**微积分下册期中试卷**

**2016．5**

**姓名： 学院与专业：**

1. 填空题[每小题4分，共36分]

1、设，则

解：；

另解 因为,

，

从而

2、函数在点处的全微分

解 ，从而

在点处的全微分。

3、函数在点沿方向的方向导数是

解 ，

沿方向的方向导数是

4、函数在原点的梯度是

解 

5、球面在点处的切平面方程是

解 由,点处的法向量为

，从而点处的切平面方程是

，即。

6、设函数由方程所确定，则

解 方程两边对求偏导，视，得

。

7、曲线在点处的切线方程是

解 令，得，从而在点处的，进而在点处的切线方程为

即。注：这里避免了计算叉积

8、设L为圆，则

解 ，这里用了几何意义和对称性。

9、化二次积分为极坐标下的二次积分

解 由积分上下限，可得该二次积分由区域里的二重积分转化过来的，作图（略）并由转化公式，可得该区域在极坐标下为

，即，故

。

二、（本题7分）设具有二阶连续偏导数, 求

解 



三、（本题7分）计算二重积分，其中。

解 先对积分不可行，作图重新表达积分区域为，从而





四、（本题7分）计算二重积分，其中是由及双曲线围成的闭区域。

解 两两联立方程，求边界曲线相互之间的交点为，作图（略），得积分区域为，从而





五、（本题7分）计算曲线积分，其中L为，方向为逆时针方向。

解 由于在原点以外有，

，故可作椭圆挖掉原点，为，方向为逆时针方向。则





六、（本题7分）计算曲线积分，其中L为由点至点的上半圆弧。

解 由于在原点以外有，，故可作由点至点的直线使得配合成封闭半圆区域的正向边界，于是





七、（本题7分）计算面密度为的曲面片的质量。

解 在上计算，进而





八、（本题7分）计算曲面积分，其中为圆锥面位于圆柱面内的部分。

解 先计算，进而，而积分区域，由于圆锥面的无限延展性，位于圆柱面内的部分在上的投影域为，因此







九、（本题7分）计算曲面积分，其中是上半球面的上侧。

解 取为的下侧，则为上半球体的外侧，由高斯公式得







十、（本题8分）计算曲面积分，式中是上半球面与圆锥面围成的闭曲面的外侧。

解 由高斯公式得

，

由球坐标上半球面与圆锥面围成的闭区域为

，





另解 由得交线为，从而所围区域在上的投影域为，因此结合高斯公式和柱坐标得









