

## 实验 5 频分多址实验

### 1 实验目的

1. 通过 Matlab 仿真，熟悉误符号率，误比特率及功率谱的概念。
2. 通过对矩形包络下的 BPSK 调制的频分多址（FDMA）进行仿真，深入理解频分多址的概念及实际工作原理。

### 2 实验内容

1. 观察多载波传输，统计 BPSK 调制下 FDMA 的每个用户的误比特率，并与理论值进行对比分析。
2. 绘制、观察发端信号的功率谱函数图像。根据功率谱密度计算各用户的功率和总功率。
3. (选做) 采用方波作为基带成形信号时，若第  $i$  个载波频率  $f_i$  与方波信号持续时间  $T$  不满足  $f_i T \in \mathbb{N}$ ，请仿真 BPSK 调制下的误比特率，绘制发端信号功率谱函数图像，并根据功率谱密度计算各用户的功率和总功率。

### 3 实验环境

MATLAB 是美国 MathWorks 公司出品的商业数学软件，用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境。

本次实验需要在 MATLAB 中完成，任意版本均可。

### 4 实验原理

#### 4.1 单载波传输

##### 4.1.1 矩形包络单路载波传输

矩形包络单路载波传输的系统框图如图 1 所示。

注意到此处将对  $T$  的能量归一化放在了基带脉冲的系数上。

载波传输的系统模型为

$$y(t) = x(t) + z(t), \quad (1)$$

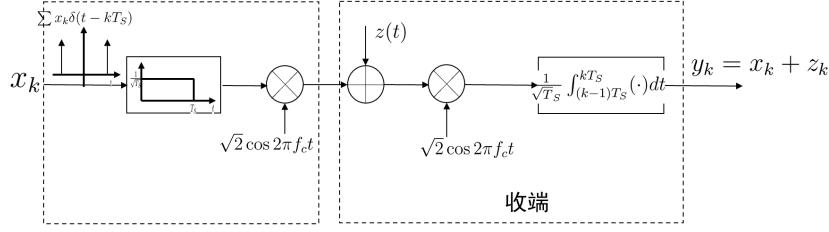


图 1: 矩形包络单路载波传输框图

其中,  $x(t)$  为发送信号;  $y(t)$  为接收信号;  $z(t)$  为加性白高斯噪声, 双边功率谱密度为  $\frac{n_0}{2}$ 。在线性调制情况下, 基带脉冲成形表示为  $x_0(t) = xp(t)$ , 其中,  $x \in \mathcal{A}$ ,  $p(t)$  为成形脉冲。当采用持续时间等于符号间隔的矩形脉冲时,

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_S}}, & 0 \leq t \leq T_S, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

发送波形为:  $x(t) = x_0(t) \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi f_c t$ 。在接收端用波形  $g(t)$  进行相关接收, 即

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)g(t)dt \quad (3)$$

$$= x \int_{-\infty}^{\infty} p(t)g(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} z(t)g(t)dt. \quad (4)$$

当相关波形  $g(t) = \sqrt{\frac{2}{T_S}} \cos 2\pi f_c t$  时, 信噪比达到最大值。此时, 等效电平传输有标准形式  $y = x + z$ ,  $x \in \mathcal{A}$ ,  $z \sim \mathcal{N}(0, \frac{n_0}{2})$ 。

在仿真实验中, 我们无法生成连续时间的高斯噪声, 只能用离散时间的采样来模拟。波形信道的系统模型可以离散化为

$$y[n] = x[n] + z[n], \quad (5)$$

其中,  $x[n]$  为发送信号;  $y[n]$  为接收信号;  $z[n]$  为噪声。 $x[n]$  可视为对  $x(t)$  的采样结果, 即, 当仿真的最短时间间隔为  $\Delta t$  时,

$$x[n] = x(n\Delta t). \quad (6)$$

然而,  $y[n]$  和  $z[n]$  并不能直接视为连续时间波形的采样。例如, 对于任意时刻的采样  $z(t)$ ,

$$\mathbb{E}\{z^2(t)\} = R(0) = \frac{n_0}{2}\delta(0) \rightarrow +\infty, \quad (7)$$

等效的噪声方差趋于无穷。因此，为了对  $y(t)$  进行时间离散描述，先进行采样前抗混叠滤波。由于采样频率  $f_s = \frac{1}{\Delta t}$ ，取低通滤波的带宽限制为  $W = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2\Delta t}$ 。记滤波后的接收信号为

$$y'(t) = x'(t) + z'(t), \quad (8)$$

再对  $y'(t)$  按采样频率  $f_s$  抽样得到  $y[n]$ 。此时， $z(t)$  是带宽为  $W$  的带限高斯噪声，其采样  $z[n]$  的方差为

$$\mathbb{E}\{z^2[n]\} = n_0 W = \frac{n_0}{2\Delta t}. \quad (9)$$

更一般地，

$$\mathbb{E}\{z[n]z[m]\} = \frac{n_0}{2\Delta t} \delta[n - m]. \quad (10)$$

因此，在仿真实验中，噪声  $z[n]$  是均值为 0，方差为  $\frac{n_0}{2\Delta t}$  的高斯随机变量，即  $z[n] \sim \mathcal{N}(0, \frac{n_0}{2\Delta t})$ 。

#### 4.1.2 矩形包络二元载波传输

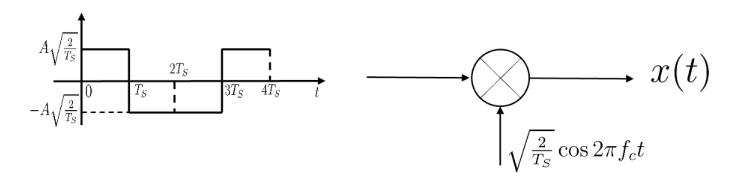


图 2: 矩形包络二元载波传输发送端框图

矩形包络二元载波传输发送端框图如图 2 所示，一个符号的波形可以表示为：

$$x(t) = x \cdot \sqrt{\frac{2}{T_S}} \cos 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t < T_S. \quad (11)$$

其中， $x \in \{-A, A\}$ ，且等概率分布。在以上配置下，发信号波形平均每符号能量  $E_S = A^2$ 。

单个符号的最佳接收框图如图 3 所示。

在 BPSK 调制下，误符号率和误码率分别为：

$$P_s = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{n_0/2}}\right), \quad (12)$$

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0/2}}\right). \quad (13)$$

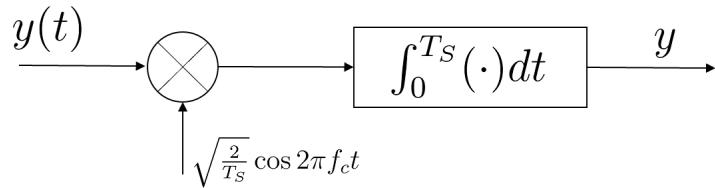


图 3: 矩形包络二元载波传输接收端框图

## 4.2 频分多址

多个源分别独立地去占用通道，称为对该通道的多路接入 (multiple access) 即称为**多址**。常见的多址方式有频分多址 (FDMA)，时分多址 (TDMA)，码分多址 (CDMA) 等。本次实验中我们考虑实现一个 FDMA 通信系统，如图 4。FDMA 的思路是每路用户的波形占用一段独立互不干扰的频段。这是一种最自然的时频资源块的划分方式，其具有各用户可独立调制、无需定时同步等优点，但也有可能会造成较高的峰均比及交调，对功放的动态范围提出了要求。由于各路可自行保证其调制和传输延时，本次实验中为实验简洁性起见，每路用户均采用相同的 BPSK 调制方式，传输延时也相同。由于每路用户采用矩形包络作为基带成形滤波器，为了保证各用户接入互相无干扰，在实验过程中可满足  $f_i T_s \in \mathbb{N}$ ，其中  $f_i$  为第  $i$  个用户的载波频率， $T_s$  为方波信号持续时间。

在接收端，可用每个载波对应的最佳接收信号与接收信号做匹配，采样点处进行判决并得到最终恢复的源端符号。在各用户波形完全正交的情况下，各用户对应的误符号率和误比特率应该与单载波下的 BPSK 传输一致。

## 4.3 功率谱

随机信号  $x(t)$  的功率谱密度函数  $S_X(f)$  描述了信号功率在频域的分布状况。对于所有时间或很长一段时间都存在的随机信号而言，其时间函数很难用确定的形式表示，因此也无法得到频谱。由于其能量无限，这种情况下一般会转而研究其功率谱密度。具体来说，功率谱密度指的是在每个频率上信号具有的功率大小，即 1Hz 带宽内信号的平均功率，单位为 W/Hz。特别的，在本次实验中，我们假设匹配阻抗为  $1\Omega$ ，波形幅度单位为 V，功率谱图像中的功率谱单位取做 dBW/Hz。

对于一个宽平稳随机过程  $x(t)$ ，其功率谱密度函数  $S_X(f)$  计算表达式如下：

$$S_X(f) = \lim_{T' \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} \left[ \left| \tilde{X}_{T'}(f) \right|^2 \right]}{T'} \quad (14)$$

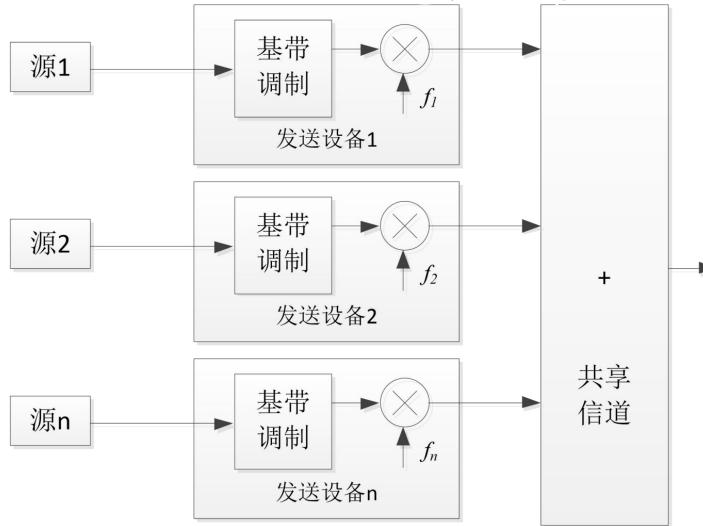


图 4: FDMA 示意图

其中,  $\tilde{X}_{T'}(f) = \int_{-T'/2}^{T'/2} X(t)e^{-j2\pi ft} dt$ 。而在仿真时, 由于计算机只能处理离散数据, 我们需要对原随机信号  $x(t)$  以周期  $\Delta t$  进行采样得到  $x[n]$ , 来进行功率谱密度的分析和求解。一种基于滑动窗 FFT 的功率谱近似统计方法如下:

$$S_X(k\Delta f) \approx \frac{1}{N_{\text{win}}N_{\text{sz}}^2\Delta f} \sum_{m=1}^{N_{\text{win}}} |X_m[k]|^2 \quad (15)$$

其中,  $N_{\text{win}}$  为滑动窗个数,  $X_m[k]$  为  $x[n]$  在第  $m$  个窗内的 FFT (注意, 该 FFT 的定义是 matlab 的 fft 函数所采用的, 未能量归一化, 具体说明见附录):

$$X_m[k] = \sum_{n=0}^{N_{\text{sz}}-1} x[(m-1)N_{\text{st}} + n]e^{-j(2\pi/N_{\text{sz}})kn} \quad (16)$$

其中  $0 \leq k \leq N_{\text{sz}} - 1$ ,  $N_{\text{sz}}$  为窗长,  $N_{\text{st}}$  为窗移动步长, 频率分辨率  $\Delta f = 1/(N_{\text{sz}}\Delta t)$ 。该方法的推导见附录。

## 5 实验内容

- (1) 假定有  $M = 4$  个用户, 各自生成  $N = 10^5$  个随机待传信息比特。

- (2) 采用无编码的 BPSK 调制，基带成形脉冲为矩形，持续时间  $T$  等于符号间隔  $T_s = 0.01\text{s}$ ，仿真波形的采样间隔取  $\Delta t = 10^{-4}\text{s}$ 。
- (3) 载波采用  $\sqrt{2} \cos 2\pi f_i t, f_i = (200 + (i - 1) \times 200)\text{Hz}, i \in \{1, 2, 3, \dots, M\}$ ，生成对应的发射波形。
- (4) 利用基于滑动窗 FFT 的功率谱近似统计方法绘制发射信号的功率谱，其中 FFT 窗长为  $100T_s$ ，滑动步长为  $80T_s$ 。同时根据功率谱密度计算各用户的功率和总功率。
- (5) 生成高斯噪声，与发送信号相加，得到接收信号。
- (6) 在接收端，使用  $\sqrt{2} \cos 2\pi f_i t, f_i = (200 + (i - 1) \times 200)\text{Hz}, i \in \{1, 2, 3, \dots, M\}$ ，对每个用户逐个符号进行相关接收并判决。
- (7) 比较发送信号和接收信号，统计误比特率。
- (8) 编写代码，改变噪声功率谱密度，画出误比特率与  $E_b/n_0$  之间的关系曲线，并与理论误比特率曲线进行对比。  
(提示：考虑到功率谱计算相对高的时间复杂度，为提高误比特率统计精度，可在不计算功率谱时适当提高  $N$ )

## 6 选做题

采用方波作为基带成形信号时，若第  $i$  个载波频率  $f_i$  与方波信号持续时间  $T_S$  不满足  $f_i T_S \in \mathbb{N}$ ，如  $f_i = (200 + (i - 1) \times \Delta f)\text{Hz}$ ， $\Delta f$  可在集合  $\{30, 50, 80, 100, 130, 150, 180, 200, 230\}$  中选取时，请仿真 BPSK 调制下的误比特率，绘制收发端信号功率谱函数图像，并理论分析可能导致所观察现象的原因。