振子的振动周期并考察振动周期和振幅的关系

滑块的振幅 A 分别取 10.0，20.0，30.0，40.0cm 时，测量其振动周期

	10cm	20cm	30cm	40cm
$T_1(\text{ms})$	1621.10	1620.15	1620.01	1618.95
$T_2(\text{ms})$	1621.42	1620.44	1619.69	1618.99
$T_3(\text{ms})$	1621.19	1620.10	1619.63	1619.29
$T_4(\text{ms})$	1621.37	1619.96	1619.63	1619.47
$T_5(\text{ms})$	1621.34	1619.97	1619.87	1619.11
$T(\text{ms})$	1621.28	1620.12	1619.77	1619.16

已知理论上，周期与振幅无关。观察可以发现，当振幅不同时，测得的四个周期值均较为接近，根据实验结果来看可以认为，在误差的允许范围内，周期的大小与振幅无关。将 4 个周期做平均，可以得到带有条形挡光片的滑块做简谐运动的周期大约为 1620ms。

5.3. 研究弹簧振子振动周期与振子质量之间的关系

振子的振幅 A 取 40.0cm

m(g)	219.99	242.20	232.40	240.98	257.39
T ₁	1620.68	1710.95	1666.91	1708.49	1750.68
T ₂	1620.58	1711.18	1666.99	1708.62	1750.89
T ₃	1620.65	1710.95	1667.05	1708.68	1750.65
T ₄	1620.52	1711.16	1667.09	1708.53	1750.73
T ₅	1620.53	1711.12	1667.09	1708.50	1750.72
T ₆	1620.45	1711.09	1667.16	1708.18	1750.69
T ₇	1620.49	1711.06	1667.10	1708.35	1750.59
T ₈	1620.49	1711.13	1666.69	1708.54	1750.36
T ₉	1620.53	1711.15	1666.88	1708.38	1750.72
T ₁₀	1620.56	1711.18	1666.86	1708.41	1750.77
T	1620.55	1711	1666.99	1708.47	1750.68

绘制图像

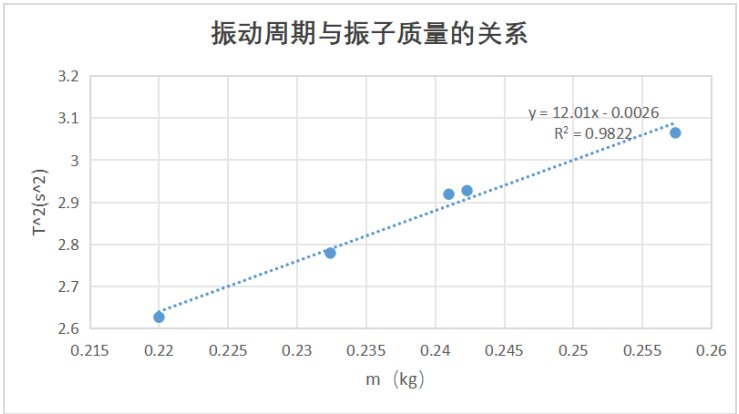


图 1: 振子周期与质量的关系

根据图像拟合，可知直线斜率为 12.01， $R^2=0.9822$ ，十分接近 1，说明拟合程度较好。由实验原理部分，可知斜率为 $\frac{4\pi^2}{k}$ ，截距为 $\frac{4\pi^2m_0}{k}$ ，计算可知，该弹簧的弹性系数为 3.29N/m，弹簧的有效质量为 0.22g。

5.4. 研究速度与位移的关系

振子的振幅 A 取 40.0cm

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
$v_1(\text{cm/s})$	129.70	119.62	118.20	110.99	90.99
$v_2(\text{cm/s})$	128.53	118.34	116.69	110.01	88.73
$v_3(\text{cm/s})$	126.42	121.95	114.68	107.18	85.62
$v(\text{cm/s})$	128.22	119.97	116.52	109.39	88.45

绘制图像

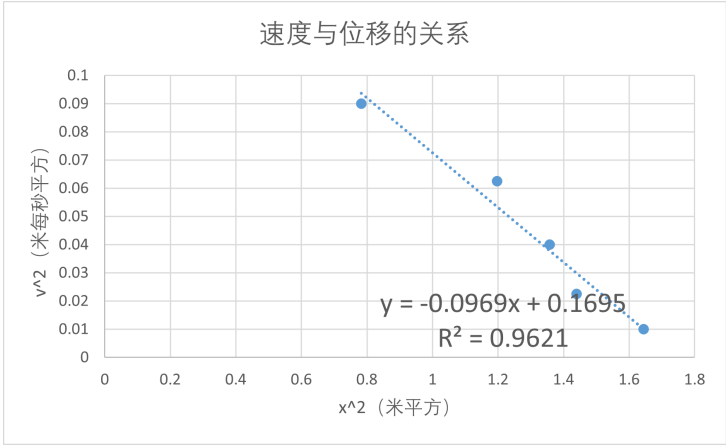


图 2: 速度与位移的关系

由图像可知，拟合直线斜率为-0.0969，截距为 0.1695， $R^2=0.9621$ ，可见拟合程度较高，由原理部分公式可知， $\omega_0=0.311s^{-1}$

5.5. 研究机械能是否守恒

振子的振幅 A 取 40.0cm

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
$v(\text{cm/s})$	128.22	119.97	116.52	109.39	88.45
$E_k(\text{J})$	0.18	0.16	0.15	0.13	0.09
$E_p(\text{J})$	0.017	0.037	0.066	0.104	0.149
$E(\text{J})$	0.20	0.20	0.21	0.21	0.23

由机械能数据可知，振动系统的机械能在振动过程中大致不变，与理论结果相符

5.6. 改变振幅 A，测出相应的 v_{max} ，由 $v_{max}^2-A^2$ 图像求 k

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
$v_{max_1}(\text{cm/s})$	47.82	67.61	86.36	107.64	124.07
$v_{max_2}(\text{cm/s})$	47.73	67.43	85.91	107.18	123.46
$v_{max_3}(\text{cm/s})$	46.51	66.14	84.53	105.60	121.65
$v_{max}(\text{cm/s})$	47.35	67.06	85.60	106.81	123.06

绘制图像

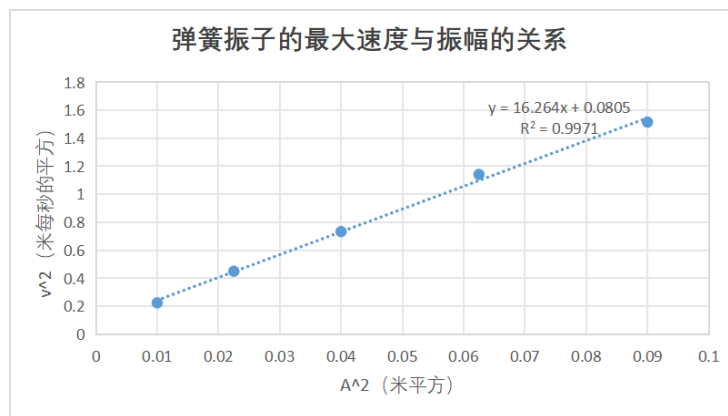


图 3: 振子最大速度与振幅的关系

由图像可知，拟合直线斜率为 16.264，截距为 0.0805，由公式计算可知， $k=3.54\text{N/m}$

5.7. 其他相关参数

滑块的质量：217.34g

条形挡光片质量：2.63g

U 型挡光片质量：11.76g

5.8. 测定瞬时速度与不同 U 型挡光片通过光电门所用的时间（AP=50cm），计算平均速度

	$\Delta t_1(\text{ms})$	$\Delta t_2(\text{ms})$	$\Delta t_3(\text{ms})$	$\Delta t_4(\text{ms})$	$\Delta t_5(\text{ms})$	$\Delta t(\text{ms})$	$\bar{v}(\text{m/s})$
1cm	60.02	61.82	61.87	61.76	60.70	61.23	0.16
3cm	196.20	188.02	192.77	188.74	198.06	192.76	0.16
5cm	305.27	313.04	305.77	305.80	300.66	306.11	0.16
10cm	570.02	580.59	578.75	583.19	589.73	580.46	0.17

由数据可知，随着挡光片的宽度变化，平均速度近似不变，与理论结果相同

5.9. 改变导轨倾角,测定瞬时速度与不同 U 型挡光片通过光电门所用的时间(AP=50cm), 计算平均速度

	$\Delta t_1(\text{ms})$	$\Delta t_2(\text{ms})$	$\Delta t_3(\text{ms})$	$\Delta t_4(\text{ms})$	$\Delta t_5(\text{ms})$	$\Delta t(\text{ms})$	$\bar{v}(\text{m/s})$
1cm	36.86	36.80	36.97	37.19	37.28	37.02	0.27
3cm	104.36	104.80	103.14	104.03	101.85	103.63	0.29
5cm	184.61	187.02	187.00	182.11	185.55	185.24	0.27
10cm	344.91	344.43	343.21	342.30	340.52	343.07	0.29

由数据可知，随着导轨倾角变化，平均速度近似不变，与理论结果相同

5.10. 测定瞬时速度与不同 U 型挡光片通过光电门所用的时间（AP=60cm），计算平均速度

	$\Delta t_1(\text{ms})$	$\Delta t_2(\text{ms})$	$\Delta t_3(\text{ms})$	$\Delta t_4(\text{ms})$	$\Delta t_5(\text{ms})$	$\Delta t(\text{ms})$	$\bar{v}(\text{m/s})$
1cm	33.62	33.95	34.11	34.02	34.11	33.96	0.29
3cm	97.77	96.96	97.84	96.98	96.95	97.30	0.31
5cm	168.81	169.08	170.89	169.02	170.64	169.69	0.29
10cm	321.67	326.44	319.86	320.28	321.96	322.04	0.31

由数据可知，随着挡光片的宽度变化，平均速度近似不变，与理论结果相同

5.11. 总结

可以从数据中得知本实验中存在一些误差，比如第三部分和第六部分所算出的 k 值差别较大，我认为误差可能来自于以下原因：

1. 注意到本次实验中不同挡光片对应的平均速度相差很小，数量级在 10^{-3} ，但是仪器测量精度只能达到 10^{-2} ，因此读数的误差对拟合结果的影响较大
2. 在实际实验中很难保证滑块释放时没有初速度，而误差对数据的波动比较敏感
3. 除此之外，实验中存在气垫导轨的摩擦和空气阻力，而在处理中均忽略了这两个因素的影响

6 反思

（1）实验前务必要预习，尤其是透彻理解实验理论与原理：

如果只是照着书本上的操作步骤，那么实验本身就会变成很枯燥的体验，少了实验过程中探索未知，检验理论的体验感，同时也少了很多乐趣。

实际做实验时几乎可以说必然会遇到各种棘手问题，若不理解理论则很难做到灵活应对这些问题。

（2）灵活使用计算机软件是处理实验数据必不可少的技能：

这次实验的绘图我是用 Excel 完成的，其优势是生成曲线迅速，不用代码就能对数据进行各种操作，但其精度远远比不上专业的数据处理软件，我还需要进一步的学习。

（3）认真对待误差分析：

做实验时，要格外留意会存在哪些带来误差的地方，并且反思这样的误差是否是可以采用别的方法，从而尽可能的减少影响。尤其是本次实验测定瞬时速度的部分，误差分析让我受益匪浅。

附：原始实验数据

基础物理实验原始数据记录

实验名称: 气垫上弹簧振子的简谐振动及瞬时速度的测定 地点: 教字楼 716
 学生姓名: 张世豪 学号: 20218009706210 实验日期: 2021 年 12 月 17 日 成绩评定: 教师签字: 李彦杰

1. 试验仪器的调试

V1 (cm/s)	V2 (cm/s)	误差%
5.71	5.69	0.35
6.05	6.03	0.33
4.78	4.71	0.4

2. 测量弹簧振子的振动周期并考察振动周期和振幅的关系

滑块的振幅 A 分别取 10.0, 20.0, 30.0, 40.0cm 时, 测量其相应振动周期

	10cm	20cm	30cm	40cm
T1 (ms)	162.10	162.15	162.00	161.95
T2 (ms)	162.42	162.64	161.89	161.89
T3 (ms)	162.19	162.10	161.65	161.27
T4 (ms)	162.37	161.96	161.65	161.47
T5 (ms)	162.34	161.97	161.87	161.91
T (ms)	162.28	162.12	161.97	161.96

3. 研究振动周期和振子质量之间的关系

滑块的振幅 A 取 40.0cm

m (g)	1219.99	2242.30	3252.40	4240.98	5257.39
T1 (ms)	162.68	170.95	166.91	170.84	175.06
T2 (ms)	161.58	171.18	166.49	170.86	175.89
T3 (ms)	161.65	171.95	166.05	170.88	175.06
T4 (ms)	162.56	171.16	166.09	170.85	175.73
T5 (ms)	162.52	171.12	166.86	170.85	175.72
T6 (ms)	162.53	171.09	166.69	170.81	175.69
T7 (ms)	162.45	171.06	166.88	170.83	175.50
T8 (ms)	162.44	171.13	166.70	170.85	175.36
T9 (ms)	162.49	171.15	166.70	170.83	175.07
T10 (ms)	162.53	171.18	166.71	170.84	175.07
T (ms)	162.55				

中国科学院大学
 University of Chinese Academy of Sciences

4. 研究速度和位移的关系

滑块的振幅 A 取 40.0cm

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
V1 (cm/s)	129.70	119.62	97.82	81.47	90.99
V2 (cm/s)	128.53	118.34	96.31	80.61	88.73
V3 (cm/s)	126.42	121.95	92.42	81.58	85.62
V (cm/s)					

5. 研究振动系统的机械能是否守恒

滑块的振幅 A 取 40.0cm

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
V (cm/s)					10.56
Ek (J)					
Ep (J)					
E (J)					

6. 改变弹簧振子的振幅 A, 测相应的 V_{max} , 由 $V_{max}^2 - A^2$ 关系求 k, 与实验内容 3 的结果进行比较

	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
V_{max1} (cm/s)	129.70	119.62	97.82	81.47	107.04
V_{max2} (cm/s)	128.53	118.34	96.31	80.61	124.07
V_{max3} (cm/s)	126.42	121.95	92.42	81.58	123.46
V_{max4} (cm/s)	127.00	120.00	100.00	100.00	121.65
V_{max5} (cm/s)	126.00	120.00	100.00	100.00	

7. 实验中可能用到的其他相关参数

滑块的质量: 2173.4g
 条形挡光片质量: 2.61g
 U 型挡光片质量: 11.76g

中国科学院大学
 University of Chinese Academy of Sciences

8. 测定瞬时速度, 测量不同 U 挡光片通过光电门所用的时间 (AP 距离为 50cm), 计算平均速度。

挡光片宽度 (cm)	Δt_1 (ms)	Δt_2 (ms)	Δt_3 (ms)	Δt_4 (ms)	Δt_5 (ms)	Δt (ms)
1 (cm)	60.02	61.82	61.87	61.76	60.72	61.23
3 (cm)	196.20	188.02	192.77	188.74	198.26	192.76
5 (cm)	305.27	313.04	305.77	305.80	320.66	306.11
10 (cm)	570.02	580.59	578.75	583.19	588.73	580.46

9. 测定瞬时速度, 改变导轨倾斜角度, 测量不同 U 挡光片通过光电门所用的时间 (AP 距离为 50cm), 计算平均速度。

挡光片宽度 (cm)	Δt_1 (ms)	Δt_2 (ms)	Δt_3 (ms)	Δt_4 (ms)	Δt_5 (ms)	Δt (ms)
1 (cm)	36.86	36.80	36.97	37.19	37.28	37.02
3 (cm)	109.36	104.80	103.14	104.03	101.85	103.63
5 (cm)	184.61	187.02	187.00	182.11	185.55	185.24
10 (cm)	344.71	344.43	343.21	342.30	340.52	343.07

10. 测定瞬时速度, 改变 AP 距离为 60cm, 测量不同 U 挡光片通过光电门所用的时间, 计算平均速度。

挡光片宽度 (cm)	Δt_1 (ms)	Δt_2 (ms)	Δt_3 (ms)	Δt_4 (ms)	Δt_5 (ms)	Δt (ms)
1 (cm)	33.62	33.95	34.11	34.02	34.11	33.96
3 (cm)	97.77	96.96	97.84	96.98	96.95	97.30
5 (cm)	168.81	169.08	170.89	169.02	170.64	169.69
10 (cm)	321.67	326.44	319.86	320.28	321.96	322.04