

Trường Đại học CMC
Khoa Công nghệ thông tin và Truyền thông
Đề thi kết thúc học phần, Học kỳ Xuân 2024
Môn: Toán rời rạc
Đề A

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Lưu ý: Thí sinh không được phép sử dụng tài liệu và các thiết bị điện tử như laptop, tablet, điện thoại,... Với mỗi câu trả lời, thí sinh cần đưa ra giải thích đầy đủ. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài 1. (4 điểm)

- (a) Xác định giá trị chân lý của mệnh đề $\forall x(x^2 + x > 5)$, với x là số nguyên.
(b) Dùng các lượng từ (tức là các ký hiệu \forall, \exists), các phép toán logic \wedge, \vee để biểu diễn phủ định của mỗi biểu thức logic sau (không dùng ký hiệu phủ định \neg)

$$\forall x(-2 < x < 3)$$

$$\exists x(-4 \leq x \leq 1)$$

- (c) Cho p, q là các mệnh đề. Chứng minh rằng biểu thức sau luôn đúng (tautology):

$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Bài 2. (6 điểm) Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

- (a) Có bao nhiêu tập con của A ?
(b) Có bao nhiêu tập con của A mà chứa ít nhất một số lẻ?
(c) Cần chọn ra ngẫu nhiên ít nhất bao nhiêu số khác nhau từ tập A để chắc chắn trong các số được chọn ra, có ít nhất 2 số mà tổng của chúng bằng 9?
(d) Tìm nghiệm của hệ thức truy hồi $a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{1}{4}a_n$ với mọi số nguyên không âm n và với các điều kiện ban đầu $a_0 = -4; a_1 = 2$.

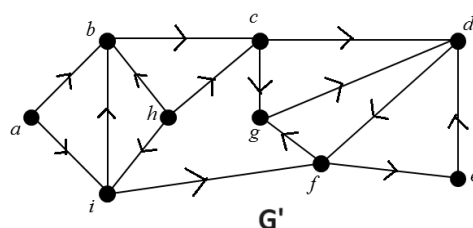
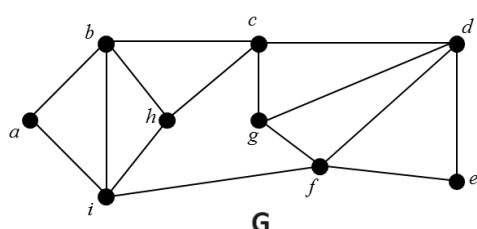
Bài 3. (2 điểm)

- (a) Thực hiện phép tính sau: $(11111)_2 + (101010101)_2$
(b) Chuyển kết quả ở câu (a) sang số biểu diễn trong hệ thập phân.

Bài 4. (4 điểm) Cho hàm Boole F với 3 biến Boole x, y, z thỏa mãn $F(1, 1, 1) = F(0, 1, 0) = F(0, 0, 1) = F(1, 1, 0) = 1$ và bằng 0 trong các trường hợp khác.

- (a) Tìm dạng tuyến chuẩn tắc của F .
(b) Tìm dạng hội chuẩn tắc của F .
(c) Vẽ mạch logic có output như hàm F , dùng công thức ở câu (a).
(d) Dùng phương pháp Quine-McCluskey để tìm dạng cực tiểu của $xyz + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$.

Bài 5. (4 điểm) Cho đồ thị vô hướng G và đồ thị có hướng G' .



- (a) Hãy tính bậc của tất cả các đỉnh của G , bậc trong và bậc ngoài của tất cả các đỉnh của G' .
- (b) Hãy viết ma trận kề của đồ thị vô hướng G và của đồ thị có hướng G' (thứ tự các đỉnh theo bảng chữ cái tiếng Anh).
- (c) Đồ thị G có đường đi Euler, có chu trình/mạch Euler không? Hãy giải thích tại sao.
- (d) Hãy chỉ ra một đường đi Euler hoặc một chu trình/mạch Euler trên đồ thị G

Đáp án: Đề A

Bài 1. (4 điểm)

- (a) F
- (b)

$$\exists x(x \leq -2 \vee x \geq 3)$$

$$\forall x(x < -4 \vee x > 1)$$

- (c) Chứng minh bằng bảng giá trị chân lý hoặc biến đổi tương đương ($\neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \cong p \vee \neg p \vee q = T$)

Bài 2. (6 điểm)

- (a) Có $2^8 = 256$ tập con của A .
- (b) Mỗi tập con của A mà không chứa số lẻ, sẽ là tập con của $\{2, 4, 6, 8\}$. Do đó số tập con của A không chứa số lẻ là $2^4 = 16$
Vậy số tập con của A mà chứa ít nhất 1 số lẻ là : $256 - 16 = 240$.
- (c) Ta chia các phần tử trong tập A thành 4 nhóm $\{1, 8\}, \{2, 7\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}$. Tổng các số trong mỗi nhóm này đều bằng 9. Do đó để có ít nhất 2 số trong các số được chọn ra ngẫu nhiên có tổng bằng 9, theo nguyên lý Dirichlet ta cần chọn ra ngẫu nhiên ít nhất 5 số từ tập A .
- (d) Phương trình đặc trưng là $r^2 - r + 1/4 = 0$.
Phương trình này có nghiệm kép $r_1 = r_2 = 1/2$, do đó ta tìm a_n ở dạng $a_n = (an + b)(\frac{1}{2})^n$.
Theo điều kiện ban đầu ta có hệ phương trình

(1) $b = -4$

(2) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = 2$

Giải hệ trên ta tìm được $a = 8, b = -4$. Vậy nghiệm của hệ thức truy hồi đã cho là $a_n = (8n + 4)(\frac{1}{2})^n$ với mọi số nguyên không âm n .

Bài 3. (2 điểm)

- (a) $(101110100)_2$
- (b) 372_{10}

Bài 4. (4 điểm)

- (a) Dạng tuyển chuẩn tắc là $F = xyz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z}$.
- (b) Dạng hội chuẩn tắc là $F = (x + y + z)(\bar{x} + y + \bar{z})(\bar{x} + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + \bar{z})$
- (c) Vẽ mạch logic có output như hàm F , dùng công thức ở câu (a)
- (d) Dùng phương pháp Quine-Mc Cluskey ta nhận được dạng cực tiểu là $x\bar{y} + yz + \bar{y}\bar{z}$ hoặc $xz + yz + \bar{y}\bar{z}$.

Bài 5. (4 điểm)

- (a) Bậc a: 2; b: 3; c: 4; d: 2; e: 1; f: 2; g: 3; i: 4; h: 3
Bậc trong a: 0; b: 3; c: 2; d: 2; e: 1; f: 2; g: 2; i: 2; h: 0
Bậc ngoài a: 2; b: 0; c: 2; d: 4; e: 2; f: 4; g: 1; i: 2; h: 3
- (b) Ma trận kề

$$M_G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M_{G'} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (c) G có đúng 2 đỉnh có bậc lẻ nên không có chu trình/mạch Euler, nhưng có đường đi Euler.
- (d) Vẽ trên hình hoặc liệt kê theo đỉnh.