

## 实验3 载波传输实验

### 1 实验目的

1. 通过Matlab仿真，熟悉误符号率和误比特率的概念。
2. 通过对矩形包络下的BPSK与4PAM调制的载波传输进行仿真，深入理解载波传输的收发结构及差错概率。
3. 通过对矩形包络下的BPSK与4PAM调制的载波传输进行仿真，理解两种不同的匹配滤波方法。
4. 通过对矩形包络下的BPSK与4PAM调制的载波传输进行仿真，熟练功率谱密度的计算。

### 2 实验内容

1. 观察载波传输系统，在BPSK调制方式下，分别采用两种不同的匹配滤波接收方法，统计其误符号率与误比特率，并与理论值进行对比分析。
2. 观察载波传输系统，在4PAM调制方式下，分别采用两种不同的匹配滤波接收方法，统计其误符号率与误比特率，并与理论值进行对比分析。
3. 分别绘制BPSK和4PAM调制后载波信号的功率谱密度，并与理论结果进行对比分析。

### 3 实验环境

MATLAB 是美国MathWorks公司出品的商业数学软件，用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境。

本次实验需要在MATLAB中完成，任意版本均可。

### 4 实验原理

#### 4.1 矩形包络单路载波传输

矩形包络单路载波传输的系统框图如图1所示。注意到此处将对 $T$ 的能量归一化放在了基带脉冲的系数上。

载波传输的系统模型为

$$y(t) = x(t) + z(t), \quad (1)$$

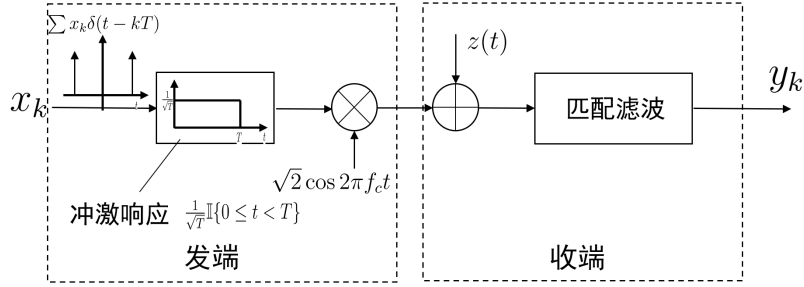


图 1: 矩形包络单路载波传输框图

其中,  $x(t)$  为发送信号;  $y(t)$  为接收信号;  $z(t)$  为加性白高斯噪声, 双边功率谱密度为  $\frac{n_0}{2}$ 。在线性调制情况下, 基带脉冲成形表示为  $x_0(t) = xp(t)$ , 其中,  $x \in \mathcal{A}$ ,  $p(t)$  为成形脉冲。在矩形包络下,

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

发送波形为:  $x(t) = x_0(t) \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi f_c t$ 。在接收端采用匹配滤波器进行最佳接收, 匹配滤波器的冲激响应为:

$$h(t) = p(T - t) \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi f_c (T - t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

接收端输出为:

$$r(t) = y(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(t - \tau) d\tau. \quad (4)$$

在最佳采样时刻  $t = kT$  进行采样, 得到:

$$y[k] = r(kT) = x[k] + z[k], \quad (5)$$

由于无法生成连续时间的高斯噪声, 我们只能用离散时间的采样来模拟。波形信道的系统模型可以离散化为

$$y[n] = x[n] + z[n], \quad (6)$$

类比连续时间情况下的自相关函数性质

$$\mathbb{E} \{z(t)z(\tau)\} = \frac{n_0}{2} \delta(t - \tau), \quad (7)$$

当仿真的时间间隔为  $\Delta t$  时, 离散时间情况下的高斯噪声应满足

$$\mathbb{E} \{z[n]z[m]\} = \frac{n_0}{2} \frac{\delta[n - m]}{\Delta t}. \quad (8)$$

因此, 噪声 $z[k]$ 是均值为0, 方差为 $\frac{n_0}{2\Delta t}$ 的高斯随机变量, 即 $z[k] \sim \mathcal{N}(0, \frac{n_0}{2\Delta t})$ 。

单路载波信号的功率谱可以表示为:

$$S_X(f) = \frac{\sigma_x^2}{2T} [|P(f - f_c)|^2 + |P(f + f_c)|^2] + \frac{m_x^2}{2T^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| P\left(\frac{n}{T}\right) \right|^2 \left[ \delta\left(f - f_c - \frac{n}{T}\right) + \delta\left(f + f_c - \frac{n}{T}\right) \right]. \quad (9)$$

对于 $\mathbb{E}\{x_k\} = 0$ 的情况, 功率谱无线谱, 可以表示为:

$$S_X(f) = \frac{\sigma_x^2}{2T} [|P(f - f_c)|^2 + |P(f + f_c)|^2]. \quad (10)$$

其中,  $P(f)$ 为 $p(t)$ 的频谱。对于公式 (2),  $P(f)$ 可以表示为

$$P(f) = \sqrt{T} \text{sinc}(fT). \quad (11)$$

其中,  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ 。

## 4.2 矩形包络二元载波传输

矩形包络二元载波传输发送端框图如图2所示, 一个符号的波形可以表示为:

$$x(t) = x \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t < T. \quad (12)$$

其中,  $x \in \{-A, A\}$ , 且等概率分布。可证明, 平均每符号能量为 $E_s = A^2 T$ 。

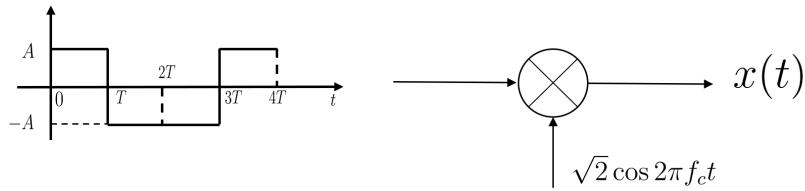


图 2: 矩形包络二元载波传输发送端框图

匹配滤波接收后, 在最佳采样时刻  $t = kT$  采样判决。

在BPSK调制下, 误符号率和误码率分别为:

$$P_s = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{n_0/2}}\right), \quad (13)$$

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0/2}}\right). \quad (14)$$

BPSK调制后，载波信号的功率谱密度为：

$$S_X(f) = \frac{A^2 T}{2} [(\text{sinc}((f - f_c)T))^2 + (\text{sinc}((f + f_c)T))^2]. \quad (15)$$

### 4.3 矩形包络M元单路载波传输

考虑增大符号的取值集合，一个符号的波形可以表示为：

$$x(t) = x \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t < T. \quad (16)$$

其中， $x \in \mathcal{A}$ ， $|\mathcal{A}| = M$ ， $\mathcal{A} = \{-(M-1)A, \dots, -A, A, \dots, (M-1)A\}$ 。此时有 $A = \sqrt{\frac{3E_s}{T(M^2-1)}}$ 。匹配滤波接收后，在最佳采样时刻 $t = kT$ 采样判决。

在MPAM调制下，误符号率和误码率分别为：

$$P_s = \frac{2M-2}{M} Q \left( \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \cdot \frac{E_s}{n_0/2}} \right), \quad (17)$$

$$P_b = \frac{2M-2}{M \log_2 M} Q \left( \sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M^2-1} \cdot \frac{E_b}{n_0/2}} \right). \quad (18)$$

特别地，当 $M = 4$ 时，电平和bit对应情况如表1。

表 1: 4PAM电平和bit对应表

电平	-3A	-A	A	3A
bit	00	01	11	10

MPAM调制后，载波信号的功率谱密度为：

$$S_X(f) = \frac{A^2 T (M^2 - 1)}{6} [(\text{sinc}((f - f_c)T))^2 + (\text{sinc}((f + f_c)T))^2]. \quad (19)$$

### 4.4 匹配滤波接收的两种实现方式

#### 4.4.1 方式一

接收信号直接与持续时间为 $T$ 的余弦载波进行卷积，如图3所示

$$r_1(t) = y(t) * \left[ \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \mathbb{I}\{0 \leq t \leq T\} \right], \quad 0 \leq t \leq T. \quad (20)$$

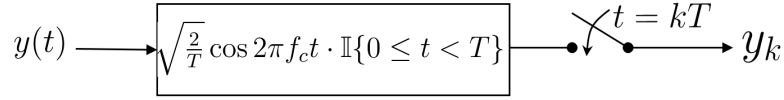


图 3: 匹配滤波: 方式一

#### 4.4.2 方式二

先将接收信号下变频到基带，再与矩形脉冲进行卷积，如图4所示

$$y_b(t) = y(t) \cdot \sqrt{2} \cos(2\pi f_c t), \quad (21)$$

$$r_2(t) = y_b(t) * \left[ \frac{1}{\sqrt{T}} \mathbb{I}\{0 \leq t \leq T\} \right], \quad 0 \leq t \leq T. \quad (22)$$

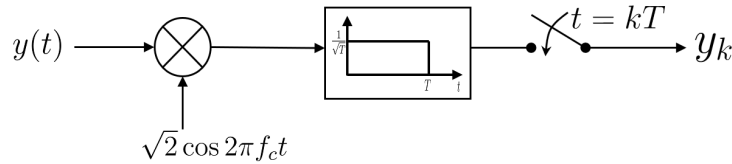


图 4: 匹配滤波: 方式二

## 5 实验内容

分别在BPSK和4PAM两种调制方式下：

- (1) 生成  $N = 10^4$  个随机符号。
- (2) 基带调制利用矩形脉冲成形， $T = 0.01\text{s}$ ，采样间隔  $\delta_t = 10^{-4}\text{s}$ 。
- (3) 载波采用  $\sqrt{2} \cos 2\pi f_c t$ ,  $f_c = 500\text{Hz}$ ，生成对应的载波波形，画出前10个符号的基带调制波形和载波调制波形。
- (4) 生成高斯噪声，与发送信号相加，得到接收信号，画出前10个符号的接收波形。
- (5) 采用两种匹配滤波方式对接收信号进行处理。方式一：接收信号直接与  $g(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t$  卷积；方式二：接收信号先乘以  $\sqrt{2} \cos 2\pi f_c t$  下变频，再与矩形脉冲  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}$  卷积。画出前5个符号的匹配滤波输出波形（采样前），并在图中明确标出最佳采样时刻。

- (6) 比较发送信号和接收信号，统计误符号率、误比特率。把BPSK和4PAM的误码曲线画一张图上对比，观察 $10^{-3}$ 误比特率所需的 $E_b/n_0$ 有多少dB差距，并结合理论公式做解释。（误码曲线纵坐标用对数，信噪比用dB，SNR范围要覆盖误码率从 $10^{-4} \sim 10^{-1}$ ）
- (7) 在最佳采样时刻分别引入  $1 \sim 2$  个采样点的定时偏差，对比两种接收方法的BPSK误码率曲线。通过改变噪声功率谱密度，绘制误比特率（BER）与  $E_b/n_0$  以及误符号率（SER）与  $E_s/n_0$  的关系曲线，并将实验结果与理论误比特率和误符号率曲线进行比较分析。
- (8) 利用窗函数法画出载波信号的功率谱密度，并与理论值进行比较。

## 6 选做题

如图4，要求画出当 $\Delta f = -1/(20T)$ 时， $y_I$ 序列和 $y_Q$ 序列随符号编号的变化情况（可以只打点，不连线），分析观察现象。思考，如何根据复电平序列 $y_n$ ，判决发送的数据流。并编程，分两种情况仿真其误码曲线:1)一次性仿真10000个符号，统计误码率:2)每次仿10个符号共1000次，统计误码率。观察两者的区别，并分析。改变 $\Delta f$ ，观察对误码曲线的影响。

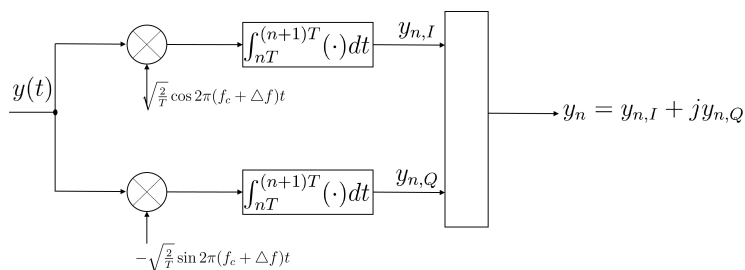


图 5: 选做题图